Euclidiſ megarenſis philoſophi

ſophi acutiſſimi mathematicorumqꝫ omnium ſine controuerſia principis opa a Campano interpꝛete fidiſſimo tralata. Que cum antea librariorum deteſtanda culpa mēdis fediſſimis adeo deformia eēnt: vt vix Euclidem ipſum agnoſceremus. Lucas paciolus theologus inſignis: altiſſima Mathematicarꝫ diſciplinarum ſcientia rariſſimus iudicio caſtigatiſſimo deterſit: emendauit. Figuras cētum ⁊ vndetriginta que in aliſs codicibus inuerſe ⁊ deformate erant: ad rectam ſymmetriam concinnauit: ⁊ multas neceſſarias addidit. Eundē quoqꝫ plurimis locis intellectu difficilem cōmentariolis ſane luculentis ⁊ eruditiſs. aperuit: enarrauit: illuſtrauit. Adhec vt elimatioꝛ exiret Scipio vegius mediol. vir vtraqꝫ ligua: arte medica: ſublimioꝛibuſqꝫ ſtudijs clariſſimus diligētiam: ⁊ cenſurā ſuā pꝛeſtitit.

A. Paganius Paganinus Characteribus elegantiſſimis accuratiſſime imprimebat.

¶ Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de soderinis. Titulo sanctae susannae presbitero Cardinali Volaterrano. Frater Lucas paciolus de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpetuam. F. D.

CVm mecū ipse patris tui viri clarissimi: cum fratris floretini populi principis Illustrissimi Petri Soderini: cum tuorum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum tua deniq; beneficia mecum repeto: repeto aūt frequentissime: vel quod huiusmodi ꝑ se recordatio viro probo iucundissima esse solet; vel quod in tenui fortuna nihil est reliquum aliud: Tantum metuis: Tantum fratri clarissimo principi: Tātum tibi debere sentio: vt oratione consequi non possim: aio vix capiā; Neq; .n. solum vestrae erga me familiae beneficia hmōi sunt quae vel vno loco vel tpe consistent: sed ea quae cum per se oīum maxima sint: Cuncta fere testet. Italia: vt quocunq; me recipiam: vestigia nō leuiter impressa videam vestroꝝ erga nos meritoꝝ. Siue .n. Romae: Siue Mediolāi: Siue florentiae in qua ciuitate cū vestra semꝑ honestissima familia floruerit. Nūc tandem frater oī laude maior primus nr̄a tempestate ꝑpetuus princeps ē dictus: tot & tanta occurrūt vt obruat saepe memoriam multitudo: quā tū cōtra magnitudo beneficioꝝ labētem reuocet. Quo pacto .n. (vt omittā ingentia alia) vestri possum obliuisci: q̄ effecistis restituta ab inferis vita: studio: cura: ope deniq; vestra quos aduersa valitudine pene adierāt vt cōiuncta sit rō vitae nostrae & vestrae bn̄ficētiae: sed & fratrum meoꝝ dumi: Iuniperi. S. & Ambrosii: sacrae theologiae ꝓfessoꝝ recordatio: quos ob excellentem eoꝝ virtutem & libentissime repeto: & ob religionis coniunctionē ardentissime diligo: tanq̄ cōsectaneos in minoritana familia nr̄a: magnos stimulos affert: ad gratum erga vos oīum exhibendū: quos ita semper fouistis: vt dubitare possim plus ne ipse amare viderer affectu: an vos maximis in illos meritis colere. Quae oīa facile a me impetrarūt: vt q̄n̄ & pro fortuna mea par pari rependere non possum: & tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris q̄ amari. Partum tibi meum recentē ex mathematicis disciplinis paratum tradere voluerim Eūq; ita. Reuerendissimae D. Tuae nūcupare: dicareq; : tāquam benefactori meo precipuo: & viuenti in terris augustissimo numini. Nam si diuos Ideo colimus: quod salusem nr̄am laborantes ab his exposcimus Impetremusq; : nō video quo pacto non te numinis cuiusdam loco habeam: q̄ vitam abs te vno post immortalem deum acceperim. Quod in studio & si semper a teneris ita assuetus fuerim: vt nihil aliud egerim ab incunabulis: vel natura optima magistra: vel assiduo vsu: nescio tū quo pacto elaboratum hoc tempore tantum a nobis est: quantum & maturior aetas maioris afferre iudicii potuit ad iudicandum & industria ad expoliendum opus & ingenium ad inueniēdam rem afferre potuit. Euclidē igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa in studiis mathematicis nr̄o marte annos abhinc non paucos edita formis aeneis subieci: qui multum sane ab aliis distabit: & quod charaterum elegantiorum formam delegi: & quod acuratius oīa digessi: & multa quoq; mea addidi: quae vel Euclidis: vel Cāpani loca quedā obscuriora Illustrēt. Qualis āt sit studioꝝ hmōi fructus: quaeve eoꝝ excellētia: & q̄ta hac tēpestate raritas: ipse q̄ lōge excellis in his facile cognosces. Atq; vtinā & alii cognoscere vellēt nō ostētare aut ea q̄ nesciūt veluti fumū vēditare nō conarent. Qui tāto grauius peccāt q̄to haec cū certiora sint: & sibi plane cōiunctissima: nō possumus sic offendere in vna altera ue re: q̄ oīs plane totius mathematicae disciplinae eō non concidat & ruat. Tu vero & haec leges: & corriges: cum his q̄ rationem oēm huiusmodi facultatis complectunt. Quoꝝ ꝑtem vrbinati Duci vltimo: ꝑtem Ludouico Sforciae clarissimo quondam Mediolanensi ꝑncipi dicata sunt a me. Et q̄n̄ maximis amicorum ꝑcibus ipulsus: & tuorum precipue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

vt ederem. Leges quia soles frontis serenitate vernacula lingua per me do natum Euclidem: vt quod opus ad vtilitatem nostrum omnium conscriptum est maximasq; humano generi vtilitates parit: Ita omnibus obuium sit: vt cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur. Habeant & aliteris alieni: quam vel linguam admirentur: vel auctorem sequantur: quo nullus vnquam prestantior: vel Platonis summi phylosophi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidelis seruum sui non Immemor. Venetiis. V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigrãma.

Redditus infernis Euclides moestus ab vmbris.
Pallidus: Informis: conditus ora situ.
Hospicium a multis miseranda Voce poposcit.
Per fora per regum limina perq; scholas.
Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
Extremasq; diu mundi spaciatus ad oras
Si qua sibi misero dextera ferret opem.
Inuenit tandem qualem felicia dudum.
Patronum Votis fata tulere suis.
Frater Is est a quo nitidus formosus & ille:
Redditur antiquo tempore qualis erat.

¶ Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturris-
mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.

Existimauit me Daniel Clarissime nefas cōmittere si fidelissimā Eu
clidis castigatōem p eminētissimū sacræ theologiæ ac phiæ docto
rē atq in arithmeticis penetralibus peritissimum viꝝ Magistꝝ Lu.
paciolū seraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare
nuper euigilatā laudibus psequi distulissem. Tu qa sanæ doctrinæ
fauctor assertor cōcelebrans indefessus has meas laudes tui maturis
simi iudicii solito librameto ppēdēs facile cognoueris non ab assentatiōe aliq sed
mero ꝟitatis fonte effluxisse q & hoiem intus nosti & scripta illius medulitus in
spexisti q̄tumq̄ ēt ille ingenio valeat atq doctrina. Te ꝟo nullo mō decipi posse
q̄ semp tui simillimus es cōsentit examinatū tuū iudiciū quod oībus in rebus excu'
tiēdis circūcisum rotōdū pfectum semp inuentum ē ob id te vel æquæui vel posse
ri nři feruētibus votis nūc alteꝝ vt Catonē alteꝝ vt hortēsium nūc statua si liceat
cōsecrēt nūc imagīe q̄d te vel cēsente vel dicēte informant istituuntq ætatis nřæ
viri doctissimi i medio ægtatis sinu. Nō temere Magř Lucas te Elegit cui suas in
Euclidē lucubratiōes dedicaret q cū studiis maximis polleas ea & i aliis ēt nūma
cōplecteris sed ex hoc ipso cōsumatissima tibi gloria reponderaꝰ. Nā satis eminet
ingenii ppri meritis q fuerit fautor alieni. Veꝝ in pħti remotis gradibus dignita
tū p q̄s merito virtutū tuaꝝ ab aliis discerni soles: nobilitatis tuæ posthac so'ū
erit iudiciū scripta eruditorū te cognitorē habuisse vel potius numē æternū. Sed
q̄ti cōueniēs esto bsecro te dedicatiōem hāc vel nūcupationē æstimari. Cuius ñ mi
nus gloriæ apud posteros attribuatur auctoris subli̇ma q̄ tui nōis auspicatu. Est āt
Lu. paciolus. Careat assentiōe ꝟbū meū. vir sanæ raræ exqsitæq doctriæ Sepōe
pauxillulum sacræ theologiæ assiduā lectiōem. Cōtinuas cōtiōes sui mauis omi
lia. q̄s in celeberrimis Italiæ & extra Italiā Ciuitatibus frequētissimo theatro ha
buit in qbus inclytus omilista mō corda terrificat mō pmulcet & quoquo vult du
cit. Lege viꝝ fidei catholicæ amplificatorē: viꝝ in phya in theologia in mathesi
incōparabilem itquē vt laudare nō studeo ita ipse laudari plurimū vetat cōtentus
se ipso id quod est veri phy pprium ornamētum. Nāq moris ē sapiētibus mūda'
næ laudis cuiusmata subjānare: & de seipsis sumpta ab aliis præconia deridere qm
iuxta Illud Symmachianū vt ꝟa laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q dū
vult suā sciētiam exercere nō vereꝰ illis esse impedimēto q illius amplitudinē suis
dictis cōmendare præsumūt: Cæteꝝ ego quāuis loqui phibe r tacere tñ nō pos
sum hoc quod mensura & numerus Euclidis siue pressoꝝ in curia siue tralatoꝝ p
cursu ita cōfuse ita lacere ita præposter legebaꝰ vt q arteē ipsam callerent aut nō in
telligerēt aut alienæ culpæ sugillatiōem in ipm Euclidē impudēter retorquerēt.
Nūc ꝟo vbi lyncea Lucæ pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot er'
roꝝ charybdes sese pēetrauit: tā facta ē plana via securus trāsitus liber discursus per
obscuras añ cōualles & redditus ē Euclides ꝟus obuius oībus plāus atq expositus
solertissimo ingenio castigatissima emēdatiōe cōstantissimo iudicio Magistri
Lucæ nři: quē vt poetā dicēdo itelligimus κατ' ἐξοχήν homeꝝ vt oratorē demo
sthenē vt phum Aristotelē intelligimus. pi mō arithmeticū efferēdo fratrē intelli
gere totus orbis italus fas hēt: de quo illud asūi i ꝟa atq absolutissima artis arith
meticæ cognitiōe quod aiunt de Cicerōe q in actiōibus cæteris cæteros in aulo
cluētio ipse se supauit: & de. M. frontōe qui cū extra reliquos excelleret oratores i
pelopem se sibi prætulit hoc docet ars ipsa quā in speculatu atq cōiectu recōditā
hic lucas solus e mu'tis nō pratica fecit tot corporibus i varias atq multiplices figu
ras deductis sed impitissimo cuiq exponēdo facilimā q̄si sub ipsis oculis ppo͂suit.
Ec quis hoc ausus vnq̄ ānis supioribus nobilissimū iceptū aggredi? certe nemo ne
sciētissimus quidē mathematicus præterq̄ Lucas paciolus vir in arithmetica arte
rarissimi exēpli ac ppe nullius Sed qa tāti viri laudū maria mihi trāsmittere diffi
cillimū ē Daniel Genetosissime hoc q̄si stagnū pnauigen. ustnō posse tot narrari
l laudē sciæ hoīs q illud africanū adagium semp vberius relinqtur. At caueant
Moneo a ppalato volumine vituperones & pcant quæso in pænitēda maledicta
suas linguas acuminare: Repetātq obsecro & nomen dedicātis & excellentiam il-
lius cui dedicetur. Vale ex patauio Idibus Maius. M. D. V I I I I.

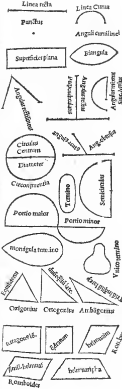
¶ Franciſcus Maſſarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. ſuo ſalutem.

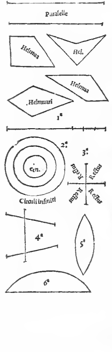
QAnto ſum ſtudio ſemp̄ complexus (vti ipſe ſcis) mathematicas
diſciplinas mi Iacobe Cocce amicorum amiciſſime: vt admo
dum trahar cogarq́; ad illos amādos: qui in huiuſcemodi ſtudiis
verſantur ac profitentur: quādo quidem illas ad philoſophiæ ne
ceſſitatem accedere non ignoro; Nec te fugit in pluribus Plato
nem Ariſtotelem huiuſmodi exempla proponere & fere ſemper
mathematice demonſtrare: quom eo tempore eſſent in luce enimuero referunt
Athenis in Accademia Platonis inſcriptum eſſe neminem intro ſe reciperet: qui
prius non mathematicas obcalluerit ſcientias. Quin etiam illas veriſſimas eſſe
facile cognosco ob id Auerroys in primo certitudinis gradu collocauit. Verum
illæ ipſæ diſciplinæ iam plures annos ſub tenebris iacuerunt: aut per q̄ paucis fue
runt perceptæ: præſertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab om
ni labe alienus iamdiu latitauit: adeo vt ne ipſe Euclides agnoſceretur. Sed tamē
hac noſtra ætate multo labore induſtria ac diligentia Magiſter Lucas Paciolus
Sacræ Theologiæ proffeſſor non ſolum caſtigauit verum etiam multa ad expo
ſitionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo eum redegit ad
verum ſenſum idq́; proculdubio putandum eſt. Nam hoc tempore ipſe Magiſter
precæteris pollet: & (vt verius dicam) ſola Phœnix. Nolo modo quot inſunt ho
mini virtutes: q̄tum ingenium: q̄taue memoria: & rerum exuberātia: & doctrina
rum altiſſima cognitio ex amuſſim cōmemorare: propterea q̄ ſatis inſignem red
dunt ſua volumina: teſtanturq́; etiam lectiones: quibus ambo interfuimus. ob id
itaq́; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus ſupremi ordinis An
tiſtitibus: ſummiſq́; Principibus totius Italiæ ſummo amore & charitate fuit ſem
per complexatus. Quamobrem te etiam ſummopere precor: vt huiuſcemodi di
ſciplinas precipue Euclidem velis omni ſtudio amplecti. Nam hæc quo ad ſtudia
philoſophiæ tibi profutura ſunt: eo magis quia ipſe Euclides a predicto Magiſtro
Luca fidiſſimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudā
dus de bōiſq́; diſciplinis benemeritus haud quempiam omiſit locum: quem om
ni ſtudio cura ac diligentia ad cōmunem vſum non optime expoſuerit: ſcio ego
q̄ cōmunis Præceptoris ſis ſtudioſus immo potius ſuæ multiplicis ſcientiæ contē
plator: quom moris ſit tui omnes litterarum profeſſores amore proſequi: hunc p̄
cæteris aliis tanq̄ peritiſſimum ac ante alios ſapientiſſimum amare obſeruare &
venerari videns haud equidem ſum dubius: quem ſi ſequaris incoeptum ſis in
ſummum virum euaſurus tuamq́; domum illuſtraturus. Ad hanc ſpem me erigit
tuum perſpicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in iſta adu
leſcentia q̄ta vix in vllo ſene: ac p̄ hoc merito te quadam admiratione intueuntur
Me quoq́; excitant ſuauitas: modeſtia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in
toto corpore menda ſedet. Quæ omnia ipſa ætas auget. Non enim tuus animus
niſi in litterarum ſtudiis: in liberalibus artibus: in ipſa deniq́; vera ſapientia verſa
tur: ad quæ omnia te pronum ac propenſum video: quid tu aliud tuæ Reipub.
polliceris? niſi vt te optimo ſenatore adminiſtrante fœlix Reſpub. fœlicior indi
es vndiq́; fulgeat tuq́; rectiſſime magiſtratibus defunctus poſteritati nomen con
ſecres. Sed quæ de te ſunt plura dicenda in aliud reiiciam tempus. Verum modo
ad Euclidem animum intende: & vt ameris ama Vale.

PLATO
Nulla dies ſit ſine linea.

¶ Acutissimi phylosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani traductione Reuerendo Sacre theolog e professo re Mathematice disciplne disertiss.mo. Magistro Lucapa ciolo de burgo Sancti sepulcbri Ordinis Minorum Cast ga tore accuratiss.mo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descri ptionibus principiorum per se notorum premissis.

Punctus est cuius pars non est. 2. ¶ Linea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncta. 3. ¶ Linea recta est ab vno pūcto ad aliud breuissima extensio in extremitates suas vtrunq; eorum recipiens. 4. ¶ Superficies est que longitudinem ꝛ latitudinem tantum habet. cuius termini q̄dem sunt linee. 5. ¶ Superficies plana est ab vna linea ad aliam extēsio in extremitates suas recipiens. 6. ¶ Angulus planus est duarum linearum alternus cōtactus. quarum expansio est super superficiem applicatioq; non directa. 7. ¶ Quando autem angulum continent due linee recte rectilineus angulus nominat᷑. 8. ¶ Quando recta linea super rectam steterit duoq; anguli vtrobiq; fuerint eq̄les. eorum vterq; rectus erit. 9. ¶ Lineaq; linee superstans ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. ¶ Angulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. 11. ¶ Angulus vero minor recto acutus appellatur. 12. ¶ Terminus ē quod vniuscuiusq; finis est. 13. ¶ Figura est que termino vel terminis continetur. 14. ¶ Circulus est figura plana vna quidem linea contenta. que circūferentia nominatur. in cuius medio punctus est. a quo omnes linee recte ad circūferentiam exeūtes sibiinuicem sunt eq̄les. Et hic quidem punctus circuli dr̄. 15. ¶ Diameter circuli est linea recta q̄ super eius centrum transiens extremitatesq; suas circumferentie applicans circulum in duo media diuidit. 16. ¶ Semicirculus est figura plana diametro circuli ꝛ medietate circumferentie contenta. 17. ¶ Portio circuli est figura plana recta linea ꝛ parte circumferentie contenta. semicirculo quidem aut maior aut minor. 18. ¶ Rectilinee figure sunt que rectis lineis cōtinentur quarum quedam trilatere que tribus rectis lineis quedam quadrilatere que quatuor rectis lineis. quedam multilatere que pluribus q̄ꝫ quatuor rectis lineis continentur. 19. ¶ Figurarum trilaterarum. alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogonium. vnum. s. rectum angulum habēs. Alia est ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium. in qua tres anguli sunt acuti. 20. ¶ Figurarum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est





equilaterum atq̃ rectangulum. Alia est tetragonus longus. q̃ est figura rectangula. sed eqlatera non est. Alia est helmuaym. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia. atq̃ oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinetur. Preter has autem omnes quadrilatere figure helmuariphe nominātur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q̃ in eadem superficie collocate atq̃ in alterutram partem protracte non conueniunt. etiam si in infinitum protrahātur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficiei superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis: ꝑ ideo eius termini non sunt linee sed linea ꝑ etiam monangula excipitur ꝑc q̃uis multe curuilinee ꝑ perice conuexe concaue ꝑ plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa aplicari vt patet intuenti.

Petitiones sunt quinq̃. 1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq̃ lineam definitam in cōtinuum rectumq̃ quantūlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales. 4 ¶ Si linea recta super duas lieas rectas ceciderit duoq̃ anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem ptem protractas proculdubio coniunctum iri. 5 ¶ Duas lineas rectas superficiem nullam cōcludere.

Communes animi cōceptiōes sunt hee. 1. ¶ Que vni et eidem sunt equalia et sibiinuicem sunt equalia. 2. ¶ Et si eq̄libus equalia addant̄ tota quoq̃ fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq̃ fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiinuicem erunt equales. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq̃ vnius eiusdem fuerit dimidium vtraq̃ erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur applicetur q̃ ei nec excedat altera alteram. ille sibiinuicem erunt equales. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni ꝑ eidem ꝑc. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in. 8. q̄nti libri acomodat proportionibus vt ibi. ¶ Prima ꝑ sexta differunt tanq̃ inclusum ꝑ exclusum vel sicut abstractum ꝑ concretum vel sicut mensura ꝑ mensuratum vel sicut prima ꝑ secunda intentio siue res ꝑ species rei.

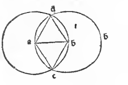
Verba Campani.

Sciendum est autem q̃ preter has animi conceptiones siue communes scientias multas alias que numero sunt incomprehēsibiles pretermisit Euclides: q̃rum hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quamlibet tertiam eiusdem generis cōparent̄ simul erunt ambe illa tertia aut eq̄ maiores aut eq̄ miores aut simul eq̄les. ¶ Itē alia Quāta est aliq̄ q̄titas ad quālibet aliā eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad

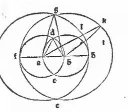
aliquam quartam eiusdem generis in quãtitatibus cõtinuis: hoc vniuersaliter verum est siue añtes maiores fuerint cõseqñtibus siue minores. magnitudo. n. decrescit in infinitũ. in nũeris aũt non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicuius qrti: qm̃ numerus crescit in infinitum: sicut magnitudo in infinitum minuit.

Propositio prima.

Triangulum equilaterum sup͛ datam lineam rectã collocare.



¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulũ eq̃laterum cõstituere. Super alteram eius extremitatẽ. s. in puncto. a. ponam pedem circini ᵃ immobilem ⁊ alterũ pedem mobilem extendam vsq̃ ad. b. ⁊ describam sm̃ quantitatem ipsius linee date per secundam petitionem ᵇ circulum. c. b. d. f. rursus alterã eius extremitatem. s. pũctum. b. faciam centrũ: ⁊ p̱ eandem petitiõem ⁊ sm̃ eiusdem q̃titatem lineabo circulum. c. a. d. h. q̃ circuli intersecabũt se in duobus punctis: q̃ sint c. d. ⁊ alteram duarũ sectionum: sicut sectionem. d. cõtinuabo cum ambabus extremitatibus date linee ptractis lineis. d. a. d b p̱ p̃mam petitõem. Quia ergo a pũcto. a. qđ est centrũ circuli. c. b d. ptracte sunt linee. a. d. ⁊. a. b. vsq̃ ad eius circũferentiam ipse erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq̃: q̃a a puncto. b. quod est centrũ circuli. c. a. d. ptracte sunt linee. b. a. ⁊. b. d. vsq̃ ad eius circumferẽtiam ipse erũt ẽt equales: q̃a ergo vtraq̃ duarũ linearũ. a d. b. d. eq̃lis est linee. a. b. vt p̱batum est: ipse erũt equales inter se p̱ primã cõceptionem: ergo sup̱ datam lineam collocauimus triãgulum equilaterũ: quod ẽ p̱positum. ¶ Si aũt sup̱ eandem lineam libeat collocare reliq̃s duas triangulorũ spẽs. s. triãgulum duum eq̃lium laterũ ⁊ triãgulum trium ineq̃lium laterũ. ptrahat linea. a b. in vtraq̃ p̱tem vsq̃ quo occurret circũferẽtie amborum circulorũ sup̱ duo puncta. f. ⁊. h. ⁊ posito cẽtro in puncto. a. lineetur circulus. e. h. g. sm̃ q̃titatem linee. a. b. Itemq̃ posito centro in puncto. b. lineetur circulus. e. f. g sm̃ q̃titatẽ linee. b. f. Hi aũt circuli intersecabunt se in duobus punctis q̃ sint. e. g. Cõiungant igitur extremitates date linee cũ altera dictarũ sectionum p̱ duas lineas rectas q̃ sint. a. g. b. g. ⁊ q̃a hee linee. a. b. ⁊. a. f. exeunt a centro circuli. c. d. f. ad eius circũferẽtiam ipse erũt equales. Silr̃ quoq̃. a. b. ⁊. b. h. q̃a exeũt a centro circuli. c. a. d. b. vsq̃ ad ipsius circũferentiam ipse erũt equales. Quia ergo vtraq̃ duarum linearũ. a. f ⁊. b. h. equalis est linee. a. b. ipse erunt inter se eq̃les: ergo posita. a. b. cõi erit. b. f. equalis. a. h. sed. b. f. est equalis. b g. quia ambo exeunt a centro circuli. e. f. g. ad eius circũferentiam. Silr̃ quoq̃. a. h. est equalis. a. g. ⁊ vtraq̃ earum est maior. a. b. eo q̃ vtraq̃ duarum linearum. b. f. ⁊. a. h. maior est a. b. quare sup̱ datam lineam collocauimus triangulum duorum equaliũ laterum. ¶ Triangulum ẽt trium inequalium laterũ sup̱ eandem lineam collocabimus: si aliquod pũctum exñs in circumferẽtia alterutrius duorũ maiorum circulorũ quod nõ sit in altera duarũ sectionum: ⁊ cui non obuiet. f. h. cum in vtrãlibet p̱tem ptracta fuerit in cõtinuum ⁊ directum: cõiunxerimus p̱ duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date linee. Sit. n. pũctus. k. signatus in circũferentia circuli. e. f. g. ⁊ non sit in altera sectionum nec occurrat ei. f. h. cũ ptraheretur in cõtinuum: ⁊ directum vsq̃ ad eius circũferentiam. Protrahã ergo lineas. a. k. ⁊. b. k. ⁊ secabit linea a. k. circũferentiam circuli. e. h. g. secet ergo in puncto. l. eritq̃. b. k. equalis. a. l. quia. b. k. est equalis. b. g. ⁊. a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed ⁊. b. k. est maior. a. b. triãgulus ergo. a b. k. est trium inequalium laterũ. Sic igitur super datam lineam oẽs triangulorum species collocauimus.



Castigator.

a ¶ Circinus ⁊c. rectius accõuenientius sextus dr̃ cum sextam p̱tem semp̱ capiat aut sit eius sexta circuli quẽ facit inq̃cũq̃ dispõne repiatur strictẽ la teq̃ ⁊c. b ¶ Describere circulũ sm̃ q̃titatem linee date est ipsam facerẽ semidiametrũ circuli describẽdi. ʳ Cõstituerẽ siue formare figuram aliquã

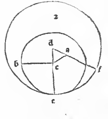
q2 b K. et b. f sunt eq̃les p̱ di
hrm circu; at b. f. est maior
q2 se totum … sua parte
… K. est maior. a. b. p̱ aliam
coem anjmi conceptionem si
sint due quantitates in eq̃les
eq̃les maiori est maior …

sup datā lineā ē ipsam ponere vnū ex lateribus figure sic describēde sup eā.

Propositio .2.

Dato puncto cuilibet linee recte proposite equa rectam lineam ducere.

¶ Sit.a.pūctus datus ꝛ.b.c.linea data volo a pūcto.a.ducere lineā vnā equalem linee.b.c.in quācūq ptem cōtingat: cōiungā ergo punctū.a.cū altera extremitate linee.b c.cum q̄ voluero.ꝛ cōiungā ipsum.a.cū extremitate.c.p lineam.a.c.sup quā cōstituā triāgulum eqlateꝝ sm doctrinā pcedētis q sit a.c.d.ꝛ in illa extremitate linee date cū qua cōiunxi punctū datū.s.in extremitate.c.ponā pedē circini imobilē ꝛ describā sup ipsum circulū sm q̄titatē ipsius date liee q sit circulus.e.b.ꝛ latus triāguli eqlateri qd̄ oppōitꝰ pūcto dato.s.latus.d.c.ptraham p centꝝ circuli descripti vsq ad eius circūferentiam: ꝛ sit tota linea sic protracta.d.c.e.sm cuius quantitatem lineabo circulū posito cētro in.d.q sit circulus.e.f.ꝛ postea ptraham latus d.a.vsq ad circūferentiam huius vltimi circuli:ꝛ occurrat circūferētie ipsius in pūcto.f.dico igit q a.f.est eq̄lis.b.c.nam.b.c.ꝛ.c.e.sunt eq̄les:quia exeūt a centro circuli.e.b.ad eius circūferētiā. Similiter quoq.d.f.ꝛ.d.e.sunt equales quia exeūt a centro circuli.e.f.ad circūferētiā.sed.d.a.ꝛ.d.c.sunt equales quia sunt latera trianguli equilateri ergo si.d.a.ꝛ.d.c.demantur de.d.e.ꝛ.d.f.q sunt equales erūt residua q sunt.a.f ꝛ.c.e.equalia quia ergo vtraq duaꝝ linearum.a.f.ꝛ.c.b.ē equalis.c.e.ipse sunt eq̄les inter se: quare a pūcto.a.protraximus lineam.a.f.equalem.b.c.qd̄ est ppositum.

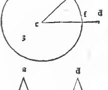




Propositio .3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.

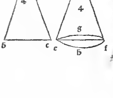
¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.c.d.ꝛ sit.a.b.minor volo ex.c.d.abscindere vnā que sit equalis.a.b.duco primo a puncto c.vnā lineā eq̄lem.a.b.sm qd̄ docuit precedens:que sit.c e.posito ergo centro in pūcto.c.describam circulum sm quantitatem.c.e.qui secabit lineam.c.d. Sit ergo vt secet eam in puncto f.eritq linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circumferentiam ꝛ quia vtraq duarum linearum.a.b.ꝛ.f.c.est eq̄lis.c.e.ipse sunt inter se equales:quod est propositum.



Propositio .4.

Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint:duoq anguli eorum illis equilateribus contēti equales fuerint alter alteri:latera quoq illoꝝ reliqua sese respicientia equalia:reliqui vero anguli vnius reliquis angulis alterius equales erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq latus.a.b.equale lateri.d.e.ꝛ latus a.c.eq̄le lateri.d.f.ꝛ angulus.a.equalis angulo.d.tūc dico q basis.b.c.est equalis basi.e.f.ꝛ angulus.b.equalis angulo.e. Item angulus.c.equalis angulo.f.quod probatur. Supponam triangulum.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita q angulus a.cadat super angulum.d.ꝛ latus.a b.super latus.d.e.ꝛ latus.a c.super latus.d.f.ꝛ patet per conuersionem penultime conceptiōis q nec anguli nec latera sese excedent eo q angulus.a.est equalis angulo.d.ꝛ latera superposita his quibus superponuntur per ypothesim. Puncta ergo.b.c.cadent super puncta.e.f.si ergo linea.b c.cadit super lineam.e.f.patet ppositum:quia cum linea.b.c superposita linee.e.f.non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem:eadem ratione erit angulus b.equalis angulo.e.ꝛ angulus.c.equalis angulo.f. Si autem linea.b.c.non cadit super lineam.e.f.sed cadit intra triangulum sicut linea.e.g.f.aut extra sicut linea.e.h.f.tunc due linee recte concludunt superficiem quod est contra vltimam petitionem.



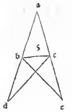
Castigator

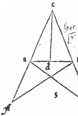
¶ Hec.5. vocatur fuga miserorum qm̄ miseri ingenii cū ad eam ꝑueniūt fugā aripiunt. sed ne fuge det occasio ondam eam breuiter & leui ondsione q̄ sufficiet ad i sceti. Sit.n. triangulus.a.b.c. diuidam eum ꝑ lineam.c.d.ꝑ pendicularē in duos triangulos partiales.a.d.c.&.b.d.c eritq; angulus.a.d.c. primi trianguli eq̄lis angulo.b.d.c. secundi quia vterq; rectus & latera illos continentia sunt equalia quia.d.b.est equale.d.a.&.c.d.est latus cōe quare per premissam erūt residui anguli equales puta angulus.a.&.angulus.b.& hoc ē ꝓpositū. ⁊ Quod ēt duo anguli sub basi sunt equales patet qm̄ duo āguli q sunt sunt apud a. eq̄les duobus rectis sunt ꝑ diffinitionē linee stātis sup aliam q̄a facit duos angulos equales semper duobus rectis vt infra.13. probabit. Similiter duo āguli q sunt apud.b. Igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est q sunt inferius relinquentur eq̄les per cōem sciam & ex ista demonstratiōe patet q triāgulus eq̄laterus est eq̄angulus q̄a equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum correspondentium &c.

Propositio .5.

OMnis trianguli duum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est: q si eius duo equalia latera directe protrahantur fient quoq; sub basi duo anguli [i]nuicem equales.

¶ Sit triangulus.a.b.c. cuius latu[s].a.b. sit equale lateri.a.c. dico q angulus.a.b.c. est equalis angulo.a.c.b. q si protrahantur.a.b.&.a.c. vsq; ad.d.&.e. fiet angulus.d.b.c equalis angulo.e.c.b. quod sic probatur. Ptractis.a.b.&.a.c. ponam per tertiam lineam.a.d. equalem linee.a.e.& protraham lineas.e.b.d.c.& intelligam duos triangulos.a.b.e.&.a.c.d. quos ꝓbabo esse equales & equilateros & eq̄angulos. Sunt.n. duo latera.a.b.&.a.e. trianguli.a.b.e. equalia duobus lateribus.a.c.&.a.d. trianguli.a.c.d.& angulus.a. est cōis vtriq; ergo ꝑ premissam basis.b.e. est equalis basi.c.d.& angulus.e. est equalis angulo.d.& angulus.a.b.e. equalis angulo.a.c.d. Item intelligo duos triangulos.d.b.c.&.e.c.b. quo similiter probabo esse equilateros & equiangulos. Nā duo latera.d.b.&.d.c. trianguli.b.d.c. sunt equalia duobus lateribus.e.c.&.e.b. trianguli.e.b.c.& angulus.d. est equalis angulo.e. ergo per premissam: basis basi: & reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c. est equalis angulo.e.c.b.& hoc est secūdum propositum. s. q anguli sub basi equales sunt: & angulus.b.c.d est equalis angulo.e.b.c. sed totus.a.b.e est equalis.a.c.d. vt probatum fuit supra. ergo angulus.a.b.c. residuus est equalis angulo.a.c.b. residuo quorum vterq; est super basim: quod primum propositum.





Castigator

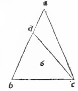
¶ Nota quando dicit angulum.a.b.c. intelligit angulum.b. qui designatur per litteram mediam & tali modo semper vtitur in triangulis &c. & si diceret angulum.b.a.c. intelligeretur angulus.a.& dicendo.a.c.b. vel.b.c.a. intelligitur angulus.c. sed cōmuniter in proferendo seruatur ordo alphabeti videlicet literarum.a.b.c.d.&c.

⁊ Et quilibet illorum qui sunt supra basim. est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti & per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest faciliter colligi per decimam tertiam huius.

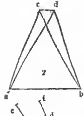
Propositio .6.

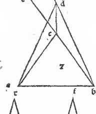
SI duo anguli alicuius trianguli eq̄les fuerint duoq; latera angulos illos respicientia equalia erunt.

¶ Hec est conuersa premisse quantum ad primam eius ꝑtem. Sit enim triāgulus.a.b.c. cuius duo anguli.b.&.c. sint equales dico q latus.a.b. est equale lateri.a.c. Si enim nō sunt equalia erit alterum altero maius. sit.a.b. maius q̄



refecetur ad equalitatem a c.p tertiam propositionem vt superfluum sit a parte.a.et refecetur in puncto,d.sitq,b d equalis.a.c.et ducatur linea.d. c. Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.et.d.b.c.quos probabo esse equilateros et equiangulos. Sunt enim duo latera.d.b.et.b,c.trianguli.d.b.c. equalia duobus lateribus.a.c.et.b.c.trianguli.a.b.c.et angulus.b.equalis angulo.c.totali per ypotesim ergo basis.d.c.e equalis basi.b.a et angulus d.c.b.equalis angulo.a.c.b.pars videlicet toti quod est impossibile.

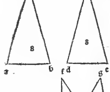


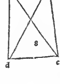


Propositio .7.

Si a duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum vnum cocurrentes exierint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales que ad alium cocurrat punctum in eandem partem ducere est impossibile.

Sit linea.a.b.a cuius extremitatibus protrahantur due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto v. sint.a c.et.b. c.que concurrant in puncto.c.dico q in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q illa que egredietur a puncto.a.sit equalis linee.a.c.et que egredietur a puncto.b sit equalis linee.b,c. Quod si fuerit possibile protrahant alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto.d et sit linea.a.d. equalis linee,a.c.et linea.b.d.equalis.b.c.aut ergo punctus.d.cadet intra triangulum aut extra nam in altro laterum a.c.et.b.c non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum.a.d. et.b.d.secabit alteram linearum a.c et.b c.aut neutra neutram et secet primo altera alteram et protrahatur linea c.d Quia ergo triaguli a.c.d.duo latera.a,c.et.a.d.sunt equalia erit angulus.a.c.d.equalis angulo,a d,c.per 5.Similiter quia in triangulo.b.c.d,duo latera b.c.et.b.d.sunt equalia erunt anguli.b.c.d.et.b d.c. Similiter equales per eandem: et quia angulus b.d c.est maior angulo.a.d.c.sequitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo,a.c.d.partem.s.toto quod est impossibile. Si autem.d.cadit extra triangulum a.b.c.ita q linee non se secent protraham lineam.d.c et producam.b.d.et b.c.sub basi vsq, ad.f et.ad.e.et quia linee.a.d et.a c.sunt equales erut anguli a.c.d et.a.d c.eqles per.5.Similiter qa.b.c.et.b.d,sunt equales erut anguli sub basi qui sunt.c.d.f et.d.c,e,equales per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus.e.c.d.minor est agulo.a.c.d.sequitur angulum.f.d.c.esse minorem angulo.a.d.c.quod est impossibile . Et eodem modo deducetur aduersarius ad inconuenies.si.d.punctus cadat intra triangulum.a.b.c.et c.

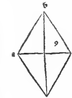


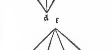


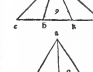
Propositio .8.

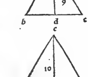
Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basis aut vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

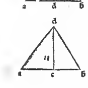
Sint duo trianguli.a b.c d.e.f.sitq a.c.equalis.d.f.et b,e.equalis.e.f et.a.b.equalis.d.e dico q angulus.c.est equalis angulo.f. et angulus a angulo.d.et angulus.b.angulo.e. Superpoam basim.a.b.basi d.e.que cum sint equales neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus.c.cadet super punctum.f.aut no. Si sic tunc quia angulus.c superpositus erit angulo f.et neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter argue reliquos angulos esse equales: si autem punctus.c.non cadit super f sed super quemlibet alium qui sit punctus.g.quia,e.g.est equalis,b.c,i mo eadem: itemq d g.equalis.a.c.erit,e.g equalis.e,f.et.d g. equalis.d f.quod est impossibile per precedentem.











Propositio .9.

Datum angulum per equalia secare.

¶ Sit datus angulus quem oportet diuidere et angulus.a.b.c.linea ipsum continentes que sunt.a.b. et .b.c. ponam equales per tertiam et producam lineam.a.c.super quam constituam triangulum equilaterum.a.d.c.et protrabam lineam.b.d. dico quod ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intelligo duos triangulos a.b d. et.c.b.d.et quia duo latera.a.b.et.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b. et.b.d. trianguli.c.b.d. et.basis.a d.basi.c.d.ergo per precedentem angulus.a.b.d.est equalis angulo.c.b.d.quod est propositum facere.

Castigator.

¶ Datum angulum rectum per tria equalia secare. ¶ Quamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficilis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari.tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista.9.et.32. huius mediantibus 23.addita.quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus.a.b.c.certum est quelibet angulorum eius duabus tertiis vnius recti equari cum omnes tres duobus rectis angulis sint equales per.32.huius. Igitur vno illorum in duo equa diuiso per.9 istam vtputa angulo.b.a.c.totali in duos partiales.b.a.d.et.d.a.c.per lineam.a.d.erit quilibet eorum tertia vnius recti hoc peracto detur rectus quicunque.vtputa.e.f.g.a lineis.e.f.et.g.f.contentus supra terminum vnius earum.f.constituam angulum.e.f.h.seu angulum.g.f.k.per.23.equalem angulo.b.a d.vel.c.a.d.qui erit tertia vnius recti postea residuum dicti recti qui est due tertie recti vt deduximus diuidam per equalia per dictam.9.s.angulum.g.f.h.per lineam.f.k. vel angulum e.f.k.per lineam.f.h.et erit vnusquisque duorum angulorum.h.f.k.et.k.f.g.tertia vnius recti.et sic totalis angulus rectus.e.f.g.est diuisus in tres equales partiales videlicet.e.f.h.h.f.k.et.k.f.g.quod est propositum.

Propositio .10.

Propositam rectam lineam per equalia diuidere.

¶ Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia.linea.a.b.super ipsam constituam triangulum equilaterum.a.b.c.et angulum.c.diuido per equalia secundum doctrinam precedentis per lineam.c d.dico quod linea.c.d. diuidit datam lineam.a.b.per equalia. Intelligo.n.duos triangulos.a.c.d.et.b c.d.et arguo sic. Duo latera.a.c et.c.d trianguli.a.c.d sunt equalia duobus lateribus.b.c.et.c.d.trianguli.b.c.d.et angulus.c.vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.basi.d.b.quod est propositum.

Propositio .11.

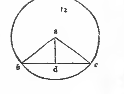
Data linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinque subnixam.

¶ Sit data linea.a.b.in qua sit datus punctus.c.a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam [a] lineam.b.c.equalem linee.a.c.et super totam.a.b. constituo triangulum eqlaterum.a.b.d.et protraho lineam.c.d.de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam.a.b. Intelligo duos triangulos.a.c.d.et.b c.d et quia duo latera.a.c.et.c.d trianguli.a.c.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b.et.c.d.trianguli.c.b.d.et basis.a d.basi .b.d. erit per.8. angulus.a.c.d.equalis angulo.b c.d.quare vterque eorum erit rectus per diffinitionem anguli recti: et linea.c.d.perpendicularis super lineam.a.b.per diffinitionem linee perpendicularis: quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Vel per petitionem augendo alterutram earum ad equalitatem alterius.

Propositio. .12.



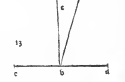
Puncto extra signato ad datam lineam indefinite quantitatis perpendicularem deducere.

¶ Sit.a.punctus signatus extra lineã b.c.a quo ad ipsam oportet deducere ppendicularem. Protrahã ergo lineã.b.c.in vtrãq ptem q̃tum libuerit & sup pũctũ.a.describã circulũ.b.c.sic vt secet lineã datam in pũctis.b.c.& ptrahã lineas.a.b.&.a.c.& diuidã angulũ.b.a.c.p eq̃lia p lineã.a.d.p.9.dico q̃.a.d ẽ ppendicularis sup lineã.b.c. Intelligo duos triãgulos a.b.d.&.a.c.d.& q̃a duo latera.a.b.&.a d triãguli.a.b d sunt equalia duobus lateribus.a.c.&.a.d.trianguli a.c.d.& angulus.a.vnius equalis angulo.a.alterius erit p.4.basis.b.d.eq̃lis basi.d.c.& angulus a.d.b.equalis angulo.a.d.c.quare vterq eo[rum] rectus & linea.a.d.perpendicularis super lineam b.c.per diffinitionem anguli recti & linee perpendicularis: quod est propositum.

Propositio .13.

Omnis recte linee sup rectã lineã stantis duo vtrobiq anguli aut sunt recti aut duobus rectis eq̃les.

¶ Sit vt linea.a.b.sup ster linee.c.d.q̃ si fuerit sup eã ppendicularis faciet duos angulos rectos p cõuersionẽ diffinitiõis. Si aũt n̄ fuerit sr̄ eã ppedicularis a pũcto b.ducat.b.e.ppẽdicularis sup.c.d p vndecimã eritq duo anguli.e.b.c.&.e.b d.recti p a cõuersionẽ diffinitiõis: q̃a ergo duo anguli.d.b.a.&.a.b.e.adequant angulo.d.b.e.ipse cũ ãgulo.c.b.e.erũt eq̃les duobus rectis: q̃re tres anguli q sũt.d b.a a b.e.&.c.b.e.sũt eq̃les duobus rectis: sed angulus.c.b.a.ẽ eq̃lis duobus angulis c.b.e.&.e.b.a.ergo duo anguli.c.b a.&.a.b.d.sũt eq̃les duob[us] rectis: qđ ẽ ppositũ. Ex quo patet q̃ totũ spaciũ qđ in q̃libet supficie plana pũctũ quodlibet circũstat q̃tuor rectis angulis ẽẽ eq̃le.

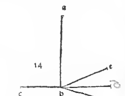


Castigator

a ¶ Per cõuersionẽ diffinitiõis.s linee sup rectã lineã stãtis q̃m liea recta sup rectã stãs & duos angulos inuicẽ eq̃les cãns ẽ ppẽdicularis cõuersio huius ẽ q̃ ois ppẽdicularis ẽ linea cãns sup altã duos angulos inuicẽ eq̃les & p cõseq̃ns rectos. ¶ Hec & seq̃ẽs faciũt ad vndecim. vndecimi &.13.dicti.

Propositio. .14.

Si due linee a pũcto vni[us] linee i diuersas partes exierint duosq circa se angulos rectos aut duobus rectis eq̃les fecerit: ille due linee sibi directe coniũcte sunt & linea vna ¶ Sit vt a pũcto.b.liee.a b.exeãt due linee i oppositas ptes q̃ sint.b.c.&.b.d.& faciãt duos angulos q̃ sũt.c.b.a.&.d.b.a.eq̃les duob[us] rectis: tũc dico q̃ due linee.c.b.&.d.b.sũt sibi inuicẽ directe cõiũcte & linea vna: & hec ẽ q̃si cõuersa p̄oris: q̃ si nõ fuerit linea vna tũc ptrahat.c.b.incõtinuũ & directũ q̃ q̃a nõ ẽ linea vna cũ.d.b.trãsibit sup eã vt.b.e.aut infra eã vt.b.f.q̃a.ergo sup lineã rectã q̃ ẽ.c.b e.cadit liea.a.b.erũt anguli.c.b.a.& e.b.a.eq̃les duobus rectis p p̄cedẽtẽ: & q̃a oẽs recti sũt adinuicẽ eq̃les p.3.petitiõem anguli quoq.c.b.a.&.d b.a.sũt eq̃les duobus ãgulis rectis p ypothesym erũt duo anguli.c.b.a.&.e.b.a. equales duobus angulis c.b.a.&.d.b.a.ergo dẽpto cõi angulo.c.b.a.erit angulus.e.b.a.equalis angulo.d.b.a.ps totis qđ ẽ ipossibile. Silr̄ lineã.c.b.ptractã pbabis angulũ.d.b.a.ẽẽ equalẽ angulo.f.b.a.si forte diceret aduersarius lineã.c.b.ptractã cadere infra.b d.

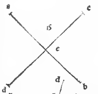


Propositio .15.

Omnium duar[um] linear[um] se inuicem secãtium: oẽs anguli contra se positi sunt eq̃les: vnde manifestum ẽ q̃ cum due linee recte se inuicem secant quatuor qui fiunt anguli quatuor rectis esse equales.

¶ Sint due linee.a b.&.c.d se inuicẽ secãtes in pũcto.e.dico q̃ ãgulus.d.e.b.ẽ eq̃lis angulo.a.e.c.& angulus.b.e.c.ẽ eq̃lis angulo.a.e.d. Erũt.n.p.13.duo anguli.a.e.c.&.c.e.b eq̃les duobus rectis: itẽq duo anguli.c.e.b.&.d.e.b.eq̃les duobus rectis p eãdẽ: q̃re duo &

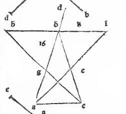
mi sūt eq̄les duobus postremis eo q̄ oēs recti sūt adīuicē eq̄les p̄ 3. petitionē: dēpto ergo cōi angulo q̄ ē .c.e.b. erit angulus .a.e.c. eq̄lis āgulo .d.e.b. Eodē mō p̄babit angulum .c.e.b. esse eq̄lem angulo .a.e.d. q̄d ē p̄positū.



Propositio .16.

Si quodlibet laterum triāguli directe protrahatur faciet angulum extrinsecum vtroq̄ angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

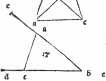
℄ Sit vt trianguli .a.b.c. latus .a.b. p̄trahatur vsq̄ ad .d. dico q̄ angulus .d.b.c. maior est vtroq̄ duoꝝ anguloꝝ intrinsecoꝝ sibi oppositoꝝ q̄ sunt .b.a.c ꝫ .b.c.a. Diuidā n. p̄ 10. lineam .c.b. p̄ eq̄lia in puncto .e. ꝫ p̄traham .a.e. vsq̄ ad .f. ita vt .e.f. fiat eq̄lis .a.e. ꝫ protraham lineā .f.b. Intelligo duos triāgulos .c.e.a. ꝫ .b.e.f. ꝫ quia duo latera .a.e. ꝫ .e.c. triāguli .a.e.c. sunt eq̄lia duobus lateribus .f.e. ꝫ .e.b. trianguli .f.e.b. ꝫ angulus .e. vnius est eq̄lis angulo .e. alterius p̄ p̄missam quia sunt anguli cōtrapositi: erit p̄ .4. angulus .e.c.a. eq̄lis angulo .e.b.f. ꝫ iō angulus .e.b.d. maior erit āgulo .b.c.a. Silr̄ quoq̄ p̄babitur q̄ est maior angulo .c.a.b. Nam diuidam .a.b. per equalia in puncto .g. p̄ 10. ꝫ protraham lineam .g.h. eq̄lem linee .c.g. p̄ .3. postea p̄traham .h.b.k eruntq̄ duorum trianguloꝝ q̄ sunt .a.g.c. ꝫ .b.g.h. duo latera .a.g. ꝫ .g.c. p̄mi eq̄lia duobus lateribus .b.g. ꝫ .g.h. scdi: ꝫ angulus .g. vnius angulo .g. alterius per .15. ergo p̄ .4. angulus .g.a.c. est equalis angulo .g.b.h. quare p̄ 15. ꝫ angulo .k.b.d. ꝫ quia angulus .c.b.d. est maior angulo .k.b.d. erit etiā maior angulo .b.a.c. quod est propositum.



Propositio .17.

Omnis trianguli duo quilibet anguli duobus rectis sunt minores.

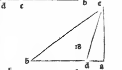
℄ Sit triangulus .a.b.c. dico q̄ duo qlibet eius anguli duobus rectis sunt minores: p̄trahat n. vnū latus eius vt .b.c. vsq̄ ad .d. eritq̄ p̄ precedētem angulus .c. extrīsecus maior .a. ꝫ maior .b. sed .c. extrinsecus cū .c. intrinseco ē eq̄lis duobus rectis per .13. ergo anguli .b. ꝫ .c. intrinseci siue anguli .a. ꝫ .c. intrinseci sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus .b.a. probabitur q̄ duo anguli .a. ꝫ .b. sunt minores duobus rectis: quod est propositum.



Propositio .18.

Omnis trianguli longius latus maiori angulo oppositum est.

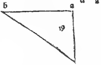
Sit vt in triāgulo .a.b.c. angulus .a. sit maior angulo .c. dico q̄ latus .c.b. maius erit latere .a.b. Si .n. sit eq̄le erit per .5. āgulus .a. eq̄lis angulo .c. quod ē cōtra ypothesym. Si aūt .a.b. sit maius resecetur ad equalitatē .c.b. p̄ .3. sitq̄ .d.b. eq̄le .c.b, erit ergo p̄ .5. angulus .d.c.b. eq̄lis angulo .b.d.c. sed .b.d.c. est maior angulo .b.a.c. p̄ .16. ergo .b.c.d. ē maior .b.a.c. quare multo fortius maior .a.c.b. p̄s toto: q̄d ē ipossibile.



Propositio .19.

Omnis trianguli maior angulus longiori lateri oppositus est.

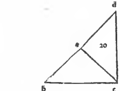
℄ Sit vt ī triāgulo .a.b.c. latus .b.c. sit maius latere .a.b. dico q̄ angulus .a. erit maior angulo .c. ꝫ est conuersa precedentis. Si .n. sit equalis tunc per .6. latus .a.b. est equale lateri .b.c. quod est contra ypothesym. Si autem .c. sit maior tunc per precedentem latus .a.b. est maius latere .b.c. quod est contra ypotesym quare astruit̄ p̄positū.



Propositio .20.

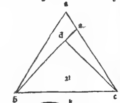
Omnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

℄ Sit triangulus .a.b.c. dico q̄ duo latera .a.b. ꝫ .a.c. sunt longiora latere .b.c. Protrahatur linea .b.a. vsq̄ ad .d. ita vt .a.d. sit equalis .a.c. ꝫ protrahatur .c.d. p̄ .5. erit angulus .a.c.d. eq̄lis angulo .d. q̄re angulus .b.c.d. est maior angulo .d



ergo per.18.latus.b.d.est maius latere b.c.sed.b.d.est equale.a.b.&.a.c.q̄re.b.a.&.a.c.simul iuncta sint maiora.b.e.

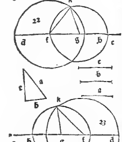
Propositio .21.



Si de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum unum conuenniant eedem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt & maiorem angulum continebunt.

Sit ut in triāgulo.a.b c.ab extremitatibus lateris.b.c. concurrant due linee.b.d.&.c.d.ad punctum.d.intra triangulum.a.b.c. dico q̄ ipse simul iuncte sint breuiores duabus lineis.a.b.&.a.e.simul iunctis & q̄ angulus.d.est maior angulo.a Protraham enim.b.d.usq̄ quo secet latus .a.c.in puncto.e.eruntq̄ per.20.b.a.&.a.e.simul iuncte maiores b.e.ergo.b.a &.a.e.sunt maiores.b.e.&.e.c.At vero d.e.&.e.c simul iuncte per eandē sunt maiores.d.c.quare.b.e.&.e.c.sunt maiores.b.d.&.d.c. & quia.b.a.&.a.c.sunt maiores.b.e.&.e c.ut pbatū ē prius erūt multo fortius maiores.b.d.&.d.c.qđ est primū ꝓpositum. Atq̄m angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c.p.16.& angulus d.e.c.est maior angulo.c.a.b.p eandem erit angulus.b.d.c.multo fortius maior angulo.b.a.c.qđ est scḋm propositum.

Propositio .22.



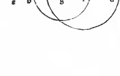
Tribus lineis rectis propositis quarum due quelibet simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte proposite.a.b.c.& sint quelibet due simul iūcte longiores reliqua.aliter.n.ex illis tribus equalibus triangulus non posset constitui per.20. Cum igit ex illis tribus predictis voluero cōstituere triangulum: sumo lineam rectam quesit.d.e.cui non pono a pte.e.determinatum finem: de qua sumo per 3.d.f.equalem.a.& f g.equalem b.&.g.h.equalem.c.factoq̄ puncto.f.cētro describo sm q̄titatem linee.f d.circulū.d.k.Itemq̄ facto.g.cētro describo sm q̄titatem linee.g h.k.h.qui circuli intersecabunt se in duobus punctis quorum unum sit.k.alioquin sequeretur unam dictarum linearum esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis: quod est contrarium positi: Duco ergo lineam.k.f.&.k.g.eritq̄ triangulus.k.f.g.constitutus ex tribus lineis equalibus lineis.a.b.c.datis: sunt enim.f.d.&.f.k.equales q̄m sunt a cētro ad circūferētiam quare.f.k.est equalis.a.[a] Similiterq̄.g h.&.g.k.sunt equales: quia exeūt a centro ad circūferētiam: quare.g.k.ē equalis.c.& quia.g.f.sumpta fuit equalis.b.patet ꝓpositum manifeste.

Castigator

a Quia.d.f.per ypothesim equatur linee.a.& eidem.d.f.per diffinitionē circuli seu centri equatur.f.k.& ideo per concep.sextam si fuerit due res uni equales &c.f.k.equatur.a.

Propositio .23.



Data recta linea super terminum eius cuilibet angulo proposito equum angulum designare.

Sit data linea.f.e.que est in superiori figura: & sint linee b.a.continentes angulum datum cui subtendam basim c.super punctum.f.linee.e.f.iuberem facere equalem angulum angulo dato. Ad lineam.e.f.adiungo.f.d.equalē linee.a.& ex.f.e.sumo.f.g equalem.b & ex.g.e.sumo.g.h.equalem.c. & super puncta f.&.g.describo duos circulos.d.k.&.k.h.sm quantitatem duarum linearum f.d.& g.h.& intersecantes se in puncto.k.sicut docuit ꝓcedens: ductisq̄ lineis k.f.&.k.g.erunt equalia duo latera.k.f.&.f.g.trianguli.k.f.g.duobus lateribus.a.&.b trianguli.a.b.c &.basis.g.k.equalis basi.c.ergo per.8.angulus.k.f.g.equalis erit angulo contento ab.a.&.b.quod est propositum.

Propositio .24.

Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus cōtentorum alter altero maior: basis quoq̧ eiusdem basi alterius maior erit.

¶ Sint duo triāguli.a.b.c.⁊.d.e.f.sintq̧ duo latera.a.b.⁊ a.c.eq̄lia duobus lateribus.d.e.⁊.d.f.⁊ vnūquodq̧ suo correlatiuo dextrū.s.dextro sinistꝝ.q̧ sinistro. Sitq̧ angulus.a.maior angulo.d.dato. Dico ꝙ basis.b.c.maior erit basi.e.f. Faciā.n. iuxta doctrinam p̄cedētis angulū e.d.g.eq̄lem angulo.a.eritq̧ angulus e.d.f.ps eius. Et ponā.d.g.eq̄lem.a.c. Et ꝑtraham.e.g.q̄ aut trāsibit supra.e.f.vt secet lineam.d.f.aut super.e.f.vt sit secum linea vna: aut infra. Trāseat ergo p̄mo sup̄. Et q̄a.a.b.⁊.a.c latera triāguli.a.b.c.sunt equalia.e.d.⁊.d.g.lateribus triāguli.e.d.g.⁊ angulus.a.āgulo.d.totali: erit p.4.basis.b.c.equalis basi.e.g. At ꝟo quia.d.g.⁊.d.f.sunt eq̄les: nam vtraq̧ ē equalis.a.c.erit p.5.angulus.d.f.g.equalis angulo.d.g.f. Quare.d f.g.maior erit.f.g.e.ergo.e.f.g.multo fortius maior ē eodem.f.g.e.ergo p.18.latus.e.g.maius ē latere.e.f.quare ⁊.b.c.maior ē.e.f.quod ē ꝓpositū. Si ꝟo.e.g.trāseat sup.e.f.⁊ sit secū linea vna tūc e.f.erit ps.e.g.p vltimā ergo cōceptiōe3 p3 ꝓpositū. Si ꝟo.e.g.trāseat ifra.e.f.ꝑtrahant due liee.d.f.⁊.d.g.q̄ sunt eq̄les vt ꝓbatū ē vsq̧ ad.k.⁊ ad.h.fietq̧ per scd̄am partē q̄nte sub basi.f.g.anguli.k.f.g.⁊.f.g.h.equales: quare angulus.e.f.g.maior erit angulo.f.g.e.ergo per.18.latus.e.g.maius est latere.e.f.q̄re.b.c.maior ē.e.f.quod est ꝓpositum. Istud vltimum mēbꝝ posset ēt ꝓbari per.21.p ipsam.n.erūt in dispositiōe tertia due linee.d.g.⁊ e.g.maiores duabus lineis.d.f.⁊.f.e.⁊ q̄a.d.g.ē eq̄lis.d.f.ꝓpter hoc ꝙ ambe sunt equales.a.c. Erit.g.e.maior.e.f.quare ⁊.b.c.maior: q̄d ē ꝓpositū. melius tn̄ est demonstrare priori mō vt in oi dispositione arguat ꝑ q̄ntā.

Propositio .25.

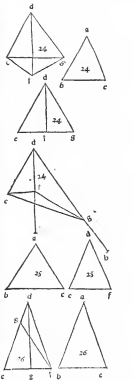
Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerit equalia: basis ꝟo vnius basi alterius fuerit maior: erit quoq̧ angulus trianguli maioris illis equis lateribus cōtentus angulo alterius se respiciēte maior.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sintq̧ duo latera.a.b.⁊ a.c.primi equalia duobus lateribus.d.e.⁊.d.f.secundi vnūquodq̧ suo correlatio: sitq̧ basis.b.c.maior basi.e.f.dico ꝙ angulus.a.maior erit angulo d.hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit: sic.n.esset per 4.basis.b.c.equalis basi.e.f.quod ē cōtra ypothesim: sed nec minor quia sic esset.d.maior: ⁊ ita per precedentem basis.e.erit maior basi.b.c.quod est contrarium propositioni quare maior erit sicq̧ propositum astruitur.

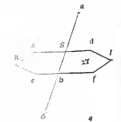
Propositio .26.

Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius ⁊ vterq̧ se respicienti equales fuerint latus quoq̧ vnius lateri alterius equale: fueritq̧ latus illud inter duos angulos equales aut vni eorum oppositū: erunt quoq̧ duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus vnumquodq̧ se respicienti equalia: angulusq̧ reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq̧ angulus.b.equalis angulo.e.⁊ angulus.c.equalis angulo.f.sitq̧ latus.b.c.equale lateri.e.f.aut alterum duorum laterum.a.b.⁊.a.c.equale alteri duorum laterum.d.e.⁊.d.f.ita q̧.a b.sit equale.d e.aut.a.c.d f.dico ꝙ reliqua duo latera vnius erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius ⁊ reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet.a.angulo.d Ponam ergo primo vt latus.b c.super quod iacent anguli.b.c sit equale lateri.e.f.super quod iacent angu



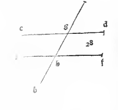
lꝫ e.f.qui positi sunt equales angulis.b.c.tunc dico ꝙ latus.a.b.est equale lateri.d.e.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d. Si.n.latus.a.b.nõ sit equale lateri.d.e.alterum erit maius: sit ergo maius.d.e.quod resecabo ad equalitatem.a.b.sitq̧.g.e.equale.a.b.⁊ producam lineam.g.f.eritq̧ per.4.angulus g.f.e.equalis angulo.a.c.b.quare ⁊ ãgulo.d.f.e.c.pars toti quod est impossibile:erit ergo.d.e.equale.a.b.ergo ꝑ.4.d.f equale.a.c.⁊ angulus.d.equalis angulo.a.quod est primum membrum diuisionis ꝓposite. Sint rursus vt prius duo anguli.b.⁊.c.equales duobus angulis.e.⁊.f. sitq̧ latus.a.b.quod opponitur angulo.c.equale lateri.d.e.quod opponitur angulo.f.cui positus est equalis angulus.c.dico ꝙ latus.b.c.erit equale lateri.e.f.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d.Si.n.latus.e.f.nõ fuerit equale lateri b.c.erit alterum maius:sit ergo.e.f.maius:ponatur itaq̧ e.g.equale.b.c.⁊ producam lineam.d.g.eritq̧ per.4.angulus.d.g.e.equalis angulo.a.c.b.quare ⁊ angulo.d.f.e.extrinsecus videlicet intrinseco qđ est impossibile:ꝑ 16. Erit ergo.e.f.equale.b.c.ergo per.4.latus.d.f.equale lateri.a.c.⁊ angulus.d.totalis angulo.a.quod est secundum membrum diuisionis proposite: quare totum manifeste patet.



Propositio .27.

SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosq̧ angulos coalternos sibiinuicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

¶ Sit vt linea.a.b.cadat super duas lineas.c.d ⁊.e.f.⁊.secet lineam.c.d.in pũcto.g.⁊ lineam.e f.in puncto.h.sitq̧ angulus.d.g.h.equalis angulo.e.h.g.dico ꝙ linee.c.d.⁊ e.f.sunt equidistantes.Si.n.non concurrant aut ad partem.c.e super punctum.k aut a parte.d.f.super punctum.l.⁊ qualitercunq̧ fuerit accideti possibile per.16.videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nã vnus dictorum angulorꝫ coalternorꝫ qui positi sunt equales erit extrinsecus ⁊ reliquus intrinsecus. Quia igiť ĩpossibile est eas cõcurrere ĩ alterutrã ꝑtem ꝑtractas ipse ꝑ diffinitionem erũt eq̃distãtes: quod est propositum.



Propositio .28.

SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritq̧ angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito eq̃lis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

¶ Sit vt linea.a.b.secet duas lineas.c.d.⁊.e.f.in pũcto.g ⁊.h.sitq̧ angulus.g.extrinsecus equalis angulo.h.intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem parte sumpti sint eq̃les duobus angulis rectis.Dico ꝙ due linee.c.d.⁊.e.f.sunt equidistantes.

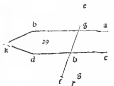
¶ Sit ergo primo angulus.d.g.a.equalis angulo.f.h.g.eritq̧ per.15.angulus.c.g.h.equalis eidem angulo.f.h.g.q̃re per premissam.c.d.⁊.e.f.sunt equidistãtes. Sint rursus duo anguli.d.g.h.⁊.f.h.g.equales duobus rectis. Et quia per.13.duo anguli.d.g.h.⁊.c.g.h.sunt similiter equales duobus rectis erit angulus.c.g.h.equalis angulo.f.h.g.quare per premissam.c.d.⁊ e.f.erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .29.

SI duabus lineis equidistantibus linea superuenerit duo anguli coalterni equales erunt:angulusq̧ extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemq̧ duo anguli intrinseci ex alterutra parte cõstituti duobus rectis angulis equales.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistãtes super quas cadat linea.e.f.secans eas in punctis.g.⁊.h.dico ꝙ anguli.g.⁊.h.coalterni sunt equales:⁊ ꝙ angulus.g.extrinsecus est equalis angulo.h.intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto:⁊ ꝙ anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem par

te sumpti sunt eq̄les duobus rectis: & hec est conuersa duarum precedētiū. Primum sic patet. Si enim angulus.b.g.h.non est equalis angulo.c.h.g. alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus.c.h.g. & quia duo anguli. c.h.g. & .g.h.d. sunt equales duobus rectis per.13. erūt duo anguli.b.g.h. & d.h.g. minores duobus rectis ergo per quartam petitiōem due linee.a.b. & .c.d. si protrahantur cōcurrent in parte.b. & .d. ad punctū aliquem vt ad k. non ergo sunt equidistanter per diffinitionem quod est contra ypothesim: & quia hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni.b.g.h. & .c.h.g. equales quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum est.n.per.15. angulus.b.g.h. equalis angulo.a.g.e. ergo angulus.a.g.e. erit equalis angulo.c.h.g. extrinsecus videlicet intrinseco: quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per.13. duo anguli.a.g.e. & .a.g.h. equales duobus rectis. ergo duo anguli.a.g.h. & .c.h.g. erunt etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti: quod est tertium propositum.

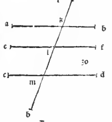


Propositio 30.

Si fuerint due linee vni equidistantes eedem sibiinuicem equidistantes erunt.

¶ Sint due linee.a.b. & .c.d. quarum vtraq̄ equidistet linee.e.f. dico illas duas videlicet.a.b. & .c.d. esse equidistantes. hoc aūt est vniuersaliter verum siue due linee.a.b. & .c.d. sint in vna superficie cum linea.e.f. siue non: hic tamen non intelligitur nisi secundum q̄ omnes sint in superficie vna. secundum.n. q̄ sint in diuersis superficiebus probatur in nona.libri.11. q̄ sint equidistātes. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem lineam.g.h. secantem lineas.a.b.e.f. & .c.d. in punctis.k.l.m. & quia.a.b. equidistat.e.f. erit angulus.b.k.l. equalis angulo.e.l.k. per primam partem precedētis cum illi sint coalterni. atq̄ .c.d. equidistat.e.f. erit angulus k.l.e. extrinsecus equalis angulo.l.m.c. intrinseco per secundam partem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l. est equalis angulo.c.m.l. qui cum sint coalterni erunt per.27. linee.a.b. & .c.d. equidistantes. quod est propositum.

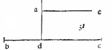
¶ Similem habes in.16.11.



Propositio .31.

A puncto extra lineam dato linee proposite equidistantem ducere.

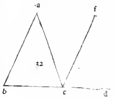
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq̄ protrahatur per ipsum non transit. Sit ergo punctus.a. datur extra lineam.b.c. a quo oportet protrahere lineam equidistantem .b.c. protrabo lineam.a.d. qualitercunq̄ contingat & super punctum.a. qui est extremitas linee.a.d. constituo angulum.e.a.d. per doctrinam.23. equalem angulo.b.d.a. sibi coalterno. eritq̄ a.e. equidistans.b.c. per.27. quod est propositum.

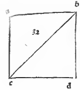


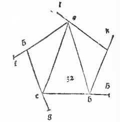
Propositio .32.

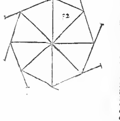
Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autē tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit triangulus.a.b.c. cuius latus.b.c. protrahatur vsq̄ ad.d. dico q̄ angulus.c. extrinsecus est equalis duobus angulis.a. & .b. intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & q̄ tres anguli trianguli.a.b.c. simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto.c protrahā c.f. eq̄distantē.a.b. sm̄ doctrinā p̄cedentis eritq̄ angulus.f.c.a. eq̄lis angulo.a. q̄a sunt coalterni p̄ p̄mā p̄tē.29. & angulus.f.c.d. extriñsecus eq̄lis angulo b. itriñseco p̄ s̄cdam p̄tē eiusdē. q̄re totus.a.c.d. extriñsecus ē eq̄lis duobus angulis.a. & .b. intriñsecis sibi oppositis. qđ ē p̄mū. & q̄a duo anguli.a.c.b. & a.c.d. sunt eq̄les duobus rectis p̄.13. erunt tres anguli.a.b. & .c. intrinseci eq̄







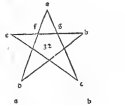


les duobus rectis: quod est fm propositum. ¶ Ex hac aūt patet q̄ oīs figure poligonie[a]: oēs anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt equales quotus est numerus quo a prima destiterit duplicatus: verbi gratia. Poligoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duarum linearum: tum figura sit clausio linearum: tunc due linee recte includerēt superficiem quod est impossibile per vltimam petitioēm. Quadrilatera secunda: pentagona 3ª: similiter aūt q̄libet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo q̄ triangule q̄ ē prima oēs anguli sunt eq̄les duobus rectis. Quadrilatere q̄ est secunda erunt equales quatuor rectis ꝛ penthagōe q̄ est tertia erūt equales sex rectis. Hoc aūt inde manifestum est q̄m cum quelibet talis figura sit in tot triāgulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulorum eius ad oēs angulos oppositos: sintq̄ oēs anguli oīs triāguli duobus rectis equales erunt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. Sit.n. exempli gr̄a: Penthagonus a.b.c.d.e.a cuius angulo.a. ducam lineas ad angulos.c.d. sibi oppositos: eritq̄ totus pētagonus resolutus in triāgulos.a.b.c.a.c.d.ꝛ.a.d.e. quorum cū cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erūt penthagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplū numeri angulorum aut laterum eius inde dempto binario. ¶ Possumus quoq̄[b] ꝛ sic idem proponere dicētes q̄ oīs figure poligonie oēs anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales q̄tus ē numerus quē eius anguli duplicāt inde dempti quatuor pūcto.n. quolibet itra figuram signato ꝛ ab eo ad singulos angulos lineis ꝑtractis erit ipsa figura i tot triāgulos resoluta quāti fuerint eius anguli: itaq̄ oēs anguli oium illorum triangulorum pariter accepti tot rectis angulis erūt equales q̄tus est numerus quē duplicāt anguli ꝓposite figure: cū itaq̄ sint oēs anguli triāgulorum in quos ipsa resoluta est pūctum mediū circūstantes quatuor rectis equales p.13. manifestum cōstat ꝓpositum. ¶ Similiter quoq̄ patet q̄ oīs figure poligonie anguli oēs extrinseci q̄tuor rectis angulis sunt equales: sunt.n. intrinseci ꝛ extrinseci bis tot rectis equales quot hūerint angulos per.13. Intrinseci āt sunt bis tot rectis equales quot hūent angulos dēptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est ꝓpositum. Exēpli gr̄a: ꝓpositi penthagoni latera ꝓtrahantur vt fiant anguli extrinseci.a.b. q̄dem ꝓtrahatur vsq̄ ad.f.b.c. vsq̄ ad.g.c.d. vsq̄ ad.h.d.e. vsq̄ ad.k.e.a. vsq̄ ad.l. eritq̄ per.13. duo anguli.a. intrinsecus ꝛ.a. extrinsecus equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli.b. intrinsecus ꝛ.b. extrinsecus: sic ꝛ ceteri quare.a.b.c.d.e. anguli intrinseci ꝛ extrinseci decē rectis. demptis igitur intrinsecis q̄ sunt eq̄les sex rectis erūt extrinseci.v3.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h.ꝛ a.e.k. eq̄les quatuor rectis. ¶ Patet ēt q̄ oīs pēthagoni cuius vnūquodq̄ latus duo secat ex reliq̄s h3.5. angulos duobus rectis equales. Sit qualis proponit pētagonus.a.b.c.d.e.ꝛ secet latus.a.c. latus.b.e. in pūcto.g.ꝛ latus a.d. idem latus.b.e. in pūcto.f. eritq̄ angulus.a.f.g. equalis duobus angulis.b.ꝛ.d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo.f.d.b. Itēq̄ angulus.f.g.a. erit equalis duobus angulis.c.ꝛ.e. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo.g.c.e. sed duo āguli.a.f.g.ꝛ.f.g.a. cū angulo.a. sunt eq̄les duobus rectis ergo q̄tuor anguli.b.d.ꝛ.c.e. sunt cū angulo.a. eq̄les duobus rectis: q̄d ē ꝓpositū.

Castigator.

a ¶.s. multiangule nā grece poly. multū gonia vō angulū significat ēt figure plurīū angulorum dicere possumus. b ¶ Possumus quoq̄ ꝛ sic idem ꝓponere ꝛc. Ista regula aducitur infra in.11. libri.11.ꝛ multū facit ad illā ꝛ sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat̄ figura egredientium angulorum ꝛ ē.1. in ordine q̄a nec trianguli nec quadrāguli latera ꝓtracta in cōtinuū ꝛ directū cōcurrēt vt patet intuēti quia tunc due linee recte clauderent superficiem cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidistantia non concurrent sed si non sint equidistantia habebit angulos acutos ꝛ obtusos igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

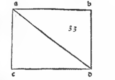
minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina &
bina continent angulos obtusos ergo utrunq; ꝓtracta cōcurrent & sic ē pri
ma talium.



Propositio .33.

Si in summitatibus duarum linearum equidistan
tium equalis quantitatis alie due linee coniungā
tur ipse quoq; equales & equedistantes erunt.

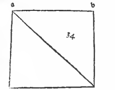
Sint due linee. a. b. & c. d. equales & equedistātes qua
rum extremitates coniungam ꝑ lineas. a. c. & b. d. quas
dico esse equales & equidistantes. Protrahā. n. lineam.
29 a. d. & quia linee. a. b. & c. d. sint equidistātes erit angulus. b. a. d. equa
lis angulo. a. d. c. ꝑ primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a.
d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c & d. a. trianguli. d. c.
4 a. & angulus a. primi equalis angulo. d. secundi. ergo ꝑ. 4. basis. b. d. pri
mi est equalis basi a. c. secundi. & angulus. a. d. b. primi equalis angulo.
d. a. c. secundi. At quia ipsi sint coalterni erunt linee. b. d. & a. c. equidi
27 stātes. per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equales: patet proposi
tum utrunq;.



Propositio .34.

Omnis superficies equidistantibus contenta lateri
bus lineas atq; angulos ex adverso collocatos ha
bet equales diametro dividente eam per medium.

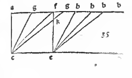
Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum: ita q
linea. a. b. equidistet. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a.
b. & c. d. item duas lineas. a. c. & b. d. esse equales. Simi
liter & dico angulum. a. eē equalem angulo. d. & angulum. b. angulo. c.
Protrahā diametrum. a. d. que etiam dividet superficiem illam ꝑ me
29 dium. cum. a. b. & c. d. sint equidistantes: erunt anguli. b. a. d. & c. d. a.
qui sunt coalterni equales per. 29. At quia ēt. a. c. & d. b. sint equidistan
tes: erunt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equales ꝑ eandem.
Intelligo. n. duos triāgulos. a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli. a. & d.
trianguli. a. d. b. sint equales duobus angulis. d. & a. trianguli. d. a. c. &
latus. a. d. super quod iacent illi anguli in utroq; triangulo est cōe: erit ꝑ
26 26. latus. a. b. equale lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. an
gulo. c. & quia angulum. a. totalem patet esse equalem angulo. d. totali
per secundam conceptionem totum propositum cū correlario liquet.

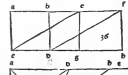


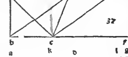
Propositio .35.

Omnes superficies equidistantium laterum super
unam basim atq; in eisdem alternis lineis consti
tute equales esse probantur.

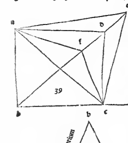
Sint due linee. a. b. & c. d. equidistātes inter quas fiat
a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim. c
e. & super eandem basim & inter easdem lineas fiat alia su
perficies. g. c. h. e. similiter equidistantium laterū: dico duas predictas sup
ficies esse equales quod sic probatur. Aut. n. linea. c. g. secabit lineā. a.
b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in pūcto. f. aut in aliquo puncto linee
b. f. secet ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in prima figuratione
apparet. & quia utraq; duarum linearum. a. f. & g. h. est equalis linee. c.
e. per precedentem una earum erit equalis alteri dempta ergo linea. f. g.
cōi remanebit. a. g. equalis. f. h. Quia per precedētem iterū est. a. c. equa
29 lis. f. e. & angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. videli
4 cet extrinsecus intrinseco erit per. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo
f. e. h. ergo irregulari figura quadrilatera que ē. g. c. f. e. addita utriq; erit
superficies. a. c. f. e. equalis superficiei. g. c. h. e. quod est propositū. Se
cet ergo modo linea. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secunda figura
tione apparet. eruntq; simili argumentatione priori duo trianguli. a. c.
f. & f. c. h. equales quare utrobiq; addito triangulo. f. c. e. patet proposi
tum. Secet tertio modo linea. c. g. lineā. a. b. inter duo puncta. f. h. ut
in tertia figuratione apparet: secabitq; lineam. f. e. sicut in puncto. k. &

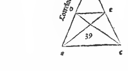












quia simili argumentatione priori linea.a.f.ẽ equalis linee.g.b.facta cõmuni linea.g.f.erit a.g.equalis.f.h.ꝰ triangulus.a.g.c.equalis triangulo f.c.h.adito ergo utriq; triangulo.c.k.e.ꝰ detracto ab utroq; triangulo.f.k.g.erit superficies.a.c.f.e.equalis superficies.g.c.h e.quod est ppositum.

Propositio .36.

Omnia paralellograma in basibus equalibus atq; in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

Paralellogramum dicitur superficies equidistantium laterum. Sint due superficies.a.b.c.d.ꝰ.e.f.g.h.equidistãtium laterum constitute inter duas lineas equidistantes q̃ sunt.a.f.ꝰ.c.h.ꝰ super equales bases que sunt.c.d.ꝰ.g.h.dico eas esse equales. Nam protraham duas lineas.c.e.ꝰ.d.f.eritq; per.33.superficies.c.d.e.f.equidistantium laterum propter hoc q̃.e.f.est, equalis ꝰ equidistans.c.d.nam utraq; earum est equalis.g.h. Quia ergo per premissam utraq; duarum superficierum.a.b.c.d.ꝰ.e.f.g.h.est equalis superficiei c.d.e.f.ipse erunt sibi inuicem equales: quod est propositum. 33

Propositio .37.

Equales sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem basim atq; inter duas lineas equidistantes sunt cõstituti.

Sint duo triãguli.a.b.c.ꝰ.d.b.c.constituti super basim b.c.inter duas lineas.a.e.ꝰ.b.f.que sint equidistantes: dico eos esse equales. Protraham enim.c.g.equistantem.a.b.ꝰ.c.h.equidistantem.d.b.per.31.eruntq; due superficies.a.b.c.g.ꝰ.d.b. 31
c.h.equales per.35.ꝰ quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium.34.ipsi erũt equales per cõem sciam que est quoꝝ tota sunt eq̃lia 35
ꝰ dimidia: sicq; patet propositum. 34

Propositio .38.

Si duo trianguli super bases equales atq; inter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

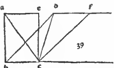
Sint duo trianguli.a.b.c.ꝰ.d.e.f.constituti super bases b.c.ꝰ.c.f.equales ꝰ iter lineas.a.g.ꝰ.b.h.equidistantes: dico eos esse eq̃les. Protraham enim.c.k.equidistãtem.a.b.ꝰ.f.l.equidistantem.e.d.eruntq; due superfieies.a.b.c.k.ꝰ.d.e.f.l.equales per.36.ꝰ quia dicti trianguli sunt eaꝝ dimidia p correlarium.34.ipsi 36
erunt eq̃les p antedictam cõem sciam. 34

Propositio .39.

Omnes duo trianguli equales si in eandem basim ⁊ ex eadem parte ceciderint: inter duas lineas equidistantes erunt.

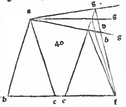
Sint duo triãguli.a.b.c.ꝰ.d.b.c.cõstituti super basim b.c.ex una eademq; parte: sintq; equales: dico eos esse inter lineas equidistantes ꝰ hec est cõuersa.37. A puncto.a.p- 37
traham lineam equidistantem linee.b.c.que si pertransierit per punctum d.liquet propositum. Si autem ptransierit supra aut infra: transeat primo supra ꝰ sit.a.e.producaturq;.b.d.usquequo secet lineã.a.e.in puncto.e.ꝰ protraham lineam.e.c.ꝰ quia triãgulus c.b.e.est eq̃lis triãgulo.a.b.c.p.37. 37
ꝰ triangulus.d.b.c.positus est eq̃lis triãgulo a.b.c.erit triãgulus.d.b.c.eq̃lis triangulo e.b.c.ps toti quod est impossibile. Nõ igitur ptransibit linea q̃ a puncto.a.ducitur eq̃distanter.b c.supra.d.trãseat.ergo infra.ꝰ sit a.f.secãs lineam.d.b.in pũcto.f.ptraham ergo lineam.f.c.ꝰ quia p.37. 37
triãgulus.f.b.c.est eq̃lis triãgulo.a.b.c.ipse ẽt erit equalis triãgulo.d.b.c.ps toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto.a.equidistãter b.c.non trãsit nisi p punctum.d.patet propositum. Ex hac aũt ꝰ premisse nota q̃ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera p eq̃ secet uel secuerit ipsa erit tertio equidistãs quod sic pbatur. Sit triãgulus.a.b.c.cuius duo latera q̃ sunt a.b.ꝰ.b.c.secet linea.d.e.p equalia.a.b.quidem in pũcto.d.ꝰ.b.c.in puncto.e.dico q̃ linea.d.e.ẽ equidistãs.a.c.Protraham

38 enī in q̄drilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.& .d.c.eritq̄ p.38.triāgulus.a.e.d
equalis triangulo.d.e.b.propter id q̄ linea.a.d.posita est equalis linee.d.
b. Itemq̄ per eandem triangulus.c.e.d.erit equalis eidem triangulo.d.
e.b.propter id q̄ linea.c.e.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a.
e.d.est equalis triangulo.c.e.d.quia ergo ipsi sunt constituti super eandē
39 basim.uidelicet lineam.e.d.& ex eadem parte ipsi,erunt p hanc.39.inter li
neas equidistantes ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c.quod quidē
propositum ad quintam quarti tibi ualebit.



Castigator

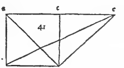
a Iste concursus pbatur per tertiam partem.29.per eam enim & per ad'
uersarium'duo anguli intrinseci totales.a.& .b.sunt equales duobus rectis
sed linea.b d.latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in du
os ptiales. Et quia super lineas.a.e.& .b d.cadit linea.a b.que ex parte.e.&
d.facit duos angulos minores duobus rectis scilicet.a b d.& .e a b.quare
per.4.petitionē due linee.a e.& .b d.in eandem partem protracte concur'
rent. Vel sic per.30.si non concurrant.a e.& .b d.per aduersarium.ipse
per diffinitionem erunt equidistantes & quia et ex ypothe.b c.equidistat
a e.ideo'per.30.b d.& .b c.erunt equidistantes'cum utraq̄ equidistet.a e.
& sic.b d.cum.b c.non cāsarent angulū .d.b.c.q̄d est contra ypothesim.
Potest etiam propositum huius.39.concludi ostensiue sic per con'
uersionem.35.sic deducendo uidelicet ducam a puncto.e.per.31.equidi
stantem lateri.a b.q̄ sit.c e.quam ponam per.3.equalem ipsi.a b.& coniū
gam extremitates.a.& .e.per lineam.a e.per primam petitionem q̄ erit e'
qualis & equidistans basi.b c.per.33.deinde ab eodem puncto.c.p eandē
31.erigam equidistantem lateri.b d.que sit.c.f.quam similiter ponam
per.3.equalem ipsi.b d.demum per rectam coniungam extremitates.d f
per eandem petitionem que similiter erit equalis & equidistans ipsi basi
b c.per eandem.33.& sic sunt due superficies equidistantium laterum.equa
les quia dicti trianguli sunt earum dimidia & sunt equales per ypothesim
ergo ipse sunt equales per conceptionem quoꝝ dimidia sunt equalia tota
quoq̄ sunt equalia & sunt super eandem basim.b,c.ergo p conuersionem
.35.ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt.a f.& .b c.& sic earū
dimidia que sunt ipsi trianguli. Ista facit ad secundam.12.& ad pri'
mam.14.& .6.& .7.8.17.



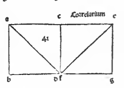
Propositio .40.

Si duo trianguli equales super equales bases uni'
us eiusdemq̄ linee ex eadem parte fuerint consti'
tuti eos inter duas lineas equidistantes necesse est
contineri.

Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.eq̄les cōstituti sup duas
bases q̄ sunt.b.c.& .e.f.& ex eadem pte dico eos esse inter du
as lineas equidistantes.& hec est cōuersa.38.& pbatur,per ipsam sicut pce
38 dens p.37. A puncto.a.ducatur linea,equidistās linee.b.f.q̄ si transierit
37 p punctum.d.patet ppositum.sin aūt ptransierit supra ut.a.g.& pducatur
e.d.usq̄ ad ipsam q̄ sit.e.g.& ducatur linea.g.f.eritq̄ p.38.triangulus.a.b.
38 c.equalis triangulo.g.e.f.quare & triangulus.d.e.f.erit equalis triāgulo.
g.e.f.ps toti quod est impossibile.Non ergo trāsibit supra Trāseat ergo in
fra.& secet lineam.d.e.i puncto.h.& ducatur linea.f.h.eritq̄ p.38.triangu
38 lus.h.e.f.equalis triangulo.a.b.c.quare & triangulo.d.e.f.ps toti quod ē
impossibile.quia ergo non transibit nisi per punctum.d.patet ppositum.



Corrolarium

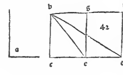


Propositio .41.

Si parallelogrammum triangulusq̄ in eadem basi'at
q̄ in eisdem alternis lineis'fuerint constituta pa'
rallelogrammum triangulo duplum esse conuenict.

Sit palellogramū.a.b.c.d.& triāgulus.e.b.d sup basim
b.d.& inter lineas a.e.& .b.d.q̄ sint eq̄distantes dico palel
logramū duplū eē triāgulo ptrahā in palellogrāo diame
trū.a.d.eritq̄ triāgulus.a.b.d.dimidiū palellogrami p corr°.34.& quia

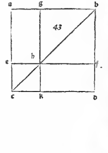
triangulus.e.b.d.est equalis triangulo.a.b.d.per.37.patet triãgulum 37
e.b.d.esse dimidium palellogrami.a.b.c.d.quod e propositum. Similiter quoq; potest probari q; si palellogramum triangulusq; in equalibus basibus,atq; inter lineas equidistantes fuerint constituta palellogramum duplum erit triãgulo:quod ideo non posuit Euclides:quia leuiter patet ex hac precedente correlarium.et.38.diuiso palellogramo per diametrũ
in duos triangulos.uel super basim palellogrami inter easdem lineas eq 38
distantes triangulo constituto ad quem duplum erit paralellogramum per hanc precedentem et ipse equalis alteri triãgulo per.38.



Propositio .42. 38

Equidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis.ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

Sit assignatus angulus.a.et assignatus triangulus.b.c.d.uolo describere superficiem equidistantium laterum equalem triangulo.b.c.d.cuius uterq; duorum angulorum contra se positorum sit equalis.a. Diuido basim.c.d.per dimidiũ in puncto.e.et protraho lineam.b.e.et a puncto.b.duco.b.f.equidistantem c.d.eritq;per.38.triangulus.b.e.d.equalis triangulo.b.e.c.quare trian
gulus.b.e.d.est dimidium totalis triãguli.b.c.d.igitur super punctum 38
e.linee.d.c.cõstituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.et perficio paralellogramum.g.e.d.f.quod quia per precedentem est duplum ad triãgulum.b.e.d.erit etiam equale triangulo.b.c.d.per hanc cõem scientiam:quorum dimidia sunt equalia.ipsa quoq; sunt eq̃lia.est enim triangulus.b.c.d.utriusq; dimidium quare descripsimus paralellogramum.g.e.d.f.equale triangulo.b.c.d.cuius uterq; duorum angulorum.g.e.d.et.d.f.g.cõtra se positorum est equalis angulo.a.quod fuit propositum.



Propositio .43.

Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrum sunt paralellogramorum supplementa eq̃ sibi inuicem esse necesse est.

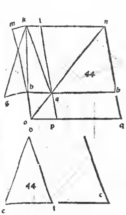
Sit paralellogramum.a.b.c.d.in quo protraham diametrum.b.c.et protraham.e.f.equidistãtem utriq; duorum laterum.a.b.et.c.d.que secet diametrum in puncto h.a quo ducam.k.g.euidistantem utriq; duorum laterum.a.c.et.b.d.et pducam eã quousq; secet utrunq; latus.a.b.et.c.d.sitq; tota.g.h.k.eritq; totum paralellogramum.a.b.c.d.diuisum in quatuor paralellograma quorum duo scilicet.e.c.k.h.et.g.h.b.f.dicuntur consistere circa.c.b.quia diametrum trãsit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum: reliqua duo scilicet.a.e.g.q.et.k.h.f.d.dicuntur supplementa hec duo supplementa dicuntur esse equalia.sunt enim duo trianguli.a.b.c.et.c.d.b.equales per correl.34.similiter quoq; duo trianguli.g.b.h.et.f.h.b.sunt equales per idem correl.34.At duo trianguli.c.e.h.et.k.h.e.similiter equales per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis.b.g.h.et.h.e.c.de totali triangulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis
b.f.h.et.k.c.h.de totali triãgulo reliquo.c.d.b.erunt per communem 34
sciam residua:que sunt duo dicta supplemẽta equalia:quod est ppositũ.

Propositio .44.

Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam est lineam ipsam facere latus unum ipsius superficiei. Sit ergo data linea.a.b.et datus angulus.c.et datus triangulus d.e.f.super lineam.a.b.uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaq; linea.a.b.sit unũ ex lateribus eius cuius uterq; duorũ an

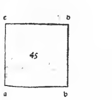
gulorum cōtra ſe poſitorum ſit equalis angulo.c.ꝫ ipſa totalis ſuperficies
42 ſit eq̄lis triangulo.d.e.f.differt aūt hec a.42.quia hic Datur latus unius
ſuperficiei deſcribēde ſcilicet linea.a b.ibi autē nullum. Cum ergo uo
luero facere adiungo lineam.a g.linee.a b.ſm rectitudinem quam po
no equalem linee.e f.baſi trianguli dati ſuper quam conſtituo trianguli
unum ei equalem ꝫ equilaterum quod hoc modo facio. Conſtituo an
gulum.a.g.k.equalem angulo.e.ꝫ angulum.g.a.k.equalem angulo.f.p.
23.ꝫ quia.g a.poſita fuerat equalis.e f.erit per.26.triangulus.g.a.k.eq̄
23 lis ꝫ equilaterus triangulo.e.f.d.diuidam ergo.g a.per equalia in pūcto
26 h.ꝫ protraham.k h.ꝫ producam a puncto.k.lineam.m.k.n.equidiſtan
38 tem linee.g b.eritq; per.38.triangulus.a h.k.equalis triangulo.g h.k.tūc
23 ſuper punctum.a.linee.g a.faciam angulum.g.a.l.per.23.equalem an
gulo.c.dato ꝫ complebo ſuper baſim.a h.ꝫ inter lineas.g b.ꝫ.m.n.equi
diſtantes ſuperficiem equidiſtantium laterum.m.l.h.a.que per.41.du
41 pla erit ad triangulum.k h a.quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare
ꝫ triangulo.d.e.f.Propoſito protraham ergo.b.a.equidiſtantem.a l.ꝫ
producam diametrum.n a.quam protraham quouſq; concurrat cum.m
h.in puncto.o.ꝫ complebo ſuperficiem equidiſtantium laterum.m.o.n
a q.ꝫ protraham.l.a.uſq; ad.p.eritq; per precedentem ſupplementum.a.b
p.q.equale ſupplemento.m.l.h.a.quare ꝫ triangulo.d.e.f.ꝫ quia per.15.
15 angulus.l.a.b.eſt equalis angulo.b.a.p.ꝫ ideo angulus.b.a.p.eſt equa
lis angulo.c.patet ſuper datam lineam.a b.deſcriptam eſſe ſuperficiem
equidiſtātium laterum.a.b.p.q.equalem dato triangulo.d.e.f.cuius uter
q; duorum angulorum contra ſe poſitorum qui ſunt.a.ꝫ.q.eſt equalis da
to angulo.c.quod fuit propoſitum. ❡ Caſtigator.
a ❡ Concurſus ille non probatur ab auctore ſed ſic ei dicitur nam a l n eſt
triangulus ꝫ p.17.huius duo anguli.l.n.ſunt minores duobus rectis ꝫ per
ſecundam partem.29.huius angulus.l.extrinſecus equatur angulo.m.
intrinſeco ergo duo anguli.m n.ſunt minores duobus rectis quare per pe
nultimam petitionem.m b.ꝫ.n a.concurrēt ad ptem illam in pūcto.o.



Propoſitio .45.

Ex data linea quadratum deſcribere.

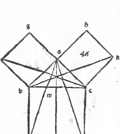
❡ Sit data linea.a b.ex q̄ uolo q̄dratū deſcribere. A pū
11 cto.a.ꝫ.b.linee.a b.educo p.11.lineas.a c.ꝫ.b.d.perpen
dicularis ad lineam.a b.que erunt equidiſtantes per ulti
28 mam partem.28.ꝫ pono utraq; earum eidem.a b.per ter
tiam equalem ꝫ protraho lineam.c d.eritq; ipſa equalis
33 ꝫ equidiſtans linee.a b.per.33.ꝫ quia uterq; duorum angulorum.a.ꝫ.b.
29 eſt rectus.erit uterq; duorum.c.ꝫ.d.rectus per ultimam partem.29.ergo
per diffinitionem.a.b.c.d.eſt quadratum quod eſt propoſitū. ❡ Idem ali
11 ter ſit.a.c.perpendicularis ſuper lineam.a b.per.11.ꝫ ſit ei equalis ut prius
31 ꝫ a puncto.c.per.31.educatur.c d.equidiſtans.a b.ꝫ ponatur equalis ei ꝫ
ducatur linea.d b.que per.33.erit equalis ꝫ equidiſtans.a c.ꝫ omnes an
33 guli recti per ultimam ptem.29.q̄re per diffinitionem habemus ppoſitū.
29

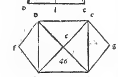


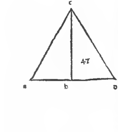
Propoſitio 46.

In omni triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto d̄ ſcribitur equum eſt duobus quadratis que ex duo bus reliquis lateribus conſcribuntur.

❡ Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a ſit rectus dico q̄
quadratum lateris.b c.equum ē quadrato.a b.ꝫ quadrato
a c ſimul ſumptis. ❡ Quadrabo ergo hec tria latera ſm doctrinā precedē
tis ſitq; quadratum.b c.ſuperficies.b.c.d.e.ꝫ quadratum.b a.ſuperficies.
b.f.g.a.ꝫ quadratū.a c.ſupficies.a.c.h.k.ab angulo.a.recto ducam ad ba
ſim.d e.baſim maximi quadrati tres lineas.a.l.equidiſtantem utriq; la
teri.b d.ꝫ.c e.que ſecet.b c.in puncto.m.ꝫ ypothemiſas.a d.ꝫ.a e. Itemq;
a duobus reliquis angulis trianguli qui ſunt.b.ꝫ.c.ducam ad duos angu







los duorum quadratorum minorum duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum que sunt.b.k.& c.f.& quia uterq3 duorum angulorum.b.a.c. & b.a.g.est rectus per.14.erit.g.c.linea una:eadem ratione erit.b.h.linea 14
una.qa uterq3 duorum angulorũ.c.a.b.& c.a.h.est rectus:quia ergo super basim.b.f.& inter duas lineas equidistantes que sunt.c.g.& b.f.constituta sunt parallellogramum.b.f.g.a.& triangulus.b.f.c.erit per.41.parallellogramum.b.f.g.a.duplum triangulo.b.f.c.sed triangulus.b.f.c.est equalis triangulo.b.a.d.per.4.quia.f.b.& b.c.latera primi sunt equalia.a.b.& b. 4
d.lateribus postremi.& angulus.b.primi est equalis angulo.b.postremi.
eo q2 uterq3 constat ex angulo recto & angulo.a.b.c.comuni.ergo parallelogramum.b.f.g.a.est duplum ad triangulum.a.b.d.sed palellogramũ.
b.d.l.m.est duplum ad eundem triangulum,per.41.quia constituti sunt 41
super eandem basim scilicet.b.d.& inter lineas equidistantes que sunt.b.d & a.l.ergo per cõem scientiam quadratum.a.b.f.g.& parallellogramũ.
b.d.l.m.sunt equalia:quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli sunt equalia Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis.k.b.c.& a.e.c.probabimus quadratum.a.c.h.k.esse equale parallellogramo.c.e.l.m.quare patet ppositũ. ¶ Castigator

¶ Et corelarie potest addi.ex quo patet q2 quadratum diametri ad quadratum coste est duplum.quo applicato conclusio probatur in lateribus quadrati & diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter.tenderet conclusio ut patet per applicationem in corelario factam sit igitur huius modi ysocheles.a.b.c.& sint.a.c.& b.c.continentia angulum.c.rectum equalia & a.b.sit maximum latus quod opponitur angulo recto.c.dico q2 quadratum huius maximi lateris est equale duobus quadratis reliquorum laterum scilicet quadrato.a.c.d.f.quod est quadratum lateris.a.c.
& quadrato.b.c.e.g.quod est quadratum lateris.b.c.Est enim quadratum.a.b.e.d.diuisum in quattuor triangulos equales per duas diametros e.a.& b.d.quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratorũ scilicet triangulus.a.c.d.& b.c.e.sicut uides,sed triangul9 principalis.s.a.
b.c.& triangulus ei oppositus puta.c.d.e.sunt equales.aliis medietatibus duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum quoniam omnes isti in.6.triangulos equales diuisi sunt sicut patet expredictis igitur quadratũ lateris.a.b.est equale duobus quadratis reliquorum 11
laterum ut dicit prima ps theorematis & p cõsequens.a.d.q̃dratũ est duplum 8
ad quadratum alterius lateris & ita quadratum diametri erit duplum ad quadratũ coste ut dicit corelarium.quia latus maioris quadrati est diameter minoris & latus minoris est semidiameter maioris ergo.&c.

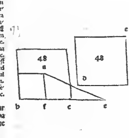
Propositio .47.

SI quod ab vno trianguli latere in seipsum ducto pducitur:equum fuerit duobus quadratis que a duobus reliquis lateribus describuntur.rectus est angulus cui latus illud opponitur.

¶ Lineam in seipsam ducere est eius quadratum describere. ¶ Sit triangulus.a.b.c.sitq3 quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterum.a.b.& b.c.simul iunctis.dico angulum b.cui latus.a.c.opponitur esse rectum:& hec est conuersa prioris. ¶ A puncto.b.extraho lineam.b.d.per.11.perpendicularem super lineam.b.c.quam pono equalem.a.b.& produco lineam.d.c.eritq3 p precedẽtem quadratũ 11
d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.& b.c.& quia.b.d.
posita est equalis.b.a.erunt per communem scientiam que est linearum equaliũ equalia esse quadrata:quadrata duarum linearum.a.b.& b.d.equalia:qua propter erit quadratum.d.c.equale.quadrato.a.c.ergo per aliã cõmunem scientiam q̃ est conuersa prioris scilicet lineas quarum quadrata sunt equalia esse equales:erit.d.c.equalis.a.c.quare.per.8.angulus.b.
triãguli.a.b.c.est rectus quod est propositum. 8

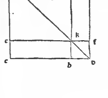
Propositio .48.

Ropositis quibuscunq; quadratis alteri illo⁊ gno
monem reliquo equalem describere.
Proponatur ergo duo quadrata scilicet.a.b.⁊.c.d ⁊ sit
propositum producere gnomonem circa.a.b.equalem.c.
d.quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati.a.b
ad equalitatem unius lateris quadrati.c.d.in continuum
⁊ directū ⁊ sit f.e.ita q.f.e.sit eq̄le uni late⁊ quadrati c.d.⁊ ex.e.ducam
lineam rectā ad.a.sit ergo triāgulus orthogoni⁹ q.a.f.ē angulus rectus ar
guat ergo ꝑm pmultimam primi sic quadratū.e.a.est tm̄ q̄ntum quadra
tum.e.f.⁊ q̄dratum.f.a.sed quadratū.e.f.est eq̄le quadrato.c.d.⁊ quadra
tum.f.a.ē equale q̄drato.a.b.ergo q̄dratum.a.e.ē equale quadratis.a.b.⁊
c.d. Itē.e.f.a.ē triāgulus ergo.e.f.⁊.f.a.latera sunt lōgiora.a.e.latere.ꝑm
.20.primi sed.f.a.ē eq̄le.a.b.rōe q̄drature: ergo.e.f.⁊.f.b.sunt lōgiora.a.e.
20 ergo.illa totalis linea scilicet.e.b.ē maior.a.e.resecetur ergo.b.e.ad equa
p. litatem.a.e.ad punctum.c.ita q.b.c.sit equale.a.e.ergo quadratum.b.c.
est equale quadrato.a.e.sed quadratum.a.e.ut prius probatum fuit est
equale quadratis.a.b.⁊.c.d ergo quadratum.b.c.est equale eisdem sed
quadratum.b.c.addit super quadratum.a.b.gnomonem illum quem ui
des: ergo gnomo ille est quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum.
Istā ultimā memini me repisse in antiqssimis libris pmultimā se
cūdis ⁊ nullo mō est huius ꝑmi cum de gnomone nihil sit dictū.adhuc.
Explicit liber primus Incipit liber secundus.



Liber secundus. Euclidis de potētia linee recte eiusq; par
tium ex optima Campani interpretatiōe a Magistro Luca pa
ciolo de burgo. Sancti Sepulcri Or. minorum. Castigatore
diligentissimo ꝗ felicissime Incipit.

Mne paralellogramum rectan
gulum sub duabus lineis angu
lum rectū ābientibus dr̄ɔtineri.
Paralellogramum est superficies eq
distantium laterum.
Paralellogramū rectāgulum ē hn̄s
oēs angulos rectos ⁊ pducitur ex uno
duorum late⁊ eius ambiētium unū ex
suis angulis in reliquum.⁊ ideo sub il
lis dicitur contineri.
Oīs palellogrami spacij ea q
dem q̄ diameter secat p medium
palellograma circa eādes diame
trum consistere dicuntur. Eorum vero paralellogramo⁊ que
circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum cum sup
plementis duobus gnomo nominatur.

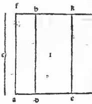


Que palellograma dicunt cōsistere circa diamet⁊.⁊ q̄ sint supplemē
tat expositum est supra in demonstratione.43.ꝑmi. Sit.n.palellogra
43 mum.a.b.c.d.cuius diamet⁊.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equi
p distāter lateribus oppositis dicti palellogrami.secātes se sup diamet⁊.a.d
in puncto.k.eritq; ipsum paralellogramum diuisum in.4.paralellogra
4 ma ⁊ uniūquodq; duorum paralellogramorum que sunt.a.g.e.k.⁊.k.f.
h.d.que diameter secat p medium dicit consistere circa diametrum. Re
liqua duo q̄ diameter non secat dicuntur supplementa ⁊ duo supplemen
ta cum alterutro dictorum palellogramorum consistētium circa diame
trum componūt figuram quādam q̄ gnomo appellat cui deest ad cōple
mētum palellogrami palellogramum unum reliquum circa diametrum
consistens: quod si addat supra diametrum totalis compositi cōsistet.erit

q, simile totali. Unde palellogrami addito gnomone quātūs crescet minime tñ alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis. a

Castigator

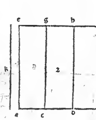
a ¶ Ex quo hec pulchra sequitur videlicet primū q; quāuis minuiat superficies palellogrami non pp hoc minuitur lateralis circumferentia quia ex ipsa dempto uno dictorum palellogramorum circa diametrum consistentiū residuumquod erit figura gnomonis tantūdem circuit. Et secundum est sequitur q; licet gnomoni augeatur superficies addito sibi palellogramo prius dempto non pp hoc augetur eius circūferentia lateralis. Tertium sequitur q; ois superficies rectangula plana est palellogramum sed non econtra cum ois talis sit de necessitate equidistātium laterum & si possit reperiri in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q; oēs eius anguli sint recti. Ideo aplicando aduerte. ¶ Productum. Quod fit ex ductu unius in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Parallelogramum rectangulum. Nomina sinonima.



Propositio .1.

Si fuerint due linee quarum vna in quotlibet partes diuidatur illud q; ex ductu alterius in alteram fiet equum erit his que ex ductu linee indiuise in vnāquāq; partem linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alii eq̄les erigere. & superficiem equidistātium laterum rectāgulam complere q̄ sub illis duabus lineis p diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sit due linee. a b. & c. quarum una scilicet. a b. in quotlibet ptes diuidatur q̄ sint. a d. & d e. & e b. dico q; illud quod fit ex ductu c. in totam. a b. equum est illis palellogramis rectangulis simul iūctis q̄ fiūt. ex. c. in. a d. & in. d e. & in. e b. ¶ Sup pūcta. a b. erigā lineas. a f. & b g. ppendiculares sup lineam. a b. quarum utraq; sit eq̄lis linee. c. & cōplebo rectāgulam sup̄ficiem. a f. b. g. ducta linea. f g. q̄ per diffinitionem pducitur ex. c. in. a b. & sub illis dicitur cōtineri. ptraham quoq; a punctis d & e. lineas. d h. & e k equidistātes lateribus. a f. & b g. eritq; utraq; earum equalis c. p. 34. primi utraq; earum est eq̄lis. a f. p diffinitionem igitur rectangulum. a d. f. h. pducitur ex. c. in. a d. & sub illis dr̄ cōtineri & rectāgulū. d. h. e. k. ex. c. i. d e. & rectāgulū. e. k. b. g. ex. c. in. e b. & quia hec rectangula simul uncta sunt eq̄lia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū. 34 p.



Propositio .2.

Si fuerit linea in partes diuisa. illud quod ex ductu totius linee in seipsam fit: equum erit his que ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

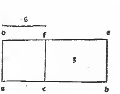
¶ Sit linea. a b. diuisa in. a c. & c d. & d b. dico q; illud q̄d fit ex ductu totius. a b. in se quod sit. a. e. b. f. equum est his que fiunt ex ipsa tota in unamquanq; dictarum partium quod palā patebit. ductis. c g. & d h. equidistāter. a e. & b f. ¶ Aliter sumatur. k. eq̄lis. a b. eritq; p p̄missam quod fit ex ductu. k. in totam. a b. equū ei q̄d fit ex ductu. k. in oēs ptes. a b. & quia ex. k. in. a b. tm̄ fit quantum ex. a b in se. & ex. k. in oēs partes. a b. quantum ex. a b. in omnes partes eiusdem. propter id quia k. & a b. sunt equales patet uerum esse propositum.

Propositio .3.

Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem equum erit his que ex ductu eiusdem partis in seipsam & alterius in alteram.

¶ Sit linea. a b. diuisa in. a c. & b c. dico q; illud quod fit ex tota. a b. in eius partem. a c. equum est quadrato eiusdē a c. partis. & ei quod fit ex eadem parte. a c. in. b c. fiat quadratum linee. a c. q; sit. a. c. d. f. & pficiatur superficies. a. b. d. e. patebitq; propositum. ¶ Ali

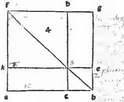
te simul f.g. equalis.a.c. & quia.b.h.in.a.c.tm̄ est quantum.a.c.in.a b.eco uerso. & a.c.in.a b. & in.c b. & in seipsam quantum.g.in easdem. At.g.in totam.a b.quantum in.a c. & in.c b.per primam huius patet propositum. scilicet q tantum erit.a c.in.a.b.quantum in se & in.c b.quare econuerso a b.in.a c.quantum.a c.in se & in.c b.quod uolumus demonstrare.



Propositio .4.

Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ductu totius in seipsam fit: equum est his que ex ductu vtriusque partis in seipsam. & alterius in alteram bis. Ex hoc manifestum est q in omni quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrate.

¶ Sit linea.a b.diuisa in.a c. & b c.dico q quadratum totius a b.equum est duobus quadratis duarum linearum.a c. & b c. & duplo eius quod fit ex ductu unius earum in alteram. Describam quadratum alterius partialium sit q.c.d.b.e.quadratum linee.c b.cui adiugam gnomonem secundum ductum directum linee alterius scilicet.a c.quod faciam hoc modo. In quadrato descripto protraham diametrum.b d. & a puncto.a.educam perpendicularem super lineam.a b.que sit.a.k.quam.a k. & diametrum.b d.producam usque quo concurrant in puncto.f. & a puncto.f.producam.f b.equidistantem linee.a b.quam.f h & b e.producam usque quo concurrant in puncto.g. & producam.c d.usque ad.h. & e d.usque ad.k. Et quia duo latera.d e. & e b.trian
5 p. gulid.e.b.sunt equalia erunt per.5.primi duo anguli e.d.b. & c.b.d.equales
32 & quia angulus.e.est rectus erit per.32.primi uterque eorum medietas recti.
Eadem ratione uterque duorum angulorum.c.d.b. & c.b.d.erit medietas recti.
29 quare per secundam partem.29.primi erit unusquisque quatuor angulorum
p. qui sunt.h.f.d. & b.d.f. & k.f.d. & k.d.f.medietas recti ergo per.6.primi.f.
6p. g. & g.b.sunt equales.similiter quoque.f a. & a b.pari ratione.f h. & h d. Itemque f k. & k.d.quare utraque duarum superficierum a.b.g.f. & k.d.b.f.est quadrata & quia totale quadratum.a.b.f.g.q est quadratum linee.a b.constat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum que sunt quadrata duarum linearum.a c. & c b. & ex duobus supplementis quorum unumquodque producitur ex.a c.in.b c.patet propositum nostrum. ¶ Aliter sit li
2 nea.a b.ut prius diuisa in.a c. & c b.eritque per.2.huius quod fit ex tota.a b. in se equum ei quod fit ex ipsa in.a c. & c b.sed ex ipsa in.a c.tantum fit quan
3 tum ex.a.c.in se & ex.a.c.in.b.c.per.3.huius. Itemque ex ipsa.a.b.tota in.b.c. tantum fit quantum ex.c.b.in se & ex.c.b.in.a.c.per eandem.ergo quod fit ex tota.a. b.in se equum est ei quod fit ex.a.c.in se & in.c.b. & ex.c.b.in se & in.a.c. quod est propositum. Sed hac uia non patet correlarium.sicut uia precedenti patet.unde prima est auctori magis consona.

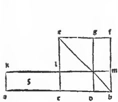


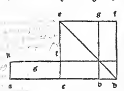
¶ Castigator

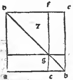
¶ Nota q nunquam poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus inequalibus.quin quadrata partium inequalium simul iuncta sint maiora duplo superficiei unius partis in alteram ut constat ex primo duorum antecedentium pre demonstratorum super.35.decimi ut ibi apte declaratur quod est nota dignum in praticis operationibus propter radicum subtractionem unius ab altera cum semper duplum superficiei unius in alteram oporteat detrahi a summa quadratorum partium inequalium & radix remanentis erit residuum que operatio ex ista.4.secundi. elicitur & per eam probatur & earum additio ut super.35.decimi.

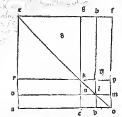
Propositio .5.

Si linea recta per duo equalia duoque inequalia secetur quod sub inequalibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea que inter vtrasque est sectiones describitur equum est ei quadrato quod a dimidio totius linee in se ducto describitur.









¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in pũcto c & p inequalia in puncto.d. dico quadratũ.c b.esse equale ei quod fit ex.a.d in.d.b.& quadrato.c.d. ℣ Describã quadratum.c.b.q̃ sit.c.b.f.e.i quo protraham diametrum.e b.& ducam.d.g.equidistantem.b f.que secet diametrum.e.b.in puncto. h.& a.pũcto.h educam eq̃distãtem linee.a.b.q̃ sit.h.k.secãs lineã b.f.i.pũcto.m.& lineam.c.e.in puncto.l.& protraham.a.k.equidistantem.c.e. eritq; per correlarium premisse utraq; duarum superficierum.l.g.& d. m.quadrata.& per.43.primi duo supplementa.c.h.& h.f.equalia.ergo 43
addito quadrato.d.m.utriq; erit palellogramum.c.m.equale paralello p
gramo.d.f.& quia.a.l est equale.c.m.p.36.p̃mi erit.a.b.equale gnomo 36
ni qui circumstat quadrato.l.g.ergo addito utriq; quadrato.l.g.erit.a.h. p.
cum quadrato.l.g.equale quadrato.c.f.quod est propositum.

Propositio .6.

Si recta linea in duo equalia diuidatur.alia vero ei linea in longum addatur.quod ex ductu totius iã composite in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidie in seipsam:equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in puncto.c.eiq; addatur linea.b.d.dico q̃ quadratum.c.d.quod sit.c.d.e f.equale ẽ ei quod fit ex tota.a.d.in b.d.& quadrato.c.b. ℣ Producam in quadrato predicto diametrum.d. e.& ducam lineam.b.g.equidistantem.d.f.que secet diametrum.d.e.in pũcto.h.a quo h.Producam equidistantem linee a.b.que sit h.k.secans d.f.in puncto.m.& c.e.in puncto.l.& Producam.a.k.equidistantem.c.l. eritq; per.36.primi.a.l.equale.c.h.At.c.h.erit equale.b.f.per.43.primi. quare.a.l.est equale.h.f.ergo addito.c.m.utrobiq; erit.a.m.equalis toti gnomoni circumstanti.l.g.quare.l.g.addito utrobiq;erit.a.m.cum.l.g. equale.toti quadrato.c.f.& quia utraq; duarum superficierum.l.g.& b.m. est quadrata:per correlarium.4.huius patet propositum.

Propositio .7.

Si linea in duas partes diuidatur.quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam.equum est eis que ex ductu totius linee in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c.dico q̃ quadratum totius.a.b.cum quadrato.b.c.equum est ei quod fit ex.a. b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.describatur quadratum totius quod sit.a b.d.e.& ducatur diameter.b.d.& c.f.equidistans.b.e.secans diametrũ in puncto.g.& ducatur.k.g.h.equidistans a.b.& quia quadratum.a.e.cũ quadrato.c.h.tantum sunt quantum quadratum.k.f.cum duabus superficiebus.a.h.& c.e.patet propositum.

¶ Hec facit ad.68.decimi.& 69.decimi.& .70.& 71.& 72.& 73.& 74.& 76.& 92.

Propositio .8.

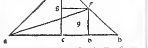
Si linea in duas partes diuidatur:eiq; in longũ alia equalis uni diuidentium adiungatur:quod ex ductu totius iam composite i seipsam fiet.equum erit his q̃ ex ductu prioris linee in eã adiectam quater:& ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsã.

¶ Sit linea.a.b.diuisa in pũcto.c.q̃litercũq; cõtingat cui addatur.b.d.equalis.c.b.dico q̃ quadratum totius.a.d.quod sit.a.d.e. f.est equale ei quod fit ex.a.b.& b.d.quater cum quadrato.a.c.hoc autem patebit ducta diametro.d.e.& lineis.c.g.& b.h.equidistantibus li

nec.d.f.& secantibus diametrum in punctis.k.l.per que puncta ducantur
4 p.q.k.r.& m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per correlarium.4.huius
unaqueq; superficierum.r.g.n.q.& b.m.quadrata:& quia.c.b.posita est
4 equalis.b.d.erit utraq; superficierum.c.l.& l.p.quadrata.Eruntq;.4.qua
drata diuidentia quadratum.c.p.equalia & quia totus gnomo circum
stans quadrato.r.g.est quadruplus ei quod fit ex.a.b.in.b.d.quia quadru
plus ad superficiem.a.l.patet propositum.

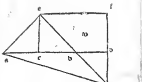
Propositio .9.

Si linea in duo equalia duoq; inequalia diuidatur que fiunt ex ductu inequalium sectionem in seipsa pariter accepta: duplum sunt utrisq; pariter acceptis: que quidem ex dimidia. eaq; que utriq; sectioni interiacet quadratis describuntur.



¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia.in.c.& per inequalia
in.d.Dico q; quadratum.a.d.& quadratum.d.b.simul iuncta: dupla sunt
quadrato.a.c.& quadrato .c.d .simul iunctis. ¶ Super lineam a.b.
erigo lineam c.e.perpendicularem & equalem utriq; earum linearum.
a a.c & c.b.& produco.e.a. & .e.b.eritq; per.32.primi uterq; angulorum.
32 a.& b.& uterq; angulorum partialium qui sunt ad.e.medietas recti.to
p. tusq; e.rectus.& produco.d.f.equidistantem.c.e. & perpendicularem su
per lineam.a.b.eritq; uterq; angulorum.d.rectus: & angulus.d.f.b.me
dietas recti per.32.primi siue per secundam partem.29.primi: quare per
32 6.primi.d.f.& d.b.sunt equalia a puncto.f.duco.f.g.equidistantem.a.b.
p. eritq; per secundam partem.29.primi uterq; angulorum.g.rectus.& angu
29 lus.e.f.g.medietas recti quare per sextam eiusdem latera.e.g.& g.f.sunt e
6 qualia: & quia per penultimã eiusdem quadratũ.e.f.est equale quadrato
29 e.g.& quadrato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad qua
dratum.c.d. ¶ Itemq; per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato
a.c.& quadrato.c.e.ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.& quia quadra
tum.a.f.est equale quadrato.e.f.& a.e.per eandem ipsum erit duplum ad
quadratum.a.c.& ad quadratum.c.d.sed quadratum.a.f.est iterum equa
le per eandem quadrato.a.d.& quadrato.d.f.ergo quadratum.a.d.& q̃
dratum.d.f.dupla sunt ad quadratum.a.c.& ad quadratum.c.d. & quia
quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erunt quadrata duarum linea
a.d.& d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.& c.d.quod
est propositum.

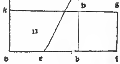
¶ Castigator



a ¶ Illi triãguli sunt similes.s.a.d.f.& a.c.p.& ideo laterum proportiõa
lium per.4.sexti.quia angulus.d.maioris & angulus.c.minoris sunt recti
& angulus.a.unius est idem cum angulo.a.alterius sequitur per.32.primi
angulos.p.parui & f.magni esse equales & sic latera illos continentia sunt
proportionalia per dictam.4.sexti.& ideo ponendo.a.d.9.& d.f.3.erit.
c.p.2.p.g.1.a.p .&.40.quia.a.c.6.&.p.f. &.10.cetera sunt clara & prati
ce dicitur uulgariter se.a.d.basa del grande mida.d.f.catetto che mida
ra.a.c.basa del picolo.cioe se.9.mida.3.che midara.6.operando habebis
uiam diximus.

Propositio .10.

Si linea in duo equalia diuidatur eiq; in lõgum alia addatur.quadratum quod describitur a tota cum addita: & quadratum quod ab ea que addita est. utraq; quadrata pariter accepta. ei quadrato quod a dimidia. eiq; quod ab ea producitur que ex dimidia adiectaq; consistit utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

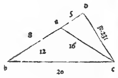


¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in.c. & addita sibi linea.b.d.dico ꝙ duo quadrata duaꝝ linearum.a.d.&.b.d pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum.a.c.&.c.d.pariter acceptis. ⁋ Ergo.c.e. perpēdicularē sup lineam.a.b.& eq̄lem utriq; lineaꝝ.a.c.&.c.b & pficio triangulum.a.e.b.ductis lineis.a e.&.e.b.eritq; ut in premissa uterq; angulorum.a.&.b.& uterq; eorum qui sunt ad.e.medietas recti per.32.pmi totusq;.e.est rectus A puncto.e.produco.e.f.equalem & equidistātem.c.d. 32
& produco.f d.&.e b.quousq; concurrunt in puncto.g.& produco lineam a g.eritq; per ultimam partem.29.primi angulus.c.e.f.rectus sed angulus.c.e.b.est medietas recti.ergo angulus.b.e.f.est similiter medietas re- 29
cti.& quia per.33.eiusdem.f d.est equidistās.c e.erit per.34.eiusdē angu- 33
lus.f.rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti. Itē 34
ꝗ per eādem angulus.d.b.g.similiter medietas recti:propter id quod an- 32
gulus.b.d.g.est rectus ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f.&.f.g.sunt equa- 6
lia. Itemq; duo latera.d b.&.d g.sunt equalia:ergo per penultimam eiusdem quadratum.e g.duplum est ad quadratum.e f.quarē ad quadratū.c. d. ⁋ Itemq; p eādem q̄dratum.a.c.duplū ē ad q̄dratū.a.c.& quia q̄dratum a g.est p eādem eq̄le q̄drato.a e.&.e g.similiter quoq; & q̄drato.a d.&.d g. At quia q̄dratum.d g.est equale quadrato.b d.erunt duo quadrata duarum linearum.a d.& b d.pariter accepta dupla duobus quadratis duarū linearum.a c.&.c d.pariter acceptis quod ē propositum. Hec autem & omnes premisse ueritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11.

Datam lineam sic secare. ut quod sub tota & una portione rectangulum continetur: equum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

¶ Sit linea data.ab.quā uolumus sic diuidere:ut quod ex tota & eius minore portione producitur equum sit quadrato maioris. ⁋ Describo quadratum ipsius quod sit.a.b.c. d.& latus.b d.diuido per equalia in.e & produco.a e.&.e b.produco usq; ad.f ita quod.e f.sit equalis.a e.& ex.b f.portione extrīsecā describo q̄dratum quod ex latere.a b.resecat portionem equalem.b f.que sit.b h.& quadratum descriptum sit.b.f.h.g. Dico ꝙ.a b.sic est diuisa in puncto.h. quod illud quod fit ex tota.a b.in eius portionem.h a.est equale quadrato.h b. Produco.g h.usq; ad.k.que erit equidistans.a c. Quia ergo linea d b.diuisa est per equalia in.e.& est sibi addita linea.b f.erit per.6.huius 6
quod fit ex.d f.in.b f.cum quadrato.e b.equale quadrato.e f. Quare & q̄drato.e a. Quare per penultimam primi:quadratis duarum linearum.e b.&.b a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato linee.e b.erit quod fit ex.d f. in.b f.& ipsum est superficies.d g.equale quadrato linee.a b. Ergo dempto ab utrisq; palellogramo.h d.erit quadratum.h f.equale parallelogramo.h c. Et quia quadratum.h f.est quadratum linee b h. Et parallelogramum.h c.producitur ex.c a.que est equalis.a b.in.a h.patet factum esse ppositum. ⁋ Ad hoc autem faciendum in numeris non labores:quia impossibile est numerum sic diuidi:ut hec undecima proponit sicut scies 29
sexti.29.te docente.



Propositio .12.

In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtēdit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest. quantum est quod continetur bis sub uno eorum:atq; ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

¶ Sit triāgulus.a.b.c.habens angulum.a.obtusum. A pūcto.c.ducat linea ppendicularis ad lineā.b a.q̄ necessario cadet extra triāgulum.a.b.c. 16
aliogn angulus obtusus esset rect⁹ aut minor recto p.16.pmi. Sit ergo.c d p.

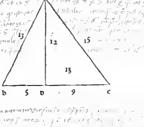
perpendicularis super lineam .a.b. productam usque ad .d. Dico quod quadratum lateris .b.c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .a.c. ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex .b.a. in .a.d. bis. Potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tantum dicitur posse linea quelibet
4 quantum in se ducta producitur. Erit enim per .4. huius quadratum .b.d equale duobus quadratis duarum linearum .b.a. & .a.d. & duplo eius quod
4 6 fit ex .b.a. in .a.d. Et quia quadratum .b.c. per penultimam primi est equa
p. le quadrato .b.d. & quadrato .d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum .b.a. .a.d. & .d.c. & duplo eius quod fit ex .b.a. in .a.d. Sed per eandem quadratum .a.c. est equale quadratis .a.d. & .d.c. Ergo quadratum .b.c. est equale quadratis duarum linearum .b.a. & .c.a. & duplo eius quod fit ex .b.a. in .a.d. Quare .b.c. tanto amplius potest duabus lineis .b.a. .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.a. in .a.d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producitur quod est propositum. Propositio .13.

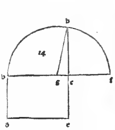
Omnis oxigonii tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat: eaque sui parte que perpendiculari angulo que acuto interiacet.

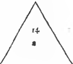
Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fuerit orthogonius siue ambligonius siue oxigonius.

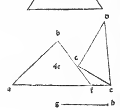
Sit ergo in triangulo .a.b.c. quicunque triangulus fuerit. angulus .c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab alterutro angulorum
a .a. uel .b. ad utranque basim .b.c. uel .a.c. quia cum sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambligonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum quam manifestum est cadere intra triangulum: & ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui sunt .a. & .b. acutus: Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo in triangulo .a.b.c. angulus .b. etiam sit acutus: ducam ergo ad .b.c. perpendicularem que sit .a.d. que ut dictum est cadet intra triangulum. dico itaque quod quadratum .a.b. quod subtenditur angulo acuto .c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.c. & .c.b. quantum duplum eius quod fit ex .b.c. in .d.c.

Vel dico quod quadratum .a.c. quod etiam subtenditur angulo .b. quem posuimus acutum quicquid fuerit de angulo .a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius quod
7 fit ex .c.b. in .b.d. Erit enim per .7. huius quadratum .b.c. cum quadrato .d.c. equale ei quod fit ex .b.c. in .d.c. bis & quadrato alterius partis scilicet .b.d. quare addito utrique quadrato .a.d. erit quadratum .b.c. cum quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. equale quadratis duarum linearum .a.
4 6 d. & .d.b. & duplo eius quod fit ex .c.b. in .c.d. At quia per penultimam pri
p. mi quadratum .a.c. est equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. erit quadratum .b.c. cum quadrato .a.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. & duplo eius quod fit ex .b.c. in .c.d. sed per eandem penultimam primi quadratum .a.b. equum est quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. ergo quadratum .b.c. cum quadrato .a.c. equum est quadrato .a.b. & duplo eius quod fit ex .b.c. in .c.d. quare tanto minus potest .a.b. duobus lateribus .b.c. & .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.c. in .c.d. quod est propositum. Simili modo probabis latus .a.c. quod subtenditur angulo .b. acuto posse tanto minus duobus lateribus .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius quod fit ex .c.b. in .b.d. Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi que cognitis lateribus omnis triangul

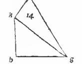












cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Castigator

a ¶ Alioquin angulus.c.uel.b.qui sunt acuti ex ypothesi esset maior recto uel rectus p.16.p.ideo.

Propositio .14.

Dato trigono equum quadratum describere.

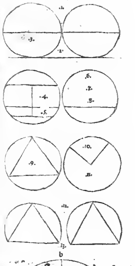
¶ Sit datus trigonus.a.cui nos uolumus equum q̃dratũ describere. ¶ Designabo supficiem equidistantium laterũ & rectorum angulorum equalem trigono dato s̃m quod docet.42.p̃mi:sitq̃ supficies illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata.per diffinitionem. Si autem latera sint inequalia tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem.sitq̃ linea.e.f. eq̃lis minori duoꝝ lateꝝ quod est.c.e.adiũcta maiori q̃d est.b.c.s̃m rectitudinem. Totã.b.f.diuidam ꝑ eq̃lia in puncto.g.& facto.g.cẽtro sup lineã.b.f.s̃m q̃ntitatem linee.g.b.describã semicirculũ.b.h.f.& latus.e.c.producam usquequo secet circumferentiam in puncto.h. Dico q̃ quadratum linee.c.h.est equale trigono dato. ¶ Producã lineam.g.h.& quia linea.b.f.diuisa est per equalia in.g.& per inequalia in.c.erit per.5.huius quod fit ex ductu.b.c.in.c.f.cum quadrato.c.g.equale quadrato.g.f.quare & quadrato.g.h.quare per penultimam primi & duobus quadratis duarum linearum.g.c.&.c.h. Ergo dempto utrinq̃ quadrato.c.g.erit quod fit ex.b.c.in.c.f.quod est equale superficiei.b.e.eo q̃.e.f.est eq̃le.c.e. Equale quadrato linee.c.h.quare quadratum linee.c.h.est equale trigono.a. quod est propositum. ¶ Et nota q̃ per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contẽte quecunq̃ fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum latus s̃m doctrinam istius.& inueniemus per penultimam primi. lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia uolo nunc inuenire latus tetragonicum rectilinee figure irregularis.a.b.c.d.e.f. Resoluo eam in.3.triangulos qui sunt.a b f.c d.e.&.c f e. Inuenio quoq̃ s̃m doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum que sunt.g h.h k.&.k l.& erigo.h.k.perpendiculariter super.g.h.& produco.g.k.eritq̃ per penultimam primi quadratum.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.&.h.k.& tertium latus.k.l.erigo perpẽdiculariter super lineam.g.k.& produco.lineam.g.l.eritq̃ per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee proposite. ¶ Explicit liber secundus.

Castigator

a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in.28.sexti habebis & in.42.p.apparet si ei diligẽs intellectus extiterit. Et non solum quadrato sed cuicũq̃ figure & supficiei multilater̃ seu poligonie his mediantibus possumus semper equum triãgulum designare qm oẽs tales resoluemus in triãgulos & unicuiq̃ triãgulo ꝑ hanc asignabimus equum q̃dratum siue palellogramum quodcũq̃. De hinc ex oibus illis unum cõficiemus per hanc &.25. sexti equale illis oibus postea sup duplum basis huius maximi faciemus triangulum equalis altitudinis & ipse erit equalis illi poligonie proposite.

C Euclidis de circulis et eorum portionibus liber tertius fm optimas. Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de burgo. S.S. D. mino. Castigatore acuratissimo feliciter. Incipit.

Uorum diametri sunt equales. ipsos circulos equales esse. Maiores autem quorum maiores et minores quorum minores. 1. C Circulum linea contingere dicitur. que cum circulus tangat in utramque partem eiecta. circulum non secat. 2. C Circuli sese contingere dicuntur qui tangentes se inuicem non secant. 3. C Recte linee in circulo equaliter distare dicuntur a centro. cum a centro ad ipsas ducte perpendiculares fuerint equales. 4. C Plus uero distare a centro dicitur in quam perpendicularis longior cadit. 5. C Recta linea portiones circuli continens corda nominatur. 6. C Portio uero circumferentie arcus nuncupatur. 7. C Angulus autem portionis dicitur qui a corda et arcu continetur. 8. C Supra arcum angulus consistere dicitur qui a quolibet puncto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur. 9. C Sector circuli est figura que sub duabus a centro ductis lineis et sub arcu qui ab eis comprehenditur continetur. 10. C Angulus autem qui ab eis lineis ambitur supra centrum consistere dicitur. 11. C Similes circulorum portiones dicuntur in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt equales. 12. C Arcus quoque similes sunt qui equos angulos predicto modo suscipiunt. 13.



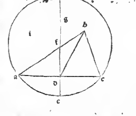
Castigator

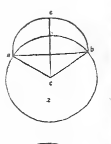
a C Circularis figura inter alias optinet principatum quia multe conditiones sibi competunt que nulli alii figurarum ysoperimetrarum nam ipsa est prima figurarum et perfectissima et simplicissima et regularissima et capacissima omnium ysoperimetrarum et pulcherrima omnium ut constat ex electione summi opificis et sic addere potes ipsa que est maxime apta motui ut inde de physico auditu dixit ar. Et si queratur quare Euclides prius de ipsa uerba non fecerit dicitur eo quia inuenit multa de ipsa que minime concludi poterant nisi ex conclusionibus rectilinearum figurarum et ideo si bi sint necesse sciam de circulis preposterare quemadmodum fecit preponendo geometriam arithmetice cum illa sit prior cunctis testante Diuino philosopho et Boetio in sua arithmetica.

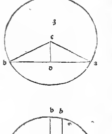
Propositio .1.

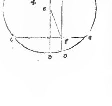
Irculi propositi centrum inuenire. unde manifestum est quod duabus rectis lineis in eodem circulo apud circumferentiam terminatis neutra illarum alteram per equalia orthogonaliter secat nisi ipsa super centrum transierit.

C Sit circulus propositus. a. b. c. cuius uolumus centrum inuenire. ¶ Duco in ipso circulo lineam. a c. qualitercunque contingat quam diuido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam a c. quam applico circumferentie ex utraque parte. sitque. e. d. b. quam rursus diuido per equalia in puncto. f. quem dico esse centrum circuli. ¶ Si enim non fuerit aut aliubi aut in linea. e b. aut extra. In linea. e b. non: si. n. fuerit in ea ut in puncto. g. erit linea. e f. maior linea. e g. pars uidelicet toto quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineam. e b. ut in puncto. h. ducantur linee. h. a. h. d. h. c. et equilatera. h. d. et









d a. trianguli. b. d. a. sunt equalia lateribus. b. d. & d. c. trianguli. b. d. c. & basis. b. a. basi. b. c. erit per. 8. primi angulus. a. d. b. equalis angulo. c. d. b. quare uterque rectus & quia angulus. a. d. b. fuit etiam rectus erit. a. d. b. equalis. a. d. b. per. 3. petitione primi pars. uidelicet toti quod est impossibile. Non est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto. f. quod est propositum.

Propositio .2.

Si per circuli circumferentiam duobus punctis signatis. lineam rectam ductam ab altero ad alterum. circulum secare necesse est.

¶ Sit ut in circumferentia circuli. a b. cuius centrum sit. c. signata sint duo puncta que sunt. a. & b. dico quod linea recta coniungens unum cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitque. a. e. b. linea recta si possibile est: producam lineas. c. a. & c. b. eruntque per. 5. primi anguli. c. a. b. & c. b. a. equales: pro- 5p.
traham item lineam. c. e. que secet circumferentiam in puncto. d. eritque per 16. primi angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiusdem latus. a c. maius latere. c e. & quia. c d. est equalis. c a. erit. c d. maior. c e. pars toto quod est impossibile: Quia ergo li- 18
nea coniungens duo puncta. a b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.

Propositio .3.

Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter super eam insistere. et si in eam orthogonaliter steterit. eam per equalia dividere necesse est.

¶ Sit ut lineam. a. b. collocatam intra circulum. a b. cuius centrum sit. c. linea. c. d. ueniens a centro diuidat per equalia: dico quod diuidit eam orthogonaliter. & econuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. ¶ Producam lineas. c. a. & c b. & ponam primo quod diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera. c d. & d. a. trianguli. c d. a. equalia duobus lateribus. c d. & d b. trianguli. c. d. b. & basis. c. a basi. c. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. unius 8
est equalis angulo. d. alterius quare uterque rectus: quare. c d. est perpendicularis super. a b. quod est propositum. ¶ Ponam iterum quod. c d. sit perpendicularis super. a b. & ostendam quod ipsa diuidit. a b. per equalia Erit enim propter hanc positionem uterque angulorum qui sunt ad. d. rectus qua- 5
re unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis an- 26
gulo. c. b. d. & latus. c. a. equale lateri. c. b. per. 26. primi: eiusdem erit linea. a. d. equalis linee. d. b. quod est propositum.

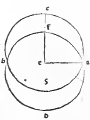
Propositio .4.

Si intra circulum due linee se inuicem secent. et super centrum non transeant. non per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. c. & b. d. secent se in puncto. f. & utraque earum uel altera non transeat per centrum. dico quod ipse non diuidunt sese per equalia: ita quod utraque per equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponatur & sit primo ut neutra transeat per centrum a centro. e. producam lineam. e. f. eritque per primam partem premisse unusquisque. 4. angulorum: qui sunt. a. f. e. e f c. & c f d. rectus quod est impossibile: sic enim rectus esset minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum & altera non: sitque. b. d. transiens per centrum adhuc dico quod non diuidunt sese per equalia quod si sic. tunc per primam partem premisse. cum b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiam. a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter: & quia diuidit. a. c. ipsam b. d. per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio .5.

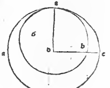
Circulorum se inuicem secantium cētra diuersa esse. ¶ Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.& b.Dico q eorum sint diuersa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum ipsum erit p diffinitiōem in portione utriq circulo cōmuni: sitq illud.e.& ducantur linee e.a.& e.f.c.eruntq per diffinitionem due linee.e.a.& e.f.equales: ¶ Itemq per diffinitionem due linee.e.a.& e.c.equales quare.e.f.est equalis.e.c.cum utraq earum sit equalis.e.a.pars uidelicet toti quod est impossibile.



Propositio .6.

Circulorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

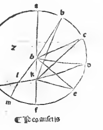
¶ Sint duo circuli.a.b.& a.c.contingentes se in puncto.a Dico q eorum sint diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiorē: sitq ipsum.d.& ducantur linee.d.a.& d.b.c.eritq per diffinitionem utraq duarum linearum.d.b.& d.c.equalis.a.d.quod est impossibile. ¶ De circulis aūt se contingentibus extra quorum scilicet unus est extra alterum: manifestum est p diffinitionem centri quod ipsi non habent idem centrum.



Propositio .7.

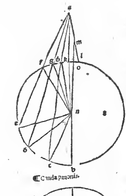
Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur: ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero diametrum perficiet omnium erit breuissima. que autem centro ꝓxime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tāto breuiores esse conuenıet. ¶ Duas quoq equidistantes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus pūctus.k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sint.k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k.f.k g.ad circumferentiam: & transeat.a.k.per centrum.h & .k.f.sit complementum dyametri: sitq ut.k.e.& k.g.equidistent a.k.f. hoc est dicere ut angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico q.k.a.est omniū longissima.& k.f.omnium breuissima: alie uero tanto longiores quāto centro propinquiores.ut.k.b.est longior.k.c.& k.c.est longior.k.d.& k.d.longior.k.e.& k.e.& k.g.sint equales: quia enim in triangulo.b.k.h.
20 duo latera.b.h.& h.k.per.20.primi: sunt maiora latere.b.k.& ipsa sint e-
p qualia linee.a.k.erit.a.k.maior.b.k.& eadem ratione maior omnibus aliis & hoc est primum. ¶ Itemq quia in triangulo.e.h.k.duo latera.h.k.& k.e.per eandem sunt maiora latere.h.e.quod est equale linee.h.f.ipsa erunt maiora linea.h.f.ergo dempta communi linea que est.h.k.remanebit k.e.maior.k.f.eademratione quelibet aliarum erit maior ipsa & hoc est secundum. ¶ Itemq quia duo latera b.h.& h k.trianguli.b.h.k.sunt equalia duobus lateribus.c.h.& h.k.triāguli.c.h.k.& angulus.b.h.k.ē ma-
24 ior angulo.c.h.k.erit per.24.primi basis.b.k.maior basi.k c.eadem rōne k.c.maior erit.k.d.& k.d.maior.k.e.& hoc est tertium. ¶ Quod si due linee.k.g.& k.e.non sint equales erit altera maior: sitq.k.g.de qua sumā k.l.equalem.k.e.& producam.h.l.quousq secet circumferentiam in puncto.m.& quia per ypothesim angulus.g.k.f.est equalis angulo.f.k.e.erit
13 per.13.primi.angulus.l.k.h.equalis angulo.e.k.h.& duo latera.l.k.& k.h.trianguli.l.k.h sint equalia duobus lateribus.e.k.& k.h.trianguli.e.k.h.
4 ergo per.4.primi basis.h.l.est equalis basi.h.e.& quia.h.m.ē equalis.h.e erit.h.m.equalis.h.l.quod est impossibile. sint ergo due linee.k.g.& k.e.equales quod est nostrum propositum.quartum.

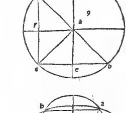


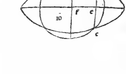
¶ Pes anseris

c



Cauda pavonis.





Propositio .8.

Si extra circulum puncto signato ab eo ad circum-
ferentiam linee plurime ducantur circulum secan
do. que super centrum transierit omnium erit lon
gissima. Centro autem propinquiores ceteris re
motioribus longiores. Linee vero partiales ad
circumferentiam extrinsecus applicate: ea quidem
que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiq; p
pinquiores remotioribus breuiores. Due vero que linee bre-
uissime vtrinq; eque propinquant equales sunt.

Sit ut a pũcto .a. assignato extra circulũ b.c.d. cuius cẽtrũ sit .n. ducant
plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint .a.k.n.b.a.
h.c.a.g.d. & .a.f.e. Dico q .a.b. transiens per centrum omnium erit longis
sima. & q .a.c. ẽ maior .a.d. & .a.d. maior .a.e. & q .a.k. est breuissima oĩum
extrisecaꝝ: & q .a.h. est minor .a.g. & .a.g. minor .a.f. & dico q si ducat .a.l.
ita q ipsa & .a.h. eq̃liter distent ab .a.k. hoc est q angulus .k.a.h. sit eq̃lis an
gulo .l.a.k. ipse erunt equales. Producam .n. a centro .n. lineas .n.e.n.d
n.c.n.f.n.g. & .n.h. eruntq; p .20. pmi duo latera .a.n. & .n.c. trianguli .a.n. 20
c. maiora .a.c. & qa ipsa sunt equalia linee .a.b. erit .a.b. maior .a.c. eadem p.
rõe erit maior oibus aliis quod est pmum. Et quia duo latera .a.n. & .n.
c. trianguli .a.n.c. sunt equalia duobus lateribus .a.n. & .n.d. trianguli .a.n
d. & angulus .a.n.c. ẽ maior angulo .a.n.d. erit p .24. pmi: basis .a.c. maior 24
basi .a.d. & eadem rõe erit .a.d. maior .a.e. qd ẽ sm. Itẽq; quia in triãgu
lo .a.n.h. duo latera .a.h. & n.h. sunt maiora .a.n. per .20. primi. & .h.n. est 20
equalis .n.k. erit p cõem sciam .a.h. maior .a.k. eadem rõne q̃libet extrin
secus applicataꝝ maior erit a.k. quod ẽ tertium. Item quia p .21. pmi 21
due linee a.h. & .h.n sunt minores duabus lineis .a.g. & .g.n. & .h.n. ẽ equa
lis .g.n erit p cõem scientiam .a.g. maior .a.h. eadem rõne erit .a.f. maior
a.g. qd est quartum. Quod si .a.l. non sit equalis .a.h. cũ ipse sint equa-
liter distantes ab .a.k. erit altera maior: sitq; .a.l. ponã ergo .a .m. equalem
a.h. & producam .n .o.m. qa ergo duo latera .m.a. & .a.n. triãguli .m.a.n.
sunt equalia duobus lateribus .h.a. & .a.n. triãguli .h.a.n. & angulus .m.a.n
ẽ eq̃lis angulo .h.a.n. erit p .4. pmi: basis .m.n. eq̃lis basi .n.h. & qa .n.o. ẽ 4
eq̃lis .n.h. erit .n.o. equalis .n.m. ps videlicet toti quod est impossibile &
hoc est quintum.

Propositio .9.

Si intra circulum puncto signato ab eo plures q̃ȝ
due linee ducte ad circumferentiam fuerint equa-
les. punctum illud centrum circuli esse necesse est.

Sit ut a pũcto .a. signato intra circulũ .b.c.d. ducte sint
.3. linee .a.b .a.c. & .a.d. ad circũferẽtiam q̃s pono eẽ equa
les dico punctum .a. esse centꝝ circuli. Producam .n. duas
lineas .c.b. & d.e. & diuidã utrãq; eaꝝ p eq̃lia .c.b. q̃dem in pũcto .e. & .d.
c. in puncto .f. & pducam .e.a. & .f.a. quas applico circũferentie ex utraq; p
te. eritq; p .8. pmi uterq; anguloꝝ q sunt ad .e. eq̃lis alteri .igr̃ p .13. p. uterq; 13
erit rect9. Silr̃ quoq; p eãdem uterq; anguloꝝ q̃ sunt ad .f. rectus: ergo per 8
correlarium pme huius. quia .a.e. diuidit .c.b. per equalia & orthogonali
ter ipsa transit p centrum. similiter quoq; .a.f. transit p centꝝ quia diuidit
d.c. p equalia & orthogonaliter. quare .a. est centꝝ qd est ppositum.

Propositio .10.

Si circulus circulum secet. in duobus tantum locis
secare necesse est.

Sint si possibile ẽ duo circuli secantes se in pluribus q̃ȝ in
duobus locis sup .3. puncta a.b.c. Producam lineas .a.b. &
a.c. quas diuidam p eq̃lia in punctis .d. & .e. & producam
a puncto .e. lineam .e.f. ppẽdicularem sup lineam .a.c. & a
puncto .d. lineam .d.f. perpendicularem super lineam .a.b. & secent se due
linee .e.f. & .d.f. in puncto .f. eritq; per correlarium prime huius punctum

5 f. centrum circuli utriusq; quod est impossibile. per. 5. huius.

Propositio. .11.

Si circulus circulum contingat. lineaq; per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c.e. & d.e. sese cõtingentium intra uel extra. non uadit ad locum contactus secet circumferentiam utriusq; sitq; .a. centrum circuli. e.d. & .b. centrum circuli e.c. & ducatur linea recta. a.b.c.d. secans circumferentiam utriusq; & ducantur linee a puncto e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e.a. c.e b. eruntq; in contactu interiori. per 20. primi due linee. e.b & .b.a. longiores. e.a. quare longiores. a.d est enim

20 p. a. centrum circuli. e.d. & quoniam. b.c. est equalis. e.b. quoniam .b. est centrum circuli .e.c. erit. c.a. longior. a.d. quod est impossibile. In contactu uero exteriori erunt due linee a.e. & .e b. longiores. a.b. quare .a.d. & .c b. maius erunt q; tota. a.b. quod est falsum.

Propositio .12.

Si circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in uno tantum loco cõtinget e necesse est.

Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum cõtingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a b.c. d circulus. a.b.e. iterius in duobus pũctis. a.b. uel exterius circulus. c d.f. in duobus punctis c d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a b.e interiorem accidet contrarium secũde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum: cum diuiserimus ipsam per equalia & eduxerimus a puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam fuerintq; applicata circumferẽtie ex utraq; parte ipsa trãsibit per centrũ amborũ circulorum quare accidet cõtrariũ premisse. In circulo uero cõtingẽte exteri⁹ in pũctis. c.d si ducamus lineã rectã a pũcto c. ad punctũ. d. necesse est accidere cõtrariũ se. huius. quare utrunq; ipossibile.

Castigator.

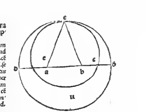
Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus cõtingant locis circulus ergo. c.d circulum. a b. in duobus locis interius cõtingat super duo puncta. c. & .d Sitq; centrum circuli .a. b. punctum. e. & centrum circuli. c.d. punctum. f. linea. ergo que contingit punctum. e. puncto .f. & ptrahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premissam. Coniungam itaq; .e. cum . f. & ptraham lineam e.f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c. & .d. centrum uero circuli. a.b. est. e. linea ergo. c.e. linee. e.d est equalis sed linea. e.d. linea. d.f. lõgior existit. ergo linea. c e. longior ẽ linea. f.d. sed linea. c.f. linea. c.e. fortior inuenitur linea. c.f. multo longior existit linea f.d. Et ẽt quia centrum circuli. c d. est punctum. f. erit linea. f d. linee. f.e. equalis. Sed iam fuit ostensum q; linea c.f. linea. f.d. multo longior existit. hoc autem contrarium & impossibile non ergo contingit c d. circulum. a.b. nisi tñ i loco uno. Cõtingant ergo se exterius in duobus locis si fi ẽ possibile. fm similitudinẽ qua circulus. g.h. circulũ a.b. cõtingit linea ergo q̃ ptrahit a pũcto. a. ad punctũ. b. cadit itra circulũ. a b & .cadit extra circulũ. g.h. hi ãt cõtrariũ & ipossibile ẽ qm̃ si q̃libet duo puncta cadẽtia fuerit sup arcũ circuli linea unum eorũ alteri cõiungit itra circulũ cadit p 2. huius nõ ergo cõtingit circulũ nisi i loco uno exterius, neq; iterius. Et hoc ẽ quod demõstrare uolumus.

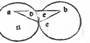
Propositio .13.

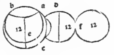
Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro eq̃distare. & si a cẽtro eq̃distiterit eq̃les eẽ necesse ẽ.

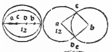
Sit ut in circulo. a.b.c.d. cuius centrum sit. e due linee a.d. & .c.b. sint eq̃les dico q; ipse equidistant a cẽtro & ecõuerso. Producãtur n. a cẽtro. e. linee. e.f & .e.g ppẽdiculares

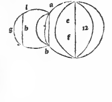
2 ad. a.d. & .b.c. eritq; p. 2. ptem tertie huius .a. d. diuisa p eq̃lia. in. f. & .b.c.

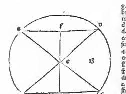




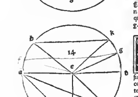








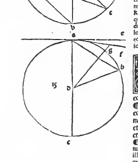
g. quia ergo duo latera .e.d. & .d.a. trianguli .e.d.a. sunt equalia duobus lateribus .e.c. & .c.b. trianguli .e.c.b. & basis .e.a. basi .c.b. erit per .8. pri 8
mi angulus .d. equalis angulo .c. & quia duo latera .e.d. & .d.f. trianguli .e. p.
d.f. sunt equalia duobus lateribus .e.c. & .c.g. trianguli .e.c.g. Nam d.f. est equalis .c.g. eo q tota .a.d. posita est equalis .b.c. & angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e.f. equalis basi .e.g. & quia iste 4
sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per diffinitionem 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e.d. per penultimam primi ualet quadrata duarum linearum .e.f. & .f.d. & quadratum .e.c. quadrata duarum linearum que sunt .e.g. & .c.g. & quia quadratum .d.e. est equale quadrato .e.c. & quadratum .d.f. quadrato .g.c. erit quadratum .e.f. equale quadrato .e.g. quare .e.f. est equale e.g. sicque patet idem ¶ Sit ergo .e.f. equalis .e.g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc q .a.d. est equalis .b.c. de quadratis enim duarum linearum .e.d. & .e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e.f. & .e.g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f.d. & .g.c. que per communem scientiam necesse est esse equalia quare .f.d. est equalis .g.c. ergo duplum .f.d. quod est .a.d. est equale duplo .g.c. quod est b.c. & hec est secunda pars propositi.



Propositio .14.

Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eique propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a.b.c. cuius centrum .e. cadant plurime linee, que sint .a.b .a.c .a.d .f.g. .h.k. sitque .a.e.d. diameter. dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e.b. .e.c. .e.f. .e.g. .e.h. & .e.k. eruntque per .20. primi duo la 20
tera .e.f. & .e.g. trianguli .e.f.g. longiora .f.g. & quia ipsa sunt equalia .a.d. erit .a.d. maior .f.g. eadem ratione maior erit q .a.c. quia .a.e. & .e.c. sunt maiora .a.c. & equalia .a.d. ergo .a.d. maior est .a.c. sic quoque est maior .h.k. & maior etiam q .a.b. quod autem .f.g. sit maior .h.k. & .a.c. .a.b. patet. quia per .24. primi cum duo latera .f.e. & .e.g. trianguli .f.e.g. sint equalia 24
duobus lateribus .h.e. & .e.k. trianguli .h.e.k. & angulus .f.e.g. maior angulo .h.e.k. erit basis .f.g. maior basi .h.k. Similiter quoque quia .a.e. & .e.c. sunt equalia .a.e. & .e.b. & angulus .a.e.c. maior angulo .a.e.b. erit basis .a.c. maior basi .a.b. & sic est propositum.

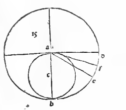


Propositio. 15.

Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atque inter illam & circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circumferentia contentum. omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

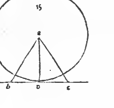
¶ Sit ut a termino a diametri a c circuli .a.b.c. cuius centrum .d. ducatur linea orthogonaliter dico q ipsa cadit extra circulum. & q inter lineam illam & circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur: & q angulus quem ipsa & circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. & quod angulus contentus a diametro & circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

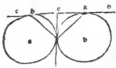
5 p dere infra circulum. sit illa linea. a. b. & ducatur linea. d. b. eritq; per. 5. pri-
mi angulus. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. & quia angulus. d. a. b est rectus
per ypothesim. habebit triãgulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est im
32 possibile. per. 32. primi. ¶ Cadet ergo extra sitq; a. e. q; si inter ipsam & cir
cumferentiam potest linea recta intercipi sit illa. a. f. ad quam ducatur p
18 pendicularis. d. g. & quia angulus. d. g. a. est rectus. erit per. 18. primi linea
a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam & circũfe
rentiam nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q; angulus
cõtentus. ab. e. a. & circũferentia qui dr̃ angulus contingentie est minor oĩ
angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angu
lus esset angulo cõtingentie equalis. aut eo minor cũ. oĩs talis p osit pereq
9 lia diuidi fm doctrinam. 9. primi inter lineam. a. e. & circũferentiã posset
linea recta intercipi q; monstrauimus esse nõ posse. Per q̃d patet angulũ
cõtentum a diametro & circũferentia oium acutorum rectilineorum esse
maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem mõ
strauimus esse minorem oĩ rectilineo. ¶ Correlarium patet p primam p
tem. Cum enim linea. a. e. in utranq; ptem erecta non secet circulum & tã
gat ipsum in puncto. a. ipsa est contingẽs p diffinitionem. ¶ Ex hoc no
tandum q; nõ ualet ista argumentatio. hoc trãsit a minori ad maius. & p
oĩa media. ergo p equale. Nec ista contingit reperire maius hoc & minus
eodem ergo cõtingit repire equale. Hoc aũt sic patet. Sit circulus. a. b. sup
centrũ. c. cuius diameter. a. c. b. & ducatur ab eius termino a. linea. a. d. or
thogonaliter: eritq; cõtingens circulum p correlarium huius. Describat
itez sup pũctum. a. fm quantitatem diametri. a. b. circulus. b. e. d. & ima
ginetur linea. a. b. moueri sup punctum. a. per circũferentiam arcus. b. e. d
ita q; punctum. b. numeret oĩa puncta arcus. b. e d. quousq; perueniat ad
lineam. a. d. & cooperiat ipsam. & quia angulus. b a. d est rectus: erit ut nõ
sit sumere aliquem angulum acutum cui eq̃lem non fecerit linea. a. b cũ
diametro. a. c. b minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum dinu
merans situm oium angulorum acutorum quorum manifestum est quos
dam esse minores angulo semicirculi cõtento a semicircũferentiam. a. b. &
diametro. a. c. b & angulum rectum mãifestum est esse maiorem eodem.
Dico q; nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectũ maiorem interme
dius fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis: sit ut illum fecerit linea. a. b. cũ
punctus. b fuit in puncto. e. arcus. b. e. d. quia ergo angulus. e. a. b. est eq̃
lis angulo semicirculi predicto: angulus aũt semicirculi est amplissimus
oium acutoꝝ p ultimã ptem hu9: erit angulus. e. a. b. amplissimus oium
9 acutorum: diuidatur ergo angulus. e. a. d sicut pposuit. 9. primi p equalia
ducta linea. a. f. eritq; per conceptionem angulus. f. a. b. amplior angulo
e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod ẽ impossibile. ¶ Vel
sic cum angulus. e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At an
gulus semicirculi cum angulo contingentie est equalis uni recto. Simili
ter quoq; angulus. e. a. b. cum angulo. e. a. d. est equalis uni recto: erit an
gulus. e. a. d. equalis angulo contingentie: & quia angulus contingentie ẽ
angustissimus omnium acutorum. p. 3. ptem hu9. erit similiter angulus.
e. a. d. sibi eq̃lis angustissimus oium acutoꝝ. sed angulus. e. a. f. est eo angu
stior p conceptionẽ: erit ergo aliquid angustius angustissimo q̃d ẽ impos
sibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi &
quia transitur a minori ad maius & non per equale. Item quia est reperi
re minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranq; argumẽtatio
nem predictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

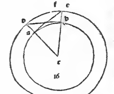


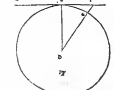
¶ Castigator

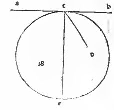
¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere neces
se est. si enim fm lineam contingat ducam ad terminos linee secundum
quam contingit que sit. b. c. a centro circuli quod sit. a. lineas. a. b. & a. c. &
ducam lineam. a. d. in medium linee. b. c. & erũt duo trianguli. a. b. d. & a
d. c. tũc arguo sic. Aut linea. a. d. incidit orthogonaliter super. b. c. aut nõ.











Si fi erit in omni triangulo angulus apud.d.rectus & per consequens in
illis triãgulis erunt latera.a.b.&.a.c.longiora latere.a.d.p.18.primi.quia
maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangu
lis. Si uero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit ob
tusus & ei in suo triangulo maius latus opponitur per eandem.18.ex quo
sequitur q̃ tres linee uenientes a centro.a.usq; ad puncta.b.c.d.non sunt
equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur linee uenien
tes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra diffini
tionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse per
pendicularem super contingentem ut infra per.17.huius demostratur.

Posset probari, quod angulus cõtingentie est diuisibilis se
cundum lineam rectam ut constat per figurationem hic a
latere positam. Certum est q̃ angulus, qui causatur ex con
tactu duorum circulorum uel sparum est angulus contingentie & a
talis diuidatur per lineam.e.g.quia hic habetur triangul9
h.g.k.cuius basis.h.k.diuidatur per equalia in puncto.e.&
protrahatur uersus.g.cõtactum & arguitur per.4.primi.deinde per.26.hu 4 p
ius & patet propositum. 26

Castigator

a Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit a recta & curua
causatus.

Propositio .16.

Dato puncto ad datum circulum lineam contin
gentem ducere.

Sit circulus datus.a.b.cuius centrum.c.punctusq; datus
d.uolo ergo a puncto.d.ducere lineam contigẽtem circu
lum.a.b. Produco lineã.d.c.secantem circumferentiam
circuli.a.b.in puncto.a.super quam describo circulum.d.
e.secundum quantitatem linee.d c.concentricum circulo.a.b.&.a puncto
a. Produco lineam.a.e.perpendicularem ad lineam.d.c.que secet circum
ferentiam circuli.d.e.in pũcto.e.& produco lineam.e.c.secantem circum
ferentiam circuli.a.b.in puncto.b.deinde produco lineam.d.b.que erit
contingens circulum.a.b. Quia enim duo latera.a.c.&.c.e.trianguli.a.c
e.sint equalia duobus lateribus.b.c.&.c.d.trianguli.b.c.d.& angulus.c.e
communis utriq; erit per.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo.d.b.c.an 4
gulus autem.e.a.c.est rectus quare angulus.d.b.c.est rectus per correlari
um ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b.quod est p
positum.

Propositio .17.

Si circulum linea recta cõtingat a contactu uero ad
centrum linea recta ducatur necesse est eam super
lineam contingentem esse perpendicularem.

Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrum
sit.d.in puncto.c.qui iungatur cum cẽtro per lineam.c.d.
dico hanc esse perpendicularem super lineam contingen
tem. Si enim non est perpẽdicularis ad ipsam.sit ergo.d.f.perpẽdicularis
ad eandem que secet circumferentiam circuli in puncto.e.erit q; uterq; an
gulorum qui sunt ad.f.rectus igitur per.18.primi linea.c.d.est maior li 18
nea.d.f.quod est impossibile.a Constat itaq;.d.c.esse perpendicularem su a
per.a.b.quod est propositum.

a Quia sic pars esset maior suo toto.quod est contra cõceptionem cũ
d.c.sit equalis.d.e.per diffinitionem circuli.

Propositio .18.

Si circulum linea recta cõtingat:& a contactu in cir
culum linea quedam orthogonaliter ducatur.in ea
dem centrum esse necesse est.

Sit ut prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in pun
cto.c.&.a.contactu ducatur intra circulum.c.e.linea per
pendicularis ad lineam.a.b.dico q̃ cẽtrum circuli est in li
nea.c.e.& est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea.c.e.sit

alibi ubicumq contingat.sitq.d.& producatur linea.d.e.eritq.d.c.per p̃missam perpendicularis ad lineam.a.b.quod est impossibile cum.e.c.posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio .19.

Si intra circulum angulus supra centrum cõsistat alius vero angulus supra circumferentiam consistens eandem basim habeat inferior superiori duplus erit.

¶ Sit ut in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.fiat angulus.a.d c.super cẽtrum & angulus.a.b.c.super circumferentiam.sitq utrinsq anguli eadem basis que sit arcus.a.c.dico angulum.a.d.c duplum esse ad angulum.a.b.c. ¶ Quod sic probatur. Aut enim due linee.a.b.& b.c.includunt duas lineas .a.d.& d c.aut altera earum sit linea una cũ altera reliquarum.aut etiam altera primarum secat alteram postremarũ. ¶ Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet.& 32 p. 5 producatur linea.b.d.e.eritq.per .32.primi: angulus.a.d.e.extrinsecus equalis duobus intrinsecis qui sunt.b.a d.&.a b.d.trianguli.a.b.d.& quia ipsi sunt equales per.5.eiusdem erit angulus.a.d.e.duplus ad angulum.a.b.d. similiter quoq erit angulus.e.d c.duplus ad angulum.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus est ad totum angulum.a.b.c.quod est ꝑpositum. ¶ Quod si altera duarum linearum.a b.& b.c.fiat linea una cum altera duarum linearum que sunt.a.d.&.d.c.ut in secunda figuratione apparet.per easdem per quas prius: & simili mõ liquet ꝑpositum. ¶ Quod si altera duarum primarum secet alteram duarum postremarum.ut in.3.figuratione apparet.ubi linea.a.b.secat lineam.d c.producatur linea.b.d.e.eritq per easdem quas prius assumpsimus & simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulũ.d.b.a.& totus angulus.e.d.c.duplus ad totũ angulũ d.b.c.quare angulus.a.d.c.duplus est ad angulũ.a.b.c.q̃d est ꝑpositum.

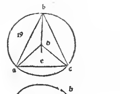
¶ Castigator

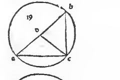
¶ Ista.19.indiget limitatiõe aliter pateret instãtiam ut patebit nã si angulus fuerit sup arcũ portionis minoris veluti in arcu.a.f.c.in puncto.f.tũc manifeste.appet eãdem basim hr̃e cum angulo supra centrum qa eadẽ corda a.c.est basis utriusq, m̃ non ur̃ concludi angulus.d.esse duplus.ad angulũ.f.& ideo limitãda ur̃ cõclusio sic videlicet. Alius vero angulus sup circũferentiam portionis maioris cõsistens eãdem basim circualem hẽat inferior supiori duplus erit. ¶ Vigesima cõclusio veritatẽ hẽt sed nõ ꝓbabit.de angulis consistentibus in portione.a.f.b.per premissam cũ ipsa sit portio minor ut.de.19.diximus sed bene indifferẽter concludet propositum p sequẽtem.21.de quadrilatero circulo inscripto sic videlicet. quilibet angulus.b.cum eodem angulo.f.equant duobus rectis ergo anguli.b.sibi inuicem sunt equales cum.a.b.c.f.sit q̃drilaterum & similr̃ de angulis.f.in minori portiõe consistentibus per eãdem.21.probabit eos esse equales sic videlicet quilibet angulus.f.cum eodem angulo.b.equivalent duobus rectis igitur omnes anguli.f.sibi inuicem sunt equales quia sunt duo anguli i q̃drilatero.a.b.c.f.ex aduerso collocati ut patet intuẽti & eq̃litas angulorum sup circũferentiam maioris portionis ꝓbat̃ p unicũ angulum sup circũferentiã minoris portionis & econuerso equalitas eorum qui sunt super arcum minoris cõcluditur per unicum illorum qui sunt in portiõe maiore.

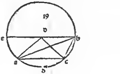
Propositio. .20.

Si in una circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

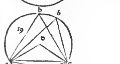
¶ Sit ut in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius cẽtrum.f.consistant quotlibet anguli super arcum.a d.b.qui sunt.c.d.e.dico eos esse equales. ¶ Protrahat̃.n.corda.a.b.& ab eius extremitatibus: ducantur in centrum linee.a.f.&.b.f.eritq per premissam angulus.f.consistens super centrum ad unumquodque eorum duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.

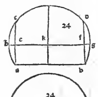


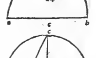


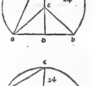


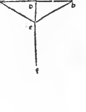












Propositio .21.

SI intra circulum quadrilaterus discribatur. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterum.a.b c. d. inscriptum circulo.a.b.c.d
dico quosq; duos eius angulos ex aduerso collocatos esse
equales duobus rectis. ꝑ ptrahant.n.i q̄drilatero diametri
a c.b.d.eritq; ꝑ ꝑmissam angulus .c.b.d. equalis angulo.c.a. d.ꝫ angulus
a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.c.erit equalis duobus angulis q̄ sint
a.c.d.ꝫ.c.a d.ꝫ q̄a ipsi cū angulo.a.d.c.sunt eq̄les duobus rectis .ꝑ.31. pri 32
mi erūt duo anguli.b.totalis.ꝫ.d.totalis eq̄les duobus rectis quod ēppo p.
situm. Similiter quoq; ꝓbabit angulos.a.ꝫ c.totales eē eq̄les duob⁹ rectis.

¶ Castigator.

¶ Ex ista excluduntur elmuaym.siue rombus . ꝫ similis elmuaym . siue romboides.quia nō ꝑnt circulo inscribi cū 2.anguli oppositi sint obtusi.

Propositio .22.

DUas circuli similes portiones inequales.sup vnā rectam lineam assignatam.ex eadem parte cadere impossibile est.

¶ Sit linea recta assignata.a.b.sup quam fiat portio circuli.a.c.b.dico q̄ super eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic.ꝫ ea maior aut minor.
¶ Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a.d.b. maior ea que tñ
sit similis ei fiat ergo angulus.a.c.b.in portione minori. ꝫ angulus.a.d.b.
in maiori.erit ergo ut linee.a.d.ꝫ.d.b.includant lineas . a.c.ꝫ.c.b ut pa
tet in figuratione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera
posteriorum. ut in secunda aut ut altera secet alteram ut in tertia.¶ Quod
si fuerit primo modo erit per.21.primi angulus . c. maior angulo.d. non 21
ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secūdo modo erit
adhuc angulus.c.maior angulo.d per.16.eiusdem. nec sic igitur erūt por 16
tiones similes. Si aūt tertio modo sit ut linea.a.d.secet lineam.c. b ꝫ secet
circūferentiam portionis minoris in puncto.e. ꝫ ducatur linea.e b.eritq;
ꝑ eandē.16.primi angulus.a.e.b.cōsistens in portione.a.c.b.maior angulo 16
d.sed.e.ē eq̄lis ꝑ.20 hui⁹ q̄re.c.ē maior.d.q̄re nullo mō similes. ¶ Simili 20
quoq; mō ꝓbabis q̄ sup lineam.a.b.nonfiet portio similis portioni. a.c.
b.minor.ea posito.c.in loco.d.ꝫ.d.in loco.c. in figurationibus ꝓdictis 21
erit enim per premissas scilicet ꝑ.21.ꝫ.16.primi.ꝫ premisso mō angulus 16
d.omnium figurationum maior angulo.c. quare portiones non erunt similes. ¶ Et nota q̄ licet ꝓponatur super lineam unam nō posse fieri portiones similes ineq̄les ex eadem pte.uerū est tamē q̄ nec ex diuersis quod
licet ꝓbare minori q̄ ē ex una pte supposita maiori q̄ ē ex alia,necesse enim
erit ꝑ cōem sciam ip sam a maiori excedi nō ergo sunt similes ꝑ hanc.22. 22

Propositio .23.

SI circulorum similes portiones super lineas equas fuerint.ipsas portiones equales esse necesse est.

¶ Sint due linee.a.b.ꝫ.c.d.equales sup quas sint due portiones circulorum.a.e.b.c.f.d.que sint similes. dico q̄ ipse sint equales. Si.n.nō sint equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem, sed linea.a.b.non excedet lineā .c.d.ne excedetur ab ea: cum sint equales quare accidit contrariū premisse quod est impossibile.erunt enim.a.b.ꝫ.c.d.linea.una.

Propositio 24.

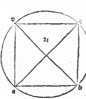
DAti semicirculi.siue semicirculo maioris minori siue portionis circulum perficere.

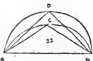
¶ Intentum ꝑ hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b.quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro

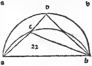
traham in eo duas lineas qualitercumq; contingat quesint.a.c.& .b.d.
quas diuidam per equalia.a.c.quidem in puncto .e.& .b d. in puncto
f. & protraham .e.g. perpendicularem ad.a.c. & .f.h. perpendicularem
ad.b.d.que secent se in puncto.k.eritq; per correlarium prime huius cen'
trum circuli in utraq; linearum.e.g.& .f h. quare centrum est punctum.k.
Si aūt.e.g.nō secet.f.h.sed sint linea una.quēadmodum erit si due linee
a.c.& .b.d.sint eqdistantes tunc ipsa applicabitur circūferentie dati arcus
ex utraq; parte ipsa igitur diuisa p medium in puncto.k.erit ibi centrum
circuli p idē correlariū. Eqdistantes aūt nō erūt.e.g.& .f.h. qacū in utraq;
sit centꝝ circuli p dictū correlariū.essent eiusdē circuli duo cētra:Sic pt
de oi arcu siue de oi portiōe cōiter demōstrari qliter in de circulus pficiat
¶ Quia tñ auctor in hāc cōclusionē uariat fm diuersas spēs arcuū oium
portionū enumerādo spēs demōstrabitur diuisim p spēs qliter ex oi por
tione data circulus perficiatur. Sit ergo primum.a.b.portio data semicir
culus.eritq; p diffinitionem semicirculi . linea.a'.b. diameter.ea igitur
diuisa per medium in puncto.c. erit .c.centrum circuli. ¶ Sit rursus
portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b. quā diuido p eq̄lia
in puncto d.a quo duco.d.c. ppendicularem ad ipsam que transibit per
cētrum p correlarium prime huius:& protraho lineam.a.c.& quia linea
a.b.est minor diametro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo: erit.a.
d.minor semidiametro.sed d.c.est maior semidiametro.ergo.d.c.ē ma
ior q̄.a.d.ergo.p 19 primi:angulus.c.a.d.ē maior āgulo.a.c.d.fiat itaq;
19 per.23.primi:angulus.c.a.e.equalis angulo.a.c.d.pducta linea.a.e. que
p. secet lineam.c.d in puncto.e.eritq; p.6.primi.linea.a.e.equalis linee.e.c.
23 pducatur igitur linea.e.b.eritq; per.4 primi linea.e.b. equalis linee.a.e.
6 quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per .9. huius.e.est centrum
4 circuli ¶ Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo cuius corda sit.a.
9 b.quā diuido p equalia in puncto.d.a quo pduco lineam.c.d.e.perpen
dicularem ad lineam.a.b.que secet circūferentiam in puncto.c.hāc ma
nifestum est transire per cētrum p correlarium prime huius.pduco iterū
lineam.a.c.eritq; angulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est eq̄lis erit por
a tio.a.c.b. semicirculus.& si minor ᵃerit maior ᵇ semicirculo.positū est āt
b q sit minor pduco igitur lineā.a.e.que cū linea.a.c. faciat angulū equa
lem angulo.c.& secet lineam.c.f.in puncto.e.& manifestum ē q punctū
6 e. cadat extra datam portionem. & produco lineam . e . b . & quia
4 angulus.a.totalis est equalis angulo.c.erit per.6. primi linea .c.a. eq̄lis
9 linee e.c.& quia p quartam primi linea.e.b.est equalis linee.e.a.erit per
9.huius punctum.e.centrum circuli quare patet 'propositum fm omnes
species portionum circuli. ¶ Castigator
a¶ Quia oēs linee recte ī circulo sint minores diametro eiusdē circuli
p.14.huius.& ideo corda cuiuslibet portionis eiusdē ē breuior diametro
sed si angulus.a c.d.eēt eq̄lis āgulo.c.a.d.erit dicta portio semicirculus
p.6.pmi.Et si minor erit maior semicirculo qm̄ tūc linea.c.d.eēt lōgior
a.d uel.b.d.p.18.pmi.& cū in eadē sit cētꝝ circuli p correlariū pme huiꝰ
& iā nō ē in pūcto.d.ut dictū ē quia eēt cōtra ypotesim sequitur.q sit si.pra
d.īter.d.& c.p aduersariū.& p cōns corda.a.b.eēt īfra centꝝ & sic efficeret
corda portōis maioris.a.c.b & iō cōtra ypotesim.b Vel sic tūc angulus
c.a.d.eēt maior angulo.a.c.d.si mō fiat angulus.c.a.e.p.23.pmi eq̄lis an
gulo.a.c.d.ut in portione maiori tūc sequeretur dictā portionē eē maiorē
cum punctus.e.per.9.huius sit centrū.ut in secunda dispositione.portio
nis maioris sicq; cōtra ypotesim.qm̄ positū ē q sit portio minor.iō.&c.

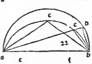
Propositio .25.

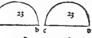
Si in equis circulis seu super centra.seu super circū
ferētias equales anguli ɔsistant.super equos arcus
eos cadere necesse est.
¶ Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrum .d.& .e.f.
g.cuius centrum.h.& fiant supra centra eorum duo angu

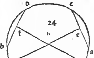


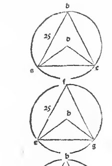


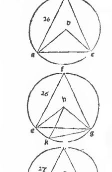


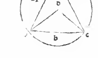












ß.a.d.c.ꝛ.c.h.g.qui ponantur equales.dico duos arcus.a.b.c.ꝛ.e.f.g.es
ſe equales.¶ Protrahãtur due linee.a.c.ꝛ.e.g ꝛ fiant duo anguli in circu
ferenciis ipſorum conſiſtens ſupra predictos arcus qui ſint angulus.a.b.c ꝛ
angulus.e.f.g quia ergo circuli ſunt equales.erunt per diffinitionem ᵃeq a
lium circulorum ſemidiametri equales ꝛ quia duo anguli.d.ꝛ.h.ſunt eq
les erit per.4.primi linea.a.c.equalis linee.e.g ꝛ per 19.huius erit angu 4
lus.b.equalis angulo.f.cum.d.ᵇ angulus ſit equalis angulo.h.ergo p dif b p̄
finitionem ſimilium portionum due portiones.a.b.c.ꝛ.e.f.g.ſunt ſimi 19
les: ꝛ quia ipſe ſunt ſuper lineas.a.c.ꝛ.e.g.equales ipſe erunt equales per
.23.huius: quare arcus.a.b.c.ꝛ e.f.g ſunt equales Quod ſi anguli.b.ꝛ.f.q 23
ſunt in circumferentia ponantur equales erunt per diffinitionem portio
nes ſimiles ꝛ anguli.d.ꝛ.h.equales per.19.huius ꝛ quia circuli ſunt equa 19
les per poſitionem erunt per.4 primi: due linee.a.c.ꝛ.e.g . equales qua 4
re ut prius portiones equales per.23.huius cum ſint ſimiles ꝛ ſuper equales 43
lineas, igitur ꝛ arcus equales: quod eſt ꝓpoſitum.

¶ Caſtigator

a ¶ Immo per conuerſionem diffinitionis. b ¶ Quia uterq; duplus ad illos.

Propoſitio 26.

Si in equis circulis equi ſumãtur arcus. infra illos formatos angulos.qui ſupra centra eorum ſeu ſupra circumferentias conſtituantur equos eſſe neceſſe eſt.

¶ Sint ut prius duo circuli.a.b.c cuius centrum.d ꝛ.e.f.g
cuius centrum.h.ſintq; duo arcus.a b.c.ꝛ e.f.g equales ſi
antq; ſuper ipſos arcus duo anguli in centro qui ſint.d ꝛ.h.ductis.a.d.e.
d.e.h.g.h. Itemq; ſuper eoſdem arcus fiant duo alii anguli in circũferen
tia qui ſint.b.ꝛ.f.ductis lineis.a.b.c.b.e f.ꝛ.g f.dico duos angulos.d.ꝛ
h.adinuicem eſſe equales Itemq; duos.b.ꝛ.f.adinuicem eſſe equales ꝛ ẽ
hec conuerſa prioris.¶ Si enim non ſint.d ꝛ.h.anguli adinuicem equa
les: ſit ergo.h.maior a quo abſcidaturᵃ angulus.k.h.g.qui ſit equalis an a
gulo.d.eritq; per premiſſam arcus.k. e f.g.eq̃lis arcui a.b.c.ſed duo arcus
a.b.c.ꝛ.e.f.g poſiti ſunt equales: accidet ergo partem eſſe equalem toti:
quod eſt impoſſibile: quare anguli.d ꝛ.h.totales ſunt equales.¶ Simi
li quoq; modo probabis angulos.b.ꝛ.f.eſſe equales uel ſi mauis probato
q anguli.d.ꝛ.h.ſint equales.ſequitur.b.ꝛ.f.eſſe equales per.19.huius ꝛ e 19
conuerſo.

¶ Caſtigator

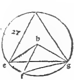
a ¶ Ve ſup er punctum.h.fiet angulus .k.h.g. per.23.primi.equalis angulo.d.

Propoſitio .27.

Si in circulis equalibus eque linee arcus reſecent. arcus quoq; equos eſſe ſi autem linee inequales fuerint arcus quoq; inequales. ꝛ a maiore linea maioremᵃ arcum:a minore vero minorem abſcindi neceſſarium eſt. a

¶ Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrũ.d.ꝛ.e.f.g.
cuius centꝝ.h.ſitq; corda.a.c.equalis corde.e.g. dico duos arcus.a.b.c.ꝛ
e.f.g.quos predicte corde ex predictis circulis reſecant eſſe equales Quod
ſi corda.e.g.ponat͛ maior corda.a.c.dico arcũ.e.f.g.eẽ maiorẽ arcu.a.b.c.
Primũ quidẽ ſic ꝓbat͛ ducant͛ a cẽtris linee ad extremitates cordaꝝ q̃ ſint
d.a.d.c.h.e.h.ꝛ quia circuli poſiti ſunt fore eq̃les.erũt heeᵃ ſemidiame
tri eq̃les.ꝛ quia linea.a.c poſita eſt eq̃lis linee.e.g.erit per.8.primi angu a 8 p̄
lus.d.equalis angulo.h totali: quare per 25.huius erit arcusᵇ.a.b.c.eq̃lis
arcui.e.f.g.ſicq; patet primũ. Secundum ſic ſit.e.g maior.a.c.eritq; per.25. b 52
primi angulus.h.maior angulo.d.fiat ergo angulus.f.h.g.equalis angulo 25

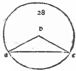
25 d.eritq per.25.huius arcus.f.g.equalis arcui.a.b.c.q̃re arcus.e.f.g.est maior arcu.a.b.c.quod est secundum.propositum.



¶ Castigator

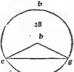
a ¶ Per cõuersionem diffinitionis equalium circulorum. b ¶ Arcus inferiores ideo cõcludunt eq̃les quia superiores sunt eq̃les p.25.huius q̃bus a totis circũferẽtiis remotis remanẽtes sunt eq̃les. ¶ Aliqui h̃nt a minore linea maiorẽ arcũ & utrũq põt stare sed diuersimode cõsideratum.q̃m q̃n dr̃ a maiore linea maiorem arcũ intelligit̃ in portione minore & q̃n dr̃ a.minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcũ abscindit q̃m ipsa magis appropinquat dyametro & sic minuit arcum portionis maioris sed secus in minori.

Propositio .28.



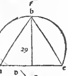
Irculorum equalium equos arcus.equas cordas habere necesse est.
¶ Sint duo circuli eq̃les.a.b.c.cuius centrum.d.& e.f.g.cuius centrum.h.sitq arcus.a.b.c.equalis arcui.e.f.g.dico q corda a c.est eq̃lis corde.e.g.& est hec conuersa p̃me partis premisse. ¶ Ducantur linee.d.a.d.c.h.e.h.g.eruntq p.26.huius
26 anguli.d.& h.equales: quare per q̃rtam p̃mi erit.a.c.eq̃lis.e.g.q̃d est propositum. Quecũq aũt pbate sunt passiones de diuersis circulis eq̃libus intellige multo fortius ueras eẽ de eodẽ.

Propositio .29.

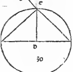


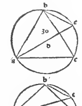
Atum arcum per equalia diuidere.
¶ Sit datus arcus.a.b.c.cui subtẽdat̃ corda.a.c.q̃ diuidat̃ p equalia in puncto.d.a.quo ducat̃ ppendicularis ad ipsam q̃ sit.d.b.secãs circũfrẽtiam dati arcus in puncto.b.quẽ dico diuidere datũ arcum p equalia.ducãt̃.n.linee.b a.b.c.q̃ erũt eq̃les p.4.p̃mi q̃re p p̃mã ptem.27.huius arcus
4 a.b.erit eq̃lis arcui.b.c.quod ẽ ppositũ.
27

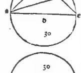
Propositio .30.

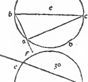


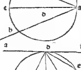
I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat.rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq omnis portiõis angulus semicirculo maioris recto maior.minoris vero recto minor de necessitate erit.
¶ Sit ut in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.& diameter.a.d.c.semicirculus.a.b.c.in cuius semicirculi circũfrẽtia fiat angulus.a.b.c.ductis lineis.a.b.& b.c.dico illũ angulũ eẽ rectum.ptrahat̃ ab ipso angulo in centrum linea.b.d.eritq p quintã p̃mi angulus.a.b.d.eq̃lis angulo.a.& angulus.d.b.c.eq̃
5 lis angulo.c.& q̃a angulus c.d.b.ẽ eq̃lis duobus angulis.d.b.a.& a.p.32.p̃
32 mi: ipse erit duplus ad angulũ.d.b.a.eadem rõne angulus.a.d.b.duplus erit ad angulũ.d.b.c.ergo duo anguli.c.d.b.&.a.d.b.dupli sunt ad totalẽ angulũ.a.b.c.sed ipsi sunt eq̃les duobus rectis.p.13.p̃mi: erit igr̃ angulus.a
13 b.c.totalis medietas duorum rectorum: q̃re rectus quod est p̃mum ppositum.
¶ Idẽ aliter ptrahat̃.b.c.usq ad.e.eritq p.32.p̃mi: angulus.a.b.c.equalis
32 duobus angulis.a.&.c.& q̃a angulus.a.est equalis angulo a.b.d.& angulus c.angulo.c.b.d.erit ãgulus a.b.e.eq̃lis totali ãgulo.a.b c.ergo uterq eorum ẽ rectus p diffinitionem. ¶ Tertiũ sic patet: sit in circulo.a.b.c.cuius centrum d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo: & fiat sup eius circũferentiã angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.& b.c.dico illũ angulũ eẽ minorẽ recto.ducat̃ enim diamiter.a.d.e.& linea.e.b.eritq per p̃mam partem huius.b.totalis rectus.quare angulus.a b.c.erit minor recto per cõem sciam cum sit pars eiusdem sicq patet tertiũ. ¶ Secũdũ sic. Sit rursus in circulo.a.b.

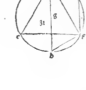












e.cuius centꝝ.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.q̄ sit semicirculo minor & si
at sup ei⁹ circūferentiā angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.&.b.c.dico hūc an
gulum esse maiorem recto.producatur enim diameter.a.d.e.& linea.b.e.
eritq̄ per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus.a.b.
c.erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum & quin
tum sic. Sint in circulo.a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda
a.c.maior semicirculo & portio.a.d.c.cuius eadem corda.a.c.minor semi
circulo dico angulum cōtentum ab arcu.b.a.& corda.a.c.esse maiorem re
cto & angulum cōtentum ab arcu.d.a.& corda.a.c.esse minorem recto.p
ducatur diameter.c.e.b.& linea.b.a.usq̄ ad.f.eritq̄ per primam partem
huius angulus.b.a.c.rectus quare per.13.primi angulus.f.a.c.est similiter 13
rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars & secundus pars recti eui
denter patet utrūq̄.quare tota liquet hec pēthamembris conclusio. ¶ Ex
istis autem duabus ultimis partibus nota ē instātiam contra illas duas
argumētationes ad quas tulimus instātiam.in.15.huius trāsitur enim ab 15
angulo portionis semicirculo minoris q̄ est minor recto per ultimam p
tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior re
cto per penultimampartem huius.non tū per equale. Cum.n.omnis por
tio circuli sit semicirculus aut minor semicirculo.aut maior sit aūt tā an
gulus semicirculi per primam partem.15.quam angulus portionis mino 15
ris per ultimam ptem huius minor recto.portionis uero maioris sit ma
ior recto.& tū non erit alicuius portionis angulus.necsimpliciter aliquis
cōtentus a circumferentia.& linea recta nec rectus nec eq̄lis recto. Quod
ut clarius pateat sit in circulo.a.b.c.cuius centꝝ.d.linea.a.b.cui non sit de
terminatus finis ex parte.b.secās ex ipso portionē semicirculo minorem.
eritq̄ per ultimam ptem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.
d.c.& imaginet linea.a.b.moueri ad partem.c sup pūctum.a q̄ quamdiu
fuerit citra.c.uel in ipso.c.coopiens diametꝝ.a.d.c.faciet cum arcu angu
lum minorem recto. In oi aūt pūcto ultra.c.uelut in.e.faciet p penultimā
ptem h⁹ angulum maiorem recto.trāsit ergo a minori ad maius nō p eq̄
le & sicut in rectilineis angulis est repire maiorem angulo semicirculi &
minorē.nō tū eq̄lem ut mōstratū ē i.15.huius:sic in angulis portionū est 15
repire maiorē recto & minorem n̄ tū eq̄lem ut patet ex ista demōstratōe.

Propositio .31.

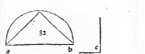
Si circulum linea recta contingat & a cōtactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centꝝ ducatur quoscunq̄ duos angulos cū contingente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt.portionibus:equales.

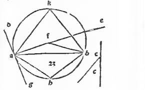
¶ Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.e.f.cui⁹
centꝝ.g.in puncto.d.a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea
d.f.secans ipsum . fiantq̄ angulus.d.c.f.consistens sup arcum portionis
d.e.f.ductis lineis.c.d.&.c.f.& angulus.d.e.f.cōsistens super arcum portio
nis d.c.f.ductis lineis.e.d.&.e.f.dico angulum.c.esse equalem angulo.b.
d.f.& angulū.e.angulo.a.d.f.ducat.n.diameter.d.g.h.& linea.f.h.eritq̄ 17
p.17.hui⁹.d.h.ppendicularis sup.a.b.& p p̄mam ptem p̄missę angulus.d
f.h.rectus.quare duo anguli.a.d.h.&.d.f.h.sunt eq̄les.posito ergo cōmu
ni angulo.h.d.f.erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui sunt.d.f.
h.&.h.d.f.sed hi duo cum angulo.h.sunt equales duobus rectis per.32.pri 32
mi ergo angulus.a.d.f.cum angulo.h.sunt equales duobus rectis.sed an
gulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.primi ergo 13
angulus.b.d.f.est equalis angulo.h.ergo & angulo.c.per.20.huius & hoc 20
est primum. Et quia duo anguli.c.&.e.sunt equales duobus rectis per.21.
huius erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod est secundum. Vel istud
secundum sic si angulus.a.d.f.cum angulo.h.equiualet duobus rectis.ut
premonstratum est.sed angulus.e.cum angulo.h.equiualet duobus rectis
per.21.huius.ergo angulus.e.est equalis angulo.a.d.f.quod est ppositū. 21

Propositio. .32.

Super datam lineam. circuli portionem describere capientem angulum. dato angulo equalem. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

¶ Sit.a.b. linea data & .c. datus angulus super lineam a.b. uolo describere unam circuli portionem recipiētem in circūferētia rectilineum angulum equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus .c. rectus diuisa.a.b per medium describam super eam
30 semicirculum. fietq; erit propositum .per primam partem.30.huius.
¶ Si autem sit obtusus ducā lineam .d.a. cū linea.b.a. cōtinentem equalē angulum angulo .c. & a puncto.a ducam lineam .a.e. perpēdicularem
23 super lineam.a.d & super punctum .b. faciam angulum p.23. primi equa
p. lem angulo.e.a.b. in quo obtusus excedit rectum ducta linea.b.f.usq; ad
6 perpendicularem .a.e. eruntq; per .6. primi linee.f.a. & f.b.equales. facto itaq; puncto f. centro circuli describam sm quantitatem linee .f.a. circu
15 lum.a.h.b. eritq; per correlarium.15.huius linea.a.d.contingens circulū quare per premissam angulus qui fit in portione.a.b.b. est equalis angulo.d.a.b. quare & angulo .c.quod est propositum. ¶ Si autem angulus. c. sit acutus producam lineam .a.g continentem cum linea a.b. angulū equalem angulo. c. & a puncto.a.ducam.a.e. perpendicularem ad lineā a.g. & super punctum.b. faciam angulum equalem angulo .e.a.b. in quo rectus excedit acutum ducta linea.b.f.usq; ad ppendicularem a.e. eruntq;
6 per.6 primi linee.f.a. & .f.b.equales facto itaq; puncto .f.centro circuli. describam sm quantitatem linee.f.a. circulum.a.k.b. eritq; per correla
15 rium.15.huius linea.a.g. contingens circulum. quare per premissam angulus qui fit in portione.a.k.b.est equalis angulo .g.a.b. quare & angulo.c.quod est propositum.

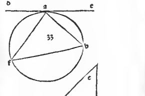




Propositio .33.

Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiētem portionem abscindere.

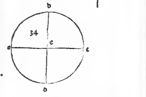
¶ Sit.a.b datus circulus. & .c.datus angulus uolo ergo a circulo.a.b abscindere portionem unam capiētem equalem angulum angulo.c. produco lineam .d.a.e. contingētem datum circulum in puncto.a.a quo duco in circulum lineam. a.b. continentem cum linea.a.e. angulum equalem angulo.c.
31 eritq; per.31. huius portio.a.b. existens a parte linee .a.d. recipiens angulum equalem angulo.c.quod est propositum

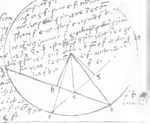


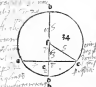
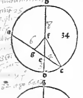
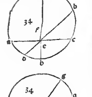
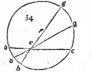
Propositio .34.

Si intra circulum due recte linee sese inuicem secēt. q sub duabus partibus unius earum. pcedit. equū est ei rectāgulo quod sub duabus alterius linee partibus continetur.

¶ Sint due linee.a c. & b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super punctum e.dico q illud rectangulum quod fit ex a.e.in e.c.equum ē ei quod fit ex b.e.in e.d. Aut enim ambe linee.a.c. & b.d.transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra. q si ambe transeāt per centrum erit.e.centrum circuli.omnesq; .4.linee equales: quare liquet propositum. ¶ Quod si altera earum tantum transit per centrum sit illa.b.d.cētrumq; circuli sit.f.aut ergo.b.d.secabit a.c.per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia eritq; per primam par
3 tem.3.huius secās eam orthoganaliter. ducatur itaq; linea.f.c.erit q p.5.se
5 cundi quod fit ex.b.e.in.e.d.cum quadrato.e.f equale quadrato linee.f.d.quare & quadrato linee.f c. ergo per penultimam primi & quadratis duarum linearum.f.e. & .e.c.dempto ergo utrinq; quadrato.e.f.erit quod fit ex.b.e.in.e.d equale quadrato linee.e.c. & quia.e.c.est equalis.a.e.patet propositum. ¶ Quod si.b.d.transiens per centrum secat a.c. per inequalia a centro.f.ducatur.f.g.perpendicularis ad .a.c. eritq; per secūdam





partem tertie huius.a.g.equalis.g.e ꝗ ducatur linea.f.c.eritq; per.5.secūdi
quod fit ex.b.e.in.e.d.cum quadrato.e.f.ꝗ ideo per penultimam primi
cum quadratis duarum linearum f.g ꝗ.g.e. propter id quod angulus.f.
g.e.est rectus equale q̄drato linee.d.f.ꝗ ideo linee.f.c.ꝑpter ꝑ quod penul
timam primi ꝗ quadratis duarum lineaꝝ.f.g.ꝗ.g.e.dempto ergo utriq;
quadrato linee.f.g erit quod fit ex.b.e.in.e.d. cum quadrato linee.g.e.
equale quadrato linee.g.e.sed per.5.secundi quod fit ex.a.e.in.e.c. cum 5
quadrato linee.g.e.est equale quadrato linee g.e.dempto igitur utrinq;
quadrato linee g.e.erit quod fit ex.b.e.in e.d.equale ei quod fit ex.a.e.
in.e.c.quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transit per centrū
sive altera dividat alteram per equalia sive per inequalia producam li-
neam.g.f.e.h.diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis ea
rum. Et si altera dividat alteram ꝑ equalia .ut.b.d.a.e. tunc.g.h.dividit
etiam.a.c.per equalia.ergo orthogonaliter per tertiam huius.ergo per se
cundum modum huius conclusionis quod fit.ex.g.e.in.e h. equum est 3
ei quod fit ex.a.e.in.e.c ꝗ per tertium modum huius quod fit ex.g.e. in
e.h.equum est ei quod fit ex.b e.in.e d.ergo quod fit ex a e.in.e.c equū
est ei quod fit ex.b.e.in.e.d.quod est propositum. ¶ At si neutra dividit
alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit
ex.g.e.in.e.h.equale utriq; eorum que fiunt ex.a.e.in.e.c. ꝗ.b.e.in.e.d.
quare unum eorum erit equale alteri quod est propositum.

¶ Castigator.

¶ Quod secent sese per equalia extra centrum ē ipossibile per.9. huius.
qa semper ab eodem puncto sectionis essent plures q̄ due linee equales si
ambe linee ad invicem fuerint equales. Si vero fuerint inequales .tunc
per hanc est impossibile.qa ut deducitur rectangulum duarum partium
unius semper est equale alteri rectangulo aliarum partium alterius ꝗ sic
ꝑ conceptionē esset ipossibile.

Propositio .35.

Si extra circulum punctus signetur.ab eo autem ad
circulum alia linea secans.alia contingens due re-
cte linee ducantur quod sub tota secante.atqȝ parte
sui extrinseca continetur equum est ei quadrato qō
ex contingente linea describitur.

¶ Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius cen-
trum.e.a quo ducantur ad circulum due linee.a.b. contingens.ꝗ.a.d.c.
secans.dico q̄ illud quod fit ex a.c.in d a.equum est quadrato linee.a.b.
¶ Aut enim.a d c.transit per centrum aut non transeat:ergo primo per
centrum quod est e ꝗ ducatur linea.e .b.que per .17.huius perpendicula- 17
ris erit super lineam a.b.ꝗ quia linea.d.c divisa est per equalia in puncto 6
e.ꝗ est ei addita linea d a erit per sextam secundi quod fit ex c.a. ꝗ.a d.
cum quadrato linee.e d.ꝗ ideo cum quadrato linee.e.b equale quadra-
to linee.e.a.ꝗ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum li-
nearum:e.b ꝗ.b.a. propter id quod angulus.b.est rectus. dempto ergo
utrinq; quadrato . e . b . erit quod fit ex .c.a. in a.d equale quadrato
linee a.b.quod est propositum. ¶ Quod si linea a.d.c. non transit per
centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centrum ꝗ ducantur linee.e d.ꝗ.e.
h ꝗ sit.e.h.perpendicularis ad a.d c.eritq; ꝑ.3.huius.d.h: equalis .b.c. qa
ergo linea.d.c.divisa est per equalia in puncto.b.ꝗ addita sibi linea.a.d. 3
erit per.6.secundi quod fit ex . c . a . in .a. d. cum quadrato.d h. equale 6
quadrato linee a h:ergo addito utriq; quadrato h e.erit quod fit ex.c.a.
in.a d cum quadratis duarum linearum.d h ꝗ.b.e.ꝗ ideo ꝑ penultimā
primi cum quadrato d e propter id quod angulus b est rectus.ꝗ ideo cū
quadrato e f propter id quod e.d. ꝗ .e.f.sunt equales. equale quadratis
duarum lineaꝝ a b.ꝗ.h e.ꝗ ideo per penultimā ꝑmi quadrato linee.a e.
sed quia per sextam secundi quod fit ex g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.eq̄
le est quadrato linee a.e.quia ergo utriq; eorum que fiunt ex.c a. in.a.d. 6
ꝗ ex.g.a in.a.f.cum quadrato linee.f.e.ē equale quadrato linee.a.e.ipsa

a erunt inter se, [a] equalia. Dempto ergo utrinq; quadrato linee e.f. erit q̄d fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f. sed id quod fit ex.g.a.in a.f.est equale quadrato linee.a.b.p p̄missum modū huius: ergo q̄d fit ex.c a.in.a.d.ē equale quadrato linee.a.b. quod est ꝓpositū. ¶ Et ex hac nota ꝙ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quotlibet secātes linee ducant̄ rectangula q̄ continent̄ sub totis. ꝫ earum portiōibus extrinsecis adinuicem sunt equalia. qm̄ oīa sunt equalia quadrato linee cōtingentis. ¶ Nota ēt ꝙ si a quolibet pūcto extra circulum signato due linee cōtingentes ad circulum ipsum ducant̄. ipse erūt adinuicem equales. erit.n. quadratum utriusq; eaꝝ equale ei q̄d fit ex linea secāte ab ipso puncto ducta in circulum. in ꝑtem eius extrinsecam. Hoc aūt euidentius patet ꝑ penultimam p̄mi. ¶ Sit.a. pūctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centꝝ.e.ꝫ ab ipso ducant̄ due linee.a.b.ꝫ a.d.cōtingētes circulum in punctis.b.d.dico ipsas eē eq̄les. Producam.n.lineas.e a.e.b.ꝫ.e.d.eritq;

17 p.17.huius uterq; anguloꝝ.b.ꝫ.d.rectus. quare ꝑ penultimam p̄mi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duaꝝ linearum.a.b.ꝫ.b.e. Similiter quoq; ꝫ duobus: duaꝝ.a.d.ꝫ.d.e. quare quadrata duaꝝ lineaꝝ.a

b b.ꝫ.b.e.sunt equalia quadratis duaꝝ.a.d.ꝫ.d e.ꝫ quia quadrata duaꝝ

5 p q̄ sunt.b.e.ꝫ.e.d sunt [b] equalia erunt quadrata duarum q̄ sunt.a.b.ꝫ a.d

c equalia: ergo.a.b.est [c] equalis.a.d. quod est ꝓpositum. ¶ Aliter ēr ducatur linea.b.d.eritq; ꝑ quintam primi angulus.e.b d.equalis angulo.e.d. b.ꝓpter id quod linea.e.b.est equalis linee.e.d.ꝫ quia uterq; duoꝝ anguloꝝ.b.ꝫ.d.ē rectus. erit ꝑ cōem sciam angulus.a.b d.residuus equalis

6 angulo.a.d.b.residuo. ꝑ sextam.ergo p̄mi est linea.a b.equalis linee.a.d. a ¶ Per cōcep. si due res fuerit uni eq̄les ipse sibi. b ¶ Per cōem sciam q̄ est quoꝝ latera sunt equalia quadra. quoq; equalia esse. c ¶ Per cōem sciam cōuersam precedentis quaꝝ quadrata sūt eq̄lia lineas eq̄les esse.

Propositio 36.

Si fuerit pūctus ex circulū signatus a quo due linee ad circūferētiā ducātur. altera secās altera circūferētie applicata fuerit: ꝙ q̄d ex ductu totius secātis in ꝑtē sui extrīsecā equū ei q̄d ex ductu applicate in seipsam fit: erit liea applicata ex necessitate circulū ꝯtī. ¶ Sit.a.pūctus signat⁹ extra circulū.b.c.d.cui⁹ cētꝝ.e.a quo ducat̄ ad circulū liea.a.b.d.secās ipsum ꝫ linea.a.c.applicata circūferētie. ꝫ esto ut q̄d fit ex.d.a.i.a.b sit eq̄le q̄drato.a.c.dico lineā.a.c.eē cōtingētem ꝫ ē hec cōuersa p̄oris. Si.n.nō est contingēs. sit ergo cōtingēs linea.a.f eritq; ꝑ p̄missam q̄d fit ex d.a.in.a.b.equale q̄drato linee.a.f.

a q̄re quadratum linee.a.f.ē [a] equale q̄drato liee.a c.ergo.a c.ē [b] eq̄lis.a.f.

b

8 q̄d ē [c] īpossibile p.8.hu⁹ erit ergo.a.c.cōtingēs q̄d est ꝓpositū. ¶ Idē ostē

c sūe ꝓbabit̄ maneat prior dispositio ꝫ ypotesis. ꝫ si linea.a.b.d.trāsit ꝑ

6 cētꝝ ducat̄ linea.c.e.eritq; ꝑ.6.secundi q̄d fit ex.d.a.in.a.b.cū q̄drato.e.b ꝫ ideo cū q̄drato.e.c.equale q̄drato.a.e.sed q̄d fit ex.d.a.in.a.b.positū ē equale q̄drato.a.c.ergo. q̄dratum.a c.cū q̄drato c.e.ē equale q̄drato.a.

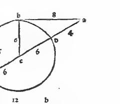
15 e.ergo ꝑ [d] ultimā p̄mi angulus.c.ē rectus.ergo ꝑ correlariū.15.hui⁹ linea

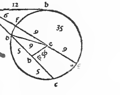
d a.c.est cōtingens circulū q̄d est ꝓpositum. ¶ Si aūt.a.b.d.nō trāsit ꝑ centrum ducat̄ a puncto.a.linea trāsiens ꝑ centꝝ. ꝫ quia q̄d fit ex hac tota in eius partem extrinsecam ē eq̄le ei quod fit ex.d.a.in.a.b.ꝑ p̄missam ipsum erit equale q̄drato linee. [e] a.c. q̄re ut prius.a.c.erit contingēs circulū.

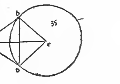
e

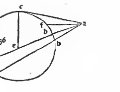
¶ Castigator

a ¶ Prosuponit̄.n.punctus.e.non posse altius sup circumferētiam poni uel si in inferiore ꝑte circuli signet̄ nō posse infimius ꝫ tūc semꝑ.a.f.erit minor.a.c.ꝫ ideo p.8.huius sequit̄ impossibile. b ¶ Per cōem sciam q̄ est quaꝝ quadrata sunt equalia lineas quoq; equales esse. c ¶ Per cōem sciam si fuerint due res uni equales ipse eedem. d ¶ Nimiꝝ si ultima p̄mi huic ultime tertii suffraget̄ cū alie eiusdem primi alius ubilibet subuenerint. e ¶ Per cōem scientiam duorum equalium cui equatur.unum eidem eq̄tur ꝫ reliquū. Explicit liber tertius.









¶ De figurarum vnius alteri inscriptione & circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani īterpretatione. Magistro Luca paciolo de burgo. Sancti Sepulcri Ordinis minorum castigatore feruentissimo. Incipit.

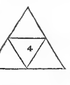
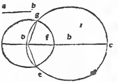


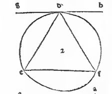
Figura intra figuram dicit̃ inscribi quādo ea que inscribitur eius in qua inscribit̃. latera vnoquoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibet̃ quotiens ea quidem figura eius cui circumscribit̃ suis lateribus omnibus omnes angulos cōtingit.



Propositio .1.

Intra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

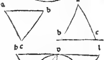
¶ Sit linea data. a.b. circulusq; datus. c.d.e. cuius diameter c.d. qua non est maior linea a.b. uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem. a.b. q̄ si fuerit equalis diametro constat propositum. ¶ Si āt minor ex diametro sumatur. d.f. sibi equalis & super punctum. d. sm̄ quantitatem linee. d.f. describatur circulus. f.e.g. secans datum circulum in punctis. g. & e. ad alter; quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d.e. uel. d.g. eritq; utralibet earum equalis linee a.b. eo q; utraq; earum est equalis linee. d.f. per diffinitionem circuli: quare habemus propositum.



Propositio .2.

Intra assignatum circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

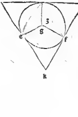
¶ Sit assignatus triangulus. a.b.c. assignatusq; circulus. d.
e.f. uolo intra hunc circulum collocare unum triāgulum
equiangulum triangulo. a.b.c. equilaterum enim non est
necessarium esse sed est possibile. ¶ Produco. g.d.h. cōtingentem circulum in puncto d. super quem facio angulum. h.d.f. ducta linea. d.f. equalem angulo. c. & angulum. g.d.e. ducta linea. d.e. equalem
angulo. b. & protraho lineam. e.f. eritq; per. 31. tertii angulus. e. equalis an 31
gulo. c. quia uterq; est equalis angulo. h.d.f. c. quidem per positionem. e.
uero per. 31. tertii eadem ratione erit angulus. f. equalis angulo. b. quare p 31
2. primi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propositum. 32

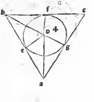


Propositio .3.

Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere

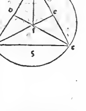
¶ Sint ut prius assignatus triangulus a.b.c. assignatusq;
circulus. d.e.f. cuius centrum. g. circa hunc circulum uolo
describere unum triangulum eqangulum triangulo. a.b.c.
equilaterum enim non est necessarium sed ē possibile. Producam basim b.c. in utranq; ptem. ut fiant duo anguli extrinseci. & a centro. g. Producam lineam g.d. ad circumferentiam. & constituam angulum d g e. ducta linea. g.e. equalē angulo. b. extrinseco. & d g.f. ducta linea g f equalē c. extrinseco. & a punctis d e. f. producam in utranq; partē
lineas orthogonaliter que per correlarium. 15. tertii erūt contingentes cir 15





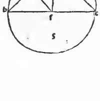
tulum quas contingentes. Protraham quousq; concurrāt in punctis.h.k.
l.necesse est enim ipsas concurrere.cum enim uterq; angulorum qui sunt
ad.d.& uterq; eorum qui sunt ad.e.sit rectus si intelligatur protrahi linea.
d.e.erūt duo anguli qui sunt ad partem.h.minores duobus rectis.quare
p penultimam petitionem in partem illam protracte concurrent linee.l.
d.h k.e.h.eadem ratione concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum uterq; an
gulorum qui sunt ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero.h.d.
e.g.duo anguli.d & e.sint recti.erunt duo anguli.g & h.equales duob⁹
rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor
32 rectis.ut monstratum est supra.32.primi:& quia duo anguli.b intrinsecus
13 & extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis per.13.primi:at uero.b.
extrinsecus positus ē equalis.d.g.erit intrinsecus.h.equalis.b. Simili quoq;
ratione erit.c.intrinsecus equalis.l.& quia duo anguli.b.&.c.itrinseci sunt
32 minores duobus rectis per.32.primi:erūt similiter duo anguli.h.&.l.mi
nores duobus rectis.quare per penultimam petitionem due linee.h.e.&.l
f.protracte concurrent in puncto.k.fietq; triangulus.h.k.l.& quia angul⁹
h.est equalis angulo.b.itrinseco.& angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per
32 32.primi.angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.

Propositio .4.

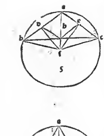


Intra datum triangulum circulum describere.
℃ Sit assignatus triāgulus a.b.c.nolo intra ipsum circulū
describere.hec est quasi cōuersa secunde. ¶ Diuido.n.du
os eius angulos.a.&.b per.eq̄lia a.quidem ducta linea.a.
d.b uero.ducta linea b.d q̄ cōcurrant in puncto.d.a quo
ducam ꝑpendiculares ad tria latera ipsius.d.e.quidem ad
a.b.d.f.ad.b.c.&.d.g ad.a.c & quia duoꝝ triangulorꝝ.e.a.d &.g.a.d.an
gulus a unius est eq̄lis angulo.a alterius & uterq; angulorꝝ.e.&.g.rectus &
26 latus.a.d cōe.erit per.26 primi:linea.d e.equalis linee.d g. Eadem rōne
cum duorum triangulorum.e.b.d.& f.b.d.angul⁹.b.unius sit equalis an
gulo.b.alterius & uterq; angulorum e.&.f.rectus:latus quoq;.d.b.cōe erit
per eādem.linea.e.d.equalis linee.d.f.quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt
equales,posito ergo centro in.d.& descripto circulo secundum quantita
9 tem unius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarum extremita
15 tes & quia per correlarium.15 tertii unaqueq; linearum.a.b.b.c.&.c.a.erit
contingens circulum.patet perfectum esse propositum.

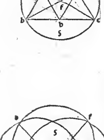
Propositio .5.



Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoni
um siue ambligonium.siue oxigonium circulum
describere.
℃ Sit trigonus assignatus.a.b.c.uolo circa ipsum descri
bere circulū hec est quasi cōuersa tertie. ¶ Diuido duo ei⁹
latera.a.b.&.a.c.per equalia.a.b.quidem in pūcto.d.&.a.
c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.&
a.c.q̄s protraho quousq; concurrant in puncto.f.sintq;.d.f.&.e.f.cōcurrēt
enim q̄m cum uterq; angulorum.d.&.e.sit rectus si intelligatur ꝑtrahi li
nea.d.e.fient duo anguli ad partem in quam ꝑtrahuntur minores duob⁹
rectis: quare concurrent ꝑ penultimam petitionem. Igitur a puncto.f.q
est punctus concursus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protraho li
neas ad singulos angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.& quia in triangulo.a.d.f.
duo latera.a.d.&.d.f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.&.d.f.triāguli.b
d.f.& angulus.d.uni⁹ angulo.d.alterius:quia uterq; rectus:erit per quar
4 tam primi.f.a.equalis.f.b.eadē rōe erit.f.a. equalis.f.c.cōpatis lateribus
9 & angulis duoꝝ triāgulorꝝ.a e.f.&.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit
centꝝ circuli quesiti.hec est uniuersalis demōstratio ad oēs spēs trigoni.
℃ Quia tñ auctor uidet uelle mediumuariare disiungendo inter ortho
gonium ambligonium & oxigonium.de quolibet eorum sigillatim est
demonstrādum. ℃ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq; angu



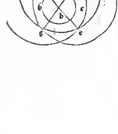
lus.a.rectus latus. b.c.respiciens hunc angulum rectum diuido per equalia in.f.a quo puncto quem dico esse centrum circuli ad medium punctum alterius duorum reliquorum laterum qui sit.d.duco lineam.f.d.& quia linea f.d diuidit duo latera.a.b.&.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia: ipsa erit eq distans tertio.uidelicet linee.a.c.hoc enim demonstratum est supra.39.primi.& quia angulus.a.positus est rectus.erit per secundam partem & per tertiam.29.primi.uterque angulorum qui sunt ad.d.rectus ducatur igitur linea.f.a.eritque per quartam primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum.a.d.f.b.d.f.& quia linea.b.f.est equalis linee.c.f.erunt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicem equales.quare per.9.tertii erit f.centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus.a b.c.ambligonius. sitque angulus.a.obtusus latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum.diuido per equalia in punco.h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt d.&.e.duco lineas.b.d &.h.e.eritque.d h equidistans.a.c.&.e.h.eq distans.a.b propter id quod demonstratum est supra.39.primi.uidelicet quod linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans: quare per secundam partem.29 primi erit uterque duorum angulorum b.d.h.&.c.e.h:equalis angulo.a.& ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f.ad lineam.a.b.&.e f.ad lineam.a c.quousque concurrant in puncto.f.quem dico esse centrum circuli.Manifestum est enim eas concurrere propter causam prius dictam secabit utraque earum lineam b.c.que respicit obtusum & concurrent extra [a] triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f. qui est punctus concursus earum: Produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum .a.e.f. c.e.f.quare per.9.tertii.f.est centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum ut trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia:uidelicet latus.a.b in puncto.d.& latus.a.c.in puncto.e.&.b.c.in puncto.h. Protraho lineas.d.e.d.b.&.e.h.eritque.d.h. equidistans.a.c.&.e.h.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secundam partem 29.primi.uterque angulorum.b.d.h.c.e.h.erit equalis angulo.a.& ideo acutus:ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.&.e.f.ad lineam.a. c.manifestum est eas concurrere intra [b] triangulum.a.b.c.sitque punctus concursus.f.quem dico esse centrum circuli. ¶ Produco enim lineas.f.a.f.b.f. c.que per quartam primi:bis assumptam ut prius erunt equales: quare per 9.tertii erit.f centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet quod si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.



¶ Castigator

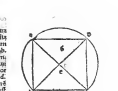
a ¶ Per conuersionem secunde partis.30.tertii & per conuersionem tertie partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus esset equalis obtuso uel maior obtuso ideo extra de necessitate ad hoc facis correlarium 39.primi.&.2.6.

b ¶ Aliter enim rectus equaretur acuto uel esset eo minor. ¶ Ex ista quinta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicunque fuerint posita in eadem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describendo circulos super unumquodque eorum & a punctis intersecationum ipsorum protractis duabus lineis & ubi ille se intersecabunt illic erit centrum quem admodum habes in ludis nostris de uiribus quantitatis. Et hic sint illa puncta.a.b c.dummodo non sint situata in linea una quia tunc esset impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat prius unus circulus super unum punctorum coprehendens omnia puncta illa intra se & postea describantur duo alii circuli super alia duo puncta & a punctis intersecationum istorum ueluti.f.g.&.d.e.ducantur linee & punctus intersecationis istarum erit centrum commune illis tribus ut hic.



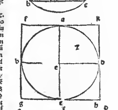
Propositio .6.

Intra datum circulum quadratum describere. ¶ Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e. uolo intra ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros.a.c.& b.d.secantes se orthogonaliter supra cētrum e.quarum extremitates coniungo protractis lineis.a.b.b.c.c d.& d.a.quas dico continere quadratum quesitum. ¶ Ipse enim erunt equales adinuicem per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor linee e.a.e.b.e.c.& e.d sint equales.& quatuor anguli qui sunt a.e.recti.& unusquisq; quatuor angulorum .a.b.c & d. ē rectus per primam partem.30.tertii: propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.



Propositio .7.

Circa propositum circulum quadratum describere. ¶ Sit propositus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e uolo circa ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros.a.c.& b.d secantes se orthogonaliter sup cētrum.e.a quarum extremitatibus duco in utranq; partem lineas orthogonaliter quousq; q̄libet earum cōcurrant cū duabus lateralibus sintq; pūcta cōcursus eaꝝ.f.g.h.k.eritq; p correlarium
a 15.tertii uterq; a anguloꝝ qui sunt ad unūquēq; quatuor punctoꝝ.a.b.c d rectus: quia ergo in q̄drilatero.a.f.b.e.tres anguli.a.b.& e.sunt recti: erit quartus angulus qui est.f rectus: habet.n.quodlibet quadrilaterum quatuor angulos eq̄les q̄tuor rectis: ut demonstratum est supra.32.primi: eadē rōne quilibet angulorum.g.h.& k.erit rectus: ergo p secundam ptem.28 pmi.due linee.f.g.& k.h. Itemq; due.f.k.& g.h.sunt eq̄distantes.ergo p 34.primi.f.k.est equalis.g.h.&.f.g.k.h & quia p eandem.f.k.est equalis h.d.& f.g.a.c. At uero.b.d.est equalis.a.c.erunt quatuor linee.f.k.g h.f g.& k.h.equales: sed & q̄tuor anguli.f.g.k.h.sunt recti: ut probatum est ꝑius.ergo.f.g.k.h.est quadratum per diffinitionem quod est propositum.

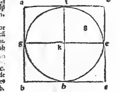


¶ Castigator.

a ¶ Videtur potius per illud correlarium.15.tertii uelle inuenire q̄tuor lineas.f.g.g.h.h.k.& k.f.esse cōtingentes circulū cū ꝑpositum sit ei; circūscribere quadratū q̄ ꝙ anguli illi q̄tuor ad dicta q̄tuor pūcta esse rectos. quoniam hoc ex ypotesi ex protractione linearum orthogonaliter ab extremitatibus diametrorum est manifestum.

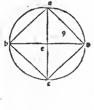
Propositio .8.

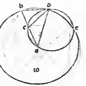
Intra quadratum assignatum circulum describere. ¶ Sit quadratum assignatū.a.b.c.d.uolo intra ipsum describere circulū hec ē q̄si cōuersa.6.diuido unūquodq; lat9 eius p eq̄lia.a.d.q̄dem in puncto.f b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.& d.c.in puncto.e.& pduco lineas.e.g.& f.h secātes se in pūcto k.quē dico eē centꝝ circuli. Erit.n.f.h. equidistās & eq̄lis a.b.per.33.pmi: pp id quod.a.f.& b.h.sunt eq̄les & eqdistātes. Similiter p eādem & d.c.a.b.& quia a oēs medietates q̄tuor late
a rum ipsius quadrati sunt adinuicem equales erunt p.34.pmi: quatuor linee.k.e.k f.k.g.& k.h.equales ergo p.9.tertii.k.est cētrum circuli q̄siti.
a ¶ Per cōem sciam quorum tota sunt equalia dimidia quoq; eq̄lia eē.

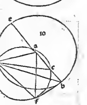


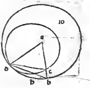
Propositio .9.

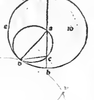
Circa assignatum quadratum circulum describere. ¶ Sit q̄dratum.a.b.c.d.uolo circa ipsum circulum describere.hec est q̄si cōuersa.7. ¶ Protraho in ipso duas diametros.a.c.& b.d.secātes se in puncto.e.quē dico eē centꝝ circuli. Cum.n.linee.a.d.& a.b.sint eq̄les erūt p.5.pmi āguli.a.d.b.& a.b d.eq̄les.& qa angulus.a.totalis ē rectus.erit p.32.pmi: uterq; eoꝝ medietas a recti. ¶ Simili quoq; mō ꝑbabit quēlibet ꝑtialium angulorum a predictis diametris & lateribus q̄drati ꝑpositi











contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo.e.d.a.erit per.6.primi linea.e.a.equalis linee.e.d.eadem rõne.erit.e.a.equalis.e.b & e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e b.e.c.e.d.sunt equales.erit per.9.tertii.e.centrũ circuli q̃siti.qđ est ꝓpositũ.

Castigator

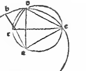
a Per conceptionem si fuerint due res quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidiũ. Potius per istã si due res equales uni tertie fuerint equales utraq; illius tertie erit dimidium. Ista habet ortum ex.9.tertii decimi. & ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

Propositio .10.

Duum equalium laterum triangulum designare cuius vterq; duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

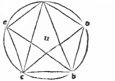
Intentio est describere unũ triangulum duum equalium lateꝝ & tertii ineq̃lis cuius uterq; anguloꝝ q super latꝰ quod est reliquis inequale existunt ad tertium duplus existat. Ad hoc aũt faciendum sumat̃.linea q̃libet que sit.a.b.que diuidatur ſm q̃ docet.11.secundi in puncto.c.ita q̃ illud quod fit ex.a.b.in.b.c.sit equale quadrato.a.c. factoq; puncto.a.centro ſm ipsius quantitatẽ describatur circulus.b.d.e.intra quem per pmam huius coaptetur linea.b.d.equalis linee.a.c. & pducantur due linee.d.a.d.c.dico triangulum a.b.d.esse q̃lis ꝓponitur. Circũscribat̃ circulus qui sit.d.c.a.per.5.huius triãgulo.d.c.a. Quia ergo linea.d.b.est equalis.linee.a.c.erit quod fit ex a.b.in.b.c.equale quadrato liner.b.d.quare per ultimam tertii.b.d.linea est cõtingens circulum.d.c.a.& per.32.eiusdem angulus.c.d.b.est equalis angulo c.a.d. Posito ergo cõi angulo.c.d.a.erit totus angulus b.d.a.equalis duobus angulis.c.a.d.c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est eq̃lis eisdem quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d.a.est equalis angulo.b.c.d.& quia angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi eo q̃ latera.a.d.&.a.b.sunt equalia.erit angulus.b.c.d.equalis angulo.c.b.d ergo per.6.primi linea.c.d.est equalis linee.b.d.quare & linee.c.a.ergo per.5.primi angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.d.a. Quia ergo uterq; angulorum.c.d.b.&.c.d.a.est equalis angulo.c.a.d.erit totus angulus.b.d.a.duplus ad angulum.d.a.b & ideo angulus.a.b.d.sibi equalis.duplus est ẽt ad angulum.b.a.d.quod est ꝓpositum. Forsan dicet aduersarius circulum.d.c.a.circũscriptum trigono partiali secare circulum.b.d.e.in aliquo puncto arcus.b.d.ita q̃ simul secabit lineam.b.d.unde ipsa non erit circulo applicata.sicut in demonstratione supponitur.sed ipsum secans. Sit ergo si possibile ẽ ut ponit aduersarius & a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.& ducantur linee.f.a.f.d.eritq; per penultimam tertii quod fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato.b.f.ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo.b.d.f.& quia per.31.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo.a.d.f.erit angulus.b.d f.maior angulo.a.d.f.quod est impossibile.cum ipse sit pars eius. Aliter possumus istud refellere & ostẽdere q̃ ille minor circulus nullo modo secabit lineam.b.d.forsan enim diceret q̃ secaret eam non secando arcũ d.b.maioris circuli. Si enim possibile est q̃ secet eam.sit hoc in pũcto.h.eritq; quod fit ex.a.b.in.b.c.equale ei quod fit ex.d.b.in.b.h. Monstratum est enim supra penultimam tertii q̃ si ab aliquo puncto extra circulũ signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur.equalia sunt adinuicem: & quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit qđ fit ex.d.b.in.b.h.equale quadrato.d.b.quod est impossibile per secundam secundi: quare constat propositum. Et nota q̃ minor circulus necessario secabit maiorem & abscindet ab eo arcum unum equalem arcui.b.d.& maior abscindet similiter ab eodem unum arcum equalem arcui.d.c. Quod sic probatur.si enim minor non secat maiorem.contingit ergo ipsum in puncto.

d.& quia per.11.tertii circulorum se contingentium centra.& punctus cō tactus sunt in linea una.erit cētrum minoris circuli in linea.a d propter hoc q in ea est centrum maioris & punctus contactus.ergo per 17.tertii angulus.a d.b.est rectus quare similiter & angulus.a.b.d.sibi equalis est
a rectus quod est impossibile.per.32.primi. Secet ergo ipsum in pūctis.e. d.dico arcum.e.d.maioris esse equalem arcui.d.b.& arcum.e.d.minoris esse equalem arcui.d.c.pduco lineas.d e.c.e.& e.a.eritq per.26.tertii unus quisq quatuor angulorum qui sunt.d.e.c.c.e.a.d.a c.& .a.d.c.equalis ali pter id qd duo arcus.d.c.& e.a.[b] sunt equales.per.27.eiusdem quare to
b talis angulus.a e.d.duplus est ad angulum.b.a.d.& ideo equalis utriq angulorum.a.b.d &.a.d.b.& quia angulus.a e.d.est equalis angulo.a.d. e.per.5.primi:propter id quod.a.e.&.a.d.sunt equales a centro ad circū ferentiam.erunt duo anguli.e.d triangul.a.e.d.equales duobus angu
c lis.d.& b trianguli.a.d.b.ergo per.32 primi:reliquus angulus.a.[c] unius est equalis reliquo angulo.a.alterius ergo per.25.tertii arcus.e.d maioris est equalis arcui.d.b.&.per eandem arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d c.& hoc est quod proposuimus.


10

Castigator

a Quia ut ibi omnium est quod fit ex tota secante in partem sui extri secam equale est quadrato linee contengentis & cum b.f.modo sit con tingens per aduersarium ideo &c. Et quoniam rectangulum a.b.in.b.c. ex ypothesi est equale quadrato linee.a.c.quia sic fuit diuisa linea.a.b. ex.11.secundi erit.b.f.equalis.a.c.per communem scientiam que est qua dratorum equalium latera esse equalia & per consequens.b.f.etiam esteq lis.b.d quom b.d.locata fuerit in circulo maiori ad equalitatē.a.c.ex p ma ypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. Facilius for matur iste triāgulus.10.huius secūdum mōm habitum in.9.tertii decimi uidelicet duobus lateribus exagoni & basi que sit latus decagoni uno & eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit ad reliquum ut ibi declaratur. b Quia per primam dispositionem huius.d c fuit inuēta equalis.d.b.que quidem.d.b.posita fuit eqlis a.c. & ideo.d.c.&.c.a.sunt eqles & iō concluditur per primam partem.27.tertii arcus esse equales. Cū angulus.b.f.d.totalis sit maior ipso.a.d.f.sequi tur angulum.b.d.f.sibi equalem esse maiorem eodem.a.d.f.ideo impos sibile quoniam.b.d.f.est pars ipsius.a.d.f. Quia triāgulus haberet duos angulos rectos actu quod est impossibile per dictam.32.primi. c Per communem sciam que est quorum dupla seu quorum tota sunt equalia sub dupla quoq seu tota sunt equalia.



Propositio .11.

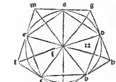
Intra datum circulum equilaterum.atq equiangulum penthagonum describere.

Sit datus circulus.a.b.c.uolo intra ipsum describere pē thagonum unum,equilaterum atq equiangulum. Desi gno triangulum unum qualem premissa ppōit.qui sit.a. cui alium equiangulum intra datum circulum describo.
a sicut docet secunda huius: qui sit.a.b.c sitq uterq angulorum.a.b.c &.a. c b.duplus ad angulum.c.a.b.utrūq eorum diuido per [a] equalia ductis li neis.b.e.&.c d.eruntq per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e.di uidunt circulum adinuicem equales.propter id quod quinq anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equales. Continuatis igitur illis quinq punctis per lineas rectas que sunt a.d d.b.b c c.e.&.e a.erit pen thagonus.a.d.b.c.e.inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enī equilaterus per.28.tertii cum.5.arcus:quorum eius quinq latera sunt cor de:sint adinuicem equales & etiam equiangulus per.26.eiusdem eo q
b quinq arcus.d.a.e.a.e.c.c.b.c.b.d &.b.d a.in quos anguli ipsius pēth a goni cadūt sunt adinuicem equales:[b] sicq constat propositum.



Castigator.

a Per cōmunem sciētiam si equalibus equalia addas cū arcus.a.d.sit equalis arcui.e.c.per.as.addito utriq; arcu.a.e.erit arcus d.a.e.equalis arcui.a.e.c.& sic de reliquis. b Pari modo potest deduci per quartā primi angulos duos qui sunt ad .f.esse equales. Nam duo latera.a.f.&.a.g. trianguli.a.f.g.equantur duobus lateribus d.f &.d.g.trianguli.d.f.g. uidelicet latus.a.f.primi lateri.d.f.secundi per diffinitiōem circuli & centri. Et latus.a.g.eiusdem primi lateri.d.g.secundi per penultimam tertii & angulus.f.a.g.primi angulo.f.d.g. secundi. qm uterq; rectus ex ypothesi.ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius unusquisq; suo relatiuo.s.āgul⁹. a.f.g.angulo d.f.g & angul⁹.a.g.f.āgulo.d.g.f.igit̄ &c.



Propositio .12.

Circa propositum circulum penthagonum equilaterum atq; equiangulum designare.

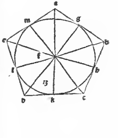
Sit propositus circulus.a.b.c.cuius cētrum.f.uolo circa ipsum designare penthagonum equalaterum atq; equiangulum. Supra circumferentiam ipsius circuli quasi ꝑm doctrinam premisse sibi inscripsissem pēthagonum quinq; puncta angularia notabo.que sunt.a. d.b.c.e.ad que a centro ducam lineas.f.a.f.d.f. b.f.c.f.e.& ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranq; partem quousq; concurrant in punctis. g. h.k.l.m.eruntq; hee linee contingentes circulum per correlarium.15.tertii & ad ista puncta concursus ducam a centro lineas f.g.f.h.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super penultimam tertii: q; si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulū ducantur ꝙ ipse erunt equales.erit linea.g.a.equalis linee.g. d.&.h.d.h.b.& sic de ceteris. At quoniam quinq; arcus in quos quinq; puncta a.d.b.c.e.diuidunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinq; anguli.a.f.d.d.f.h.b.f.c.c.f.e.e f.a.consistentes super hos arcus in cētro.f sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera.a.g &.f.a.triāguli.f.g.a.equalia duobus lateribus.d g.&.f.d.trianguli.f.g.d.& latus.g.f.cōmune.ergo per.8.primi^a duo anguli eorum qui sunt .ad.f. Itemq; duo anguli q sunt ad. g. sunt adinuicem equales.eadem ratione duo anguli qui sunt a
ad.f. in triangulis.d.f.h.&.h.f.b. Itemq; duo qui sunt. ad.h. sunt adinuicem equales. Similiter quoq; singuli trium reliquorum angulorum q sunt.b.f.c.c f.e.e.f.a.& singuli trium.qui sunt.k.l.m. diuidantur ꝑ equalia.primi quidem per lineam.f.k.secūdi per lineam.f.l. tertii uero per lineam f.m.& quia hii tres anguli qui sunt.b.f.c.c.f.e e.f.a.sunt sibi inuicem equales & aliis duobus qui sunt.a.f. d. &.d.f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro.f. adinuicem equales. Quia igitur duo anguli.a.&.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duob⁹ angulis.a.& f.trianguli.m.a.f.& latus.a.f.cōmune erit per.26.primi angulus.g.unius equalis angulo.m.alterius & latus.g.a.eq̄le lateri.a .m. Eadem ratione erit angulus.g.in triangulo.g.f.d.equalis angulo.h.in triāgulo.d.f.h.& latus g.d.equale lateri.d.h.quare quia.g.a. est dimidium g.m.&.g.d.dimidium.g.h.&.g.a.&.g.d.sunt equalia: erunt per cōmunem scientiam^b.g.m.&.g.h.eorum dupla equalia. Similiter quoq; probabimus.g.m. esse equale.m.l.&.m.l.l.k.&.l.k.k.h.quare pēthagonus b
g.h k.l.m.est equilaterus. Sed & equiāgulus:cū enim duo anguli qui sunt ad.g. sint adinuicem equales.& duo qui sunt ad.m.similiter adinuicem equales &.g partialis.sit equalis.m partiali. utrunq; enim probatū est prius.erit per eandem cōmunem scientiam.g.totalis equalis. m. totali.& eademratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus.sicq; constat propositum.

Castigator.

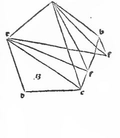
a Per cōem sciam quoꝝ tota sūt eq̄lia: dimidia quoq; eq̄lia eē necesse est. b Quoꝝ dimidia sunt eq̄lia tota quoq; eq̄lia eē necesse est.

Propositio .13.

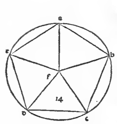
Intra equilaterum atq3 equiangulum penthago num assignatum. circulum describere.



¶ Sit assignatus penthagonus equilaterus atq, equiangulus: quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b.c.d.e. uolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuersa .11. duos eius ꝓpinquos angulos qui sunt .a. ⁊ .e. diuido per equalia ductis lineis .a.f. ⁊ .e.f. donec concurrant in puncto .f. intra ipsum penthagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Cōcurrent enim
a propter id quod dimidium, totalis anguli .a.ª ⁊ similiter totalis anguli .e minus est angulo recto. ¶ Si enim intra penthagonum non concurrent aut extra ipsum penthagonum aut in latere penthagoni. aut in eius angulo: qui utriq, angulorum diuisorum opponitur. ¶ Concurrant ergo ꝑmo extra in puncto .f. ⁊ ducatur linea .b.f. ⁊ quia duo latera .e.a. ⁊ .a.f trianguli .e.a.f. sunt equalia duobus lateribus .b.a. ⁊ .a.f. trianguli b.a.f ⁊ angulus .a unius angulo ᵇ .a. alterius erit per .4. primi basis .e.f. equalis basi.
b f.b. ⁊ quia angulus .a. partialis est equalis angulo .e. partiali. propter id quod .a. totalis .e. totali erit per .6. ꝑmi. f.a. equalis .f.e ᶜ quare .f.a. ē equa
c lis .f.b. ergo per .5. primi duo anguli .b. totalis, ⁊ .a. partialis sunt equales quare .a. partialis est equalis uel maior .a. totali ᵈ quod est impossibile.
d ¶ Concurrant ergo in puncto .f. super latus .b.c. eritq, arguendo per premissas ⁊ premisso modo angulus .a. partialis equalis angulo .a. totali qđ est impossibile ¶ Quod si forsan cōcurrant in angulo .c. erit per easdem ⁊ eodem modo .c.b. equalis .c.a. ⁊ ideo adhuc ut prius angulus .a. partialis equalis angulo .a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo punctus concursus qui est .f. intra penthagonum a quo duco .5. perpendiculares ad eius .5. latera. que sint .f.g. f.h. f.k. f.l. f.m. ⁊ ad duos eius angulos ꝓpinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b. ⁊ .d. duco lineas f b f.d. ⁊ quia duo anguli .a ⁊ .m. trianguli .a.f.m. sunt equales duobus angulis .a. ⁊ .g. trianguli .a.f.g. ⁊ latus .a.f. commune erit per .26. primi .f.m. equalis .f.g. ¶ Per eandem quoq, probabis .f.l. equalem .f.m sumptis duobus triangulis, e.f.m. ⁊ .e.f.l. ¶ Quia iterum duo latera a.f. ⁊ .a.b. trianguli .a.f.b. sunt equalia duobus lateribus .a.f. ⁊ .a.e. triāguli .a.f.e. ⁊ angulus a. unius angulo .a. alterius erit per .4. primi angulus .b partialis equalis anguluo .e. partiali ⁊ quia .b. totalis equalis ē .e. totali. ⁊ .e. totalis diuisus est per equalia erit etiam .b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis .d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem .d partialis ⁊ .a partialis sumptis triangulis, e.a.f ⁊ .e.d.f. quia ergo duo anguli .g. ⁊ b. trianguli .g.f.b. sunt equales duobus angulis .h. ⁊ .b trianguli .h.f.b. ⁊ latus .f.b. commune erit per .26. primi .f.h. equalis .f.g. ¶ Eodem modo probabis .f.k. equalem .f.l. sumptis triangulis l.f.d. k.f.d quoniam igitur 5. linee .f.g. f.h. f.k. f.l. ⁊ .f m. sunt equales. erit .f. centrū circuli per .9. tertii. quem describemus ſm quantitatem unius earum ⁊ tanget omnia latera penthagoni. propter equalitatem linearum. ⁊ nullum eorum secabit per primā partem .15. tertii. sicq, cōstat ꝓpositū. ¶ Castigator.



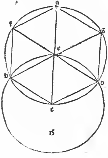
a ¶ Hoc enī probatum est supra .32. primi ubi ostensum est omnes 5. angulos penthagoni .6. rectis equiualere scilicet unusquisq, ualet unum rectum ⁊ quintam unius recti. ⁊ ideo dimidium totalis anguli .a. ⁊ similiter .e. minus est angulo recto ⁊ ideo ex illa parte concurrēt per pēultimā petitiōem. b ¶ per aduersarium. c ¶ Etiam per aduersarium. d. ¶ Quia angulus .b. pēthagoni ex ypotesi ē eq̄lis angulo totali ipsius pēthagoni ⁊ ideo cū angulus .b totalis sit maior angulo b. pēthagoni ē maior angulo a. totali ⁊ iđ cū angulus .a. ꝑtialis equet ipsi b. seq̄t ipsum .a. ꝑtialē eē maiorē .a. totali siue ei eq̄lem qđ ē impossibile ⁊ ꝑ ꝑmam dispositionē nō seq̄ᵗ angulū .a. ꝑtialem eē eq̄lem .a. totali sed ipso maiorē ⁊ in duabus postremis dispositionibus seq̄tur totali eē eq̄lem semper .s. q̄n per aduersariū concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.



Propositio .14.

Circa datum penthagonum quod sit equilaterum. atq3 equiangulum circulum describere.

¶ Sit ut prius datus penthagonus, equilaterus atq, equiãgulus. quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile a.b.c.d.e. uolo circa ipsum describere circulum. hec est q̄ si cõuersa.12. Duos eius ꝓpinquos ãgulos q sunt.a.ꝫ.e. diuido per equalia ductis lineis.a.f.ꝫ.f.e. quousq, concurrãt intra ipsum penthagonum in puncto.f. Concurrent.n.ꝫ intra penthagonum ut probatum est in premissa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos lineas que sint.f.b.f.c.f.d.ꝫ quia duo latera.a.f.ꝫ.a.b. trianguli.a.f.b. sunt eq̄lia duobus lateribus.a.f.ꝫ.a.e. trianguli.a.f.e.ꝫ angulus.a. unius angulo a. alterius erit per.4.primi.f.b. equalis.f.e.ꝫ angulus.b. partialis angulo. e. partiali. Et quia.b. totalis est equalis.a. totali.ꝫ.e. totalis diuisus est per equalia. erit similiter.b. totalis diuisus ꝑ equalia.ꝫ. hoc quoq, modo ꝓbabis utrũq, angulorum.c.ꝫ.d. diuisum eē ꝑ equalia ꝫ.5 lineas.f.a.f.b.f.c.f.d f.e. esse equales. quare ꝑ.9.tertii.f. erit centrum circuli. sicq, patet ꝓpositũ.



Propositio .15.

Intra propositum circulum exagonum equilaterũ atq3 equiangulum describere. ¶ Ex hoc itaq3 manifestum est ꝙ latus exagoni equum est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

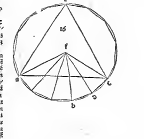
¶ Sit propositus circul9.a.b.c.d. cuius centrũ.e. uolo sibi inscribere exagonum equilaterum atq, equiãgulum produco diametrum.a.e.c.ꝫ ſm quantitatem semidiametri.e.c. facto centro puncto.c. describo circulum.e.b.d. secantem priorem in duobus punctis b.d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint.b.e g.d.e.f. trium ergo diametrorum extremitates cõiungo.6. lineis que sint a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.ꝫ g.a. quas dico continere exagonum quesitum. Erit enim ut demonstrat prima primi uterq, triangulorum.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare ꝫ equiangulus per.5. eiusdem ergo ꝑ.32. primi duo anguli. b.e.c.ꝫ c.e.d. cum uno equali uni eorum sint equales duobus rectis. Propter id quod quisq, eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per.13. eiusdem cum angulo.d.e.g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus.d.e.g.ē equalis utriq, eorum quare ꝑ.15. eiusdem.5. anguli. qui sunt ad.e. sunt adinuicem equales. ergo ꝑ.25. tertii. arcus in quos cadunt sint equales. quare ꝫ eorum corde per.28. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equilaterus igitur est sed ꝫ equiangulus ꝑ.26. tertii propter id quod sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini ꝫ bini sumpti sunt adinuicem equales. ut arcus.a.f.b. arcui.f.b.c.ꝫ ideo angulus.f. qui consistit in primo est equalis angulo.b. qui consistit in secundo. idem in ceteris. quase constat propositum. ¶ Correlarium ex hoc patet ꝙ dimidium diametri ꝫ latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri, ut.e.c.ꝫ.e.b ꝫ.c.b. ¶ Et nota ꝙ non proponitur circa propositum circulum exagonũ equilaterũ atq, equiãgulũ designare. Nec intra talē exagonũ circa talē circulum describere. queadmodũ fecit de triangulo q̄drato ꝫ pēthagono. non quia nõ sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero ꝫ equiangulo. ꝫ in omni figura equilatera. atq, equiangula quecũq, fuerit. Vnde quamcũq, figuram equilateram ꝫ equiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo extra. ꝫ circulum sibi intra ꝫ extra: hisdem modis per q̄ hec in penthagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necessario equiangula. de inscripta patet per.27.ꝫ.26. tertii sumptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sunt binis ꝫ binis. In hos enim arcus ipsius figure anguli cadũt. De circũscripta autem ductis a circuli centro lineis ad oẽs eius angulos. ꝫ ad loca contactus facile probabis. si plene intellecte

demonstrationi.13.huius diligens intellectus accesserit.erit enim ut oēs
ipsius figure angulos linee a centro uenientes per equalia diuidant.sum-
ptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angu
lum ab eis contentum.& cum duabus ad eorum extremitates a centro ue
nientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per
4.primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit eos esse equiā-
gulos p hāc cōem sciam quoq; dimidia sunt equalia.tota quoq; eē eq̄lia.

Castigator.

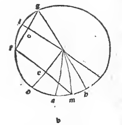
a No.diligenter quia ad praticam multum facit tale persupositū ut ap
parebit.

Propositio .16.



Intra datum circulum.quindecagonum equilate
rum atq; equiangulum designare. Deinde cir-
ca quelibet circulum assignatum quindecagonum
equilaterum atq; equiangulum atq; intra datum
quindecagonum circulum describere.
Sit datus circulus.a.b.c.uolo sibi inscribere qndecago
nū equilateꝝ & equiangulum.deinde etiam circūscribere atq; intra talē
quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē
circa talem quindecagonum circulum describere.quia hoc satis dat in
telligere per alia que proponit. In dato circulo iuxta doctrinā secun-
a de huius.protrabo latus trianguli equilateri [a] q; sit.a.c.& iuxta doctrinā
.11. latus penthagoni equilateri atq; equianguli quod sit. a. b . Et quia
arcus. a.c.est totius circumferentie tertia:cuius arcus.a.b. est.quinta erit
superfluum inter eos quod est arcus.b.c.due tertie:arcus.a.b. uel due qn
te arcus.a.c.siue due quintedecime totius circumferentie. Nam in omni
toto excedit tertia quintā.in duabus tertiis ipsius quinte. uel in duabus
quintis ipsius tertie. siue in duabus quintis decimis totius.hoc enim pa
tet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est
15.eius enim tertia que est.5.excedit eius quintam que est tria in duabu;
unitatibus que sunt due tertie ipsius ternarii qui ē quinta.uel due quin-
te ipsius quinarii qui est tertia siue due quintedecime ipsius.15.qui est to
tum. Diuiso igitur arcu b.c.per equalia.in. d.patet utrunq; duorū ar-
cuum.c.d.& d.b.esse tertiam arcus.a.b.uel quintam arcus.a.c. siue quin
tamdecimam totius circumferentie. Subtēsis igitur eis cordis.c.d.& d.
b.coaptatisq; cōtinue intra datum circulum sibi equalibus per primam
b huius complebitur figura proposita [b]. Cetera uero duo que proponit
cum tertio q; dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscri
bere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex
12.13.& 14. huius plene intellectis facile perficies. Et nota q; quamcū-
q; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterū
c circulo scimus inscribere & circūscribere.& ipsi circulum. Diuisis [c]. n.
arcubus quibus latera eius que scitur inscribi subtenduntur.per equalia
& a punctis medi is ad extremitates laterum ipsius figure ducris lineis fi-
et intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per
28.tertii.ergo & equiangula.hoc enim demonstratum est supra.15. huius
q; omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula.Et quia
hanc circulo scimus inscribere scienus cetera tria per.12.13.& 14. huius.
Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum sciemus per
hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecago-
num figuram.24.laterum.& sic in infinitum duplando. Et licet p trian-
gulum posit ut diximus inscribi exagonus.posuit tamen huius ppriam
demonstrationem ex qua sequitur potissimū per utile. Et similiter quia
scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figu
ram cuius laterum numerus est pariter par.per pēthagonum quoq; scie-
mus decagonum & figuram 20.laterum.sicq; continue duplando. idem
quoq; intellige de quindecagono.per ipsum enim scientur figure.30. &
60.& omnium continue duplatorum laterum. Ceterarum autem fi-

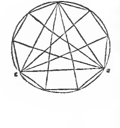
guratum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur diffici lis est scientia. & parum utilis.[d] ut sunt eptagona nonagona undecagona. Quod si sciremus triangulum duum equalium laterum designare. cuius uterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciremus eptagonũ ut supra penthagonum circulo inscribere. q; si uterq; quadruplus esset ad reliquum sciremus nõagonum. & si quincuplus. undecagonum. Idemq; in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq; angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi pa ris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.



❡ Castigator.

a ❡ Quia si illa secunda prosuponit triangulum assignatum equilaterum & sic inscribendo circulo unum ei equiangulum. Orietur pariter equila terus ad instar propositi quis maior & minor secundum quantitatem pro positi circuli. Similiter dicitur de penthagono. per. 11 huius. b ❡ Per. 29 tertii. c ❡ Per. 28. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales quoniam quisq; est. 15. pars totius circumferentie. d ❡ Verba campani traductoris immo utilissima cum uirtus circa difficile uersetur teste. Aris quia facile malum.

DAtum angulum in tria equa diuidere.[a] Sit angulus datus c. uolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic fa cio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum qualitercunq; contingat. & protraho latera continẽtia da tum angulum usq; quo secent circumferentiam in punctis a. & b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco li neam. c. d. perpẽdiculariter ad lineam. c. b. & in linea. c. d. assigno. punctũ e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq; quo secet circumferentiam circuli in puncto. f. & produco. e. usq; a. deinde ꝓtraho lineam. g. h. equi distantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. & duco lineam. f. g. equidistantem linee. e. c. & protraho lineam. c. b. incontinuum & directũ usq; ad. l. que secat lineam. f. g orthogonaliter in puncto. o. & per equalia dico ergo q; arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc. q; angulus. l. c. g. est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arcus b. a. est duplus arcui. h. b. ergo & angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. di uidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. & patet ꝓpositũ.



❡ Castigator.

a ❡ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoni am non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem recto in tria equa diuidere nã de obtuso non posset illis mediis concludi quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas a c. & b. c. & tunc demonstratio non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo discursus tibi relin quitur &c. Et ealis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius no nagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi prius inscribit triangulum circulo equilaterum & per consequens equian gulum cuius quisq; angulorum minor est recto ex. 32. primi ut in euidenter apparet.

INtra datum circulum nonangulum equilaterum atq; eq angulum. designare q̃d sic fieri põt iuxta doctrinã secũde huius. inscribam circulo assignato triangulum equilate rum atq; equiangulum qui sit a. b. c. & unumquenq; angu lorum eius diuidam per tria equalia & protraham lineas diuidentes angulos usq; ad circumferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus sꝫ ꝓpositi ipsis ãgulis sunt equales. Protraham enim cordas subtractas singulis arcu bus & habebo intentum. ❡ Explicit Liber quartus.

SErmo habitus per Reuerendum patrē. M. LVCAM Pa
ciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minoꝝ. In eccle
sia Sancti Bartholomei. Venetiis. 1508. Die. xi. augusti
in quintū Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sen-
sus & corda nostra. Amen. ❡ Arduarum difficiliumq; re
rū omnium. Reuerēdi dñi: uenerandi patres: excellētissi
mi Doctores: Magnifici uiri: Acutissimi cuiuscunq; facultatis studētes:
uosq; ceteri prestantissimi ciues: difficillima est proportio. Hæc est illa
quæ sola intima altissimæ iduiduæq; trinitatis penetrat: & a sacris theo-
logis solertissime inuestigatur. Hæc enim est quæ sæpius in eorum uolu
minibus relatio dicitur: aliquando respectus: nōnunq̄ habitudo. Inter
dum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Hu
ius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt: dum Metaphysi-
cen opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales prose-
quti sunt: ut Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum de re-
rum uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis supe-
rioribus: scilicet & inferioribus q̄ debita earum adinuicem proportio:
seu habitudo queritur. Nunq̄ enim sacris litteris incumbentes processio-
nem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causatam:
lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos pa
tris ad filium: & econtra percepissent. Hanc preoculis summus opifex in
cælestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbiū
motus cursusq; syderum & planetarum omnium ordinatissime dispone
ret. Hæc quando æthera firmabat sursum: & appendebat fundamēta ter-
ræ: & librabat fontes aquarum: & mari terminum suum circundabat: le
gemq; ponens aquis: ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōpo-
nens. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuer
sitate ꝓportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est que delectat.
Quo pacto insuper in inuisibilium raperetur amorem nisi habitudinē
quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
proportio nulla esse predicetur: attingentie tamen inter ea proportio a
sacris non negatur doctoribus. Naturales aūt & ipsi (ut paulo ante dixi-
mus) psedulo rerum naturalium proportiones quæsiuere: prout in eorū
codicibus passim habetur. Presertim Aristotelis cuius opera pre aliis assi
due premanibus habētur. Nam inde physico auditu proportionē motu
um inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quo nu
mero denario oēs phi contenti extitere: unū relatiōis seu ad aliqd huic
tā sublimi indagatrici ꝓportioni. s. spāliter addicauit. ❡ Omitto loca
alia pene innumerabilia ubi de ꝓportionibus & ꝓportionalitatibus sæ-
pissime disseritur. Que omnia (ut de naturalibus concludam:) medicis
ꝓsertim peritissimis: (quibus omnium cura cōmissa est) nota sunt & eē de.
necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi: hūidi & sicci in medelis dispo
nendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictaꝝ nouerint.
quem postea ex multis ꝓportionādo qualitatibus: unā efficiunt egrotā
ti corpori debite exhibēdā. ❡ Quo ēt Astronomi ꝓportiōe relicta age
rent: nōne uelut amentes ceci q̄ discurrerent. Narrēt hi qui sentiūt: dicāt
egyptii: ut Ptolomeus: Ali. Albategni. Alfagranus. Geber. Albuma-
sar: & ceteri oēs qui ꝓportiōe preuia peritissimi euasere. ❡ Qualiter coro-
graphi cosmographiq;. Marinus quē sepe Ptolomeus īpugnat Strabo &
alii qui totius orbis sitū nobis tabulis quibusdam accuratissime tradide
runt. tot & tanta simul unico libello complecti potuissent? nisi matrem
oium obseruassent proportionem. ❡ Dicant queso architecti omnes &
diuersarum machinarum inuentores prisci & presentes: Pythius qui pri
mus ædē mineruæ nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̄plures q i ædificioꝝ structuris sū
me excelluerunt: quoꝝ memoriā ꝓfuse ruinæ adhuc nobis afferūt quo
medio talia ediderint? Certe proportione duce se oīa ꝓfecisse respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberimi. Appelles Miron Policletus & ceteri quos historiæ nominant aliquid laude dignum prospectiuo aspectu suis posteris reliquissent. Si in eorum figuris lineamenta distantiasq́ debitas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. ¶ Lapicidæ quoq́ seu lapidum sculptores Phidias: Praxiteles. Appollonius. Nestor & reliqui industria tali prediti: non ne eandem diligentissime proportionem marmoreis eneisq́ statuis accomodarunt. prout indies frustis talium hinc inde repertis facile datur intelligi. ¶ Pariter & Musici nil aliud in eorum melodiis armoniisq́ querunt nisi modum debitum uocum & sonorum: hoc est: Sesquialtera sesquitertia. Diapente: Diapason: & aliis huiusmodi propoeonibus (teste Boetio) proportionatum. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis delectationem ingerant: quæ sine proportione & proportionalitate minime Causari potest. Quem morem imitando poetæ Carmina sua (eisdem fere mediis) Datilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tribraco. Proceleumatico. Ceterisq́ proportionis loco utendo pedibus. Componunt. ¶ Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitis. ac congruis numeris assignant. ¶ Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare uidetur: dum normam recte loquendi recteq́ scribendi. discere incipientibus tradit. graui: acuto: circumflexoq́: acentibus terminatam. ¶ Quæ et uia æquissimæ sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte formarent sententias: si iustitiam utranq́ commutatiuam scilicet & destributiuã non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua penes geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Aristoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus iudex uiuorum & mortuorum olim humano generi retribuet merita ac demerita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicitur litteris. ¶ Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum fautores dignissimi huius seculi negociatores res pecunia uendendo. emẽdoq́ seu quouis alio modo pertractando. ¶ Aliarum quoq́ unaqueq́ mecanicarum industria suas debitas habet proportiones ipsam moderantes: experientia teste. ¶ Sed dum talia percurimus quid de arithmeticis geometrisq́ nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habiti sunt: ut Pitagoras & Nicomacus: qui primi numerorum apud græcos inuentores fuisse perhibentur: quis apud latinos Boetius & Apuleius habeantur. Non ne hi ceteris diligentius propotionem seruant: quam (teste Euclide) rationalem uocant. ¶ Geometre uero utriq́ indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent. ¶ Hec deniq́ proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt pticipes facti sunt amicitie dei propter disciplinæ dona Commendati. ¶ Hanc ego proposse sine fictione didici & cupientibus sine inuidia comunico uirtutem eius apertissime ostendẽdo. ¶ Ha𝔷 igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixerit fructus uberior habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Diffinitiones earundem premittens ac deinceps more suo conclusiones triginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atq́ inrefragabiliter concludit.

¶ Qua propter si quis ad speculationem aliquam quacunq́ in facultate scientia arteq́: aspirat ad hunc properet fontem a quo aque uiue semper flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. ¶ Sed ut iam ad litteram ueniamus res expostulat. Que sic incipit uidelicet. pars est.

Omnes hi sunt qui interfuere. In diui Bartholomei ædē cū
ego Lucas Paciolus Burgensis Sancti Sepulchri Ex mino
ritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri solē
niter cæpi præfatione hac prius habita. M.D.viii. Au
gusti. die. xi. Et in primis.
❡ Clarissimus Vir. Ioānes Lascares ad senatum Venetū
christianissimi francorum Regis Orator. Vir clarissimus Philippus fer
rerius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Sena
tum Orator. ❡ Reuerendus Apostolorum presul Isidorus bagnolus Se
renissimi Principis Cancellarius. ❡. ℞. Ioannes Baptista Egnatius Vir
omni litteraꝝ genere præstans. ❡. ℞. Vincentius Dulcius.

❡ Reuerendi Sacre Theologie Professores.

❡ Magister Gabriel Venetus Eremitānæ Fæmiliæ tetuisimæ prouinciæ
præses. ❡. M. Gabriel Brunus Venetus Minoritanæ Familiæ Romanæ
Prouinciæ Minister. ❡. M. Petrus Lucignanensis eiusdem familie.
❡. M. Iacobus fauentinus eiusdem familiæ. ❡. M. Ioannes Andreas
de ciuitali. ❡. M. Petrus de cruce Hispanus. ❡. M. Antonius foroiu
liensis. ❡. M. Germanus Guardianus. ❡. M. Nicolaus Mutinensis.
❡. M. Angelus Venetus. ❡. M. Simon Venetus Regens. ❡ Sacre
Theo. bacalarius formatus. Frater Petrus terrenouanensis. ❡. S. Theo.
Bacalarius Frater Bartholomæus montalcinas. ❡ Frater Iocundus
Veronensis Antiquarius. Omnes prelibati Eiusdem Minoritanæ Fa
miliæ. ❡ Hieronimus Riginus Mantuanus Eremita. ❡ Sebastianus
Leonardus Cosmographus.
❡ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & eques. ¶. M. V. Mari
nus Georgius Doctor. ¶. M. V. Sebastianus foscarenus Philosophie ꝓ
fessor Clarissimus. ¶. M. V. Gabriel Maurus eques. ¶. M. V. Franci
scus donatus eques. ¶. M. V. Vincentius Quirinus Doctor. ¶. M. V.
Petrus pascalicus Doctor & eques. ¶ M. V. Nicolaus Teupulꝰ Doctor
¶. M. V. Daniel Rainerius aduocator comunis. ¶ Excellens Vir Ioan
nes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

¶ Benedictus Thedaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciscus Valen
tinus. ¶ Alexander Veronensis. ¶ Ambrosius Leo Nolanus. ¶ Ro
dulfus Camertes. ¶ Matheus Feltrensis. ¶ Cæsar Optatus. ¶ Ascanius
Esinus. ¶ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Ma
ferius Forolinensis. ❡. M. V. Hieronimus Sauorgnanus. ¶. M. V. Frā
ciscus Duodus. ¶. M. V. Vincentius Grimanus. ¶. M. V. Franciscus &
Iacobus fratres Cornelii. ¶. M. V. Thomas Iustinianus. ¶. M. V. Mar
cantonius Cornerius. ¶ M. V. Federicus Molinus. ¶. M. V. Petrus Do
natus. ¶. M. V. Petrꝰ Contarenꝰ. ¶. M. V. Donatꝰ Legius. ¶. M. V. Lau
rentius Bragadenus. ¶. M. V. Marinus Sanutus. ¶. M. V. Angelus Pi
faurius. ¶. M. V. Petrus Morenicus. ¶. M. V. Sanctus Tronus. ¶. M.
V. Laurētius Memmus. ¶. M. V. Carolus Contarenus. ¶. M. V. Domi
nicus priolus. ¶. M. V. Ioannes Bembus. ❡ Flaminius poeta calenus
¶ Aldus Manutius Romanus. ¶ Palladius Soranus poeta. ❡ Leonar
dus Augustini pratensis. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Ma
theus Cinus Florentinus. ¶ Bartholomeus. Franciscus & Paulus fratres
Rompiasii. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pe
dretus. ¶ Laurentius Papiensis Musicus. ¶ Franciscus massarius. ¶ Ia
cobus Coccus. ¶ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adolescētes sum
me indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebastianus Priolus. ❡ Bernardus
rocelaius & Ioānes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathema
ticæ Sectator. ❡ Georgius Tragurinus eiusq; filius Marcus. ¶ Alexius
Bergomensis. ¶ Ioānes Marcus Canotius Patauinus. ¶ Petrus Lom
bardus. Hi quatuor prefati Architectonica Clari. ❡ Bernardinus Pe
rulus Vrbinas. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Senenses. ¶ Ot

tantiꝰ forosemproniensis. ¶ Joãnes franciscus puteolanus. ¶ Nicolaus corbolus florentinus. ¶ Franciscus rosellus florentinus Cosmographus. ¶ Aliq; plurimi quorum nomina sigillatim referre ad quingentos & amplius operosum nimis foret florem tantum hominum decerpsi.

¶ Isidorus Bagnolus Apostolorum præsul & Serenissimi Principis Cãcellarius Natali Regie diui Iacobi præsuli & Veneto Canonico. S. P. D.

Delectatus Mirumꝰ immodum Superiore Anno prælectione quadam Euclidis Matematicorum omnium facile. Principis in quintum eius Librum. quam LVCAS. Paciolus de Burgo Sãcti Sepulchri Minoritanæ Familiæ addictus omnium nostra tempestate hisce disciplinis instructissimus habuit. Non potui frater optime tecum uoluptatem incredibilem quam ceperam non cõmunicare; tum quod te etiam atq; etiam amem. Tum quod ipsa res Digna mihi semper est uisa que tibi quoq; cognita perspectaq; foret. Noras tu scio. LVCAM. nostrum Noras hominis ingenium. Noras hominis famam Verum eius scripta fortasse non attigeras ut pro ingenii tui Fælicitate & candore melius de tota re sententiã ferres. Ego uero qui tibi semper gratificari studui curaui. Vt qui audire prælegentem LVCAM. per publicas occupatiões non potuisti præsens habeas absens in quo te quandoq; oblectes fructũq; maximum capias. Leges igitur tu istam prælectionem. Leges & post illã quintum Euclidis librum qui sane is est ut quanto Euclides ipse omnes alios scriptores antecelIit tanto quintus hic scripta ab eo alia præstet. Sunt qdem plena ingenii: plena acuminis: plena diuinitatis in hoc qnto omnia. Nihil consequutum te in mathematicis credes. Nisi quintum non solum quod aiunt a limine salutes sed accurate introspicias. Quare non dubito quin pro rei præstantia & auctoris singulari ac prope diuina scientia id legas & quod te plurimum delectari possit & alius etiam atq; etiam prodesse. Cætera interim mathematica uel Euclidis nunc tãdem emẽdatissima uel que Lucas ipse suo marte peperit qñ in dies cudũtur felix expecta. Bene uale Venetiis ex ædibꝰ nostris. M. D. viii. Martii. xii.

¶ Castigator.

Putant non nulli optime lector huiusmodi mathematice discipline ignari proportionem quantitatem esse quod minime uerum est sed est mera quantitatũ adinuicem hitudo. cum eiusdem fuerint generis quantecunq; fuerint ut in sequentibus apertissime. Euclides ipse diffinit. Et talis habitudo ad minus exigit duo extrema seu duos terminos. Proportionalitatẽ autem nõ sic intelligas habitudinem esse quãtitatum sed solum proportionum similitudinem & nomine alio quidam tam proportionum proportionem appellant. Ad cuius constitutionem ad minus due proportiones requirunt. cum similitudo ad minus exigat duo extrema hoc est duas proportiones ut infra in isto quinto loco suo habebis & due proportiões ad minus exigunt tres terminos si fuerit continue ut. 2. 4. 8 16. dicuntur proportionales & sic. 3. 9. 27. 81 sunt n. primi proportionales in dupla: postremi uero in tripla & dicit continua. Item alio modo dicuntur proportionalia in continue ut sunt. 2. 4. 10. 20. 7. 14. & ista uocatur proportionalitas dupla incontinua &c. Et ppea ne tu cum reliquis in foueam cadas uolui te cautum reddere ne in sequentibus tibi equiuocatio occurrat. quoniam scribimus Indoctis &c.

¶ Necessarius ac utilissimus Euclidis Liber quintus de ꝓportionibus & proportionalitatibus ex perfecta Campani traductiõe. Magistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepulcri Ordinis. Minorum Castigatore optimo. Incipit feliciter.

Diffinitio .1.

Pars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quandoq̃ sumitur proprie: & hec est q̃ aliquotiens sumpta suũ totũ ꝓcise cõstituit: sine diminutiõe uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerum ſm quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem aũt partem quam multiplicatiuã dicimus hic diffinit. ¶ Quandoq̃ sumitur cõiter & hec est quelibet quantitas minor que quotiẽscũq̃ sumpta suo toto minus aut maius constituit. quã aggregatiuam dicimus: eo q̧ cum alia quantitate diuersa totum suum cõstituat: per se autem quotiens cunq̃ sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

Multiplex est maior minoris qñ eam minor metitur.

¶ Pars relatiue dicitur ad totum: & in istis duobus extremis consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: uocat aũt ipsum multiplex propter hoc q̧ minus ipsum aliquotiens sumptum constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem: pars & multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionẽ.

Diffinitio .3.

Proportio est duarum quantecunq̧ sint eiusdẽ generis quãtitatuꝫ certa alterius ad alterã habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q̧ earum altera maior aut minor: est reliqua uel sibiequalis. ¶ Non enim solum in quantitatibus reperit̃ proportio. sed in ponderibus: potẽtiis & sonis. In ponderibus quidem & potentiis uult plato in thimeo eẽ proportionẽ: ubi elementorum numeꝝ oñdit: in sonis autem esse proportionem liq̃t ex musica. Nam ut uult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales ptes diuidat̃. erit ipsaꝝ priũ suorũq̃ sonoꝝ: eadem cõuerso mõ ꝓportio. Sed in quibuscunq̃ ꝓportio reperitur: ea ꝑticipatiẽ naturam ꝓꝑietateq̃ quãtitatis: non.n. reꝑitur in aliq̃bus rebus duabus nisi in eo q̧ eaꝝ una est reliqua maior aut minor. aut sibi eq̃lis. ¶ Quantitatis aũt ꝓpriũ est ſm ipsam eq̃le uel inequale dici. ut uult Aristo. in ꝑdicamẽtis. uñ liq̃t ꝓportionem primo in quantitate repiri. & ꝑ ipsam in omnibus aliis. Nec eẽ in aliq̃bus rebus ꝓportionem cui similis non sit in aliq̃bus quãtitatibꝰ ꝓp qd̃ bene dixit Euclides ꝓportiõem simplr̃ eẽ in quãtitate cum eã diffinuit ꝑ habitudinem duaꝝ quãtitatũ eiusdem generis adinuicẽ. ¶ Cuiꝰ diffinitionis intellectus ẽ: q̧ ꝓportio ẽ habitudo duaꝝ quãtitatũ adinuicem q̃ attẽdit̃ in eo q̧ una eaꝝ ẽ maior aut minor alia uel sibi eq̃lis: ꝑ qd̃ patet q̧ oportet eas eẽ eiusdẽ generis: ut duos nũeros: aut duas lineas aut duas sup̃ficies: aut duo corp̃a: aut duo loca: aut duo tp̃a. Non .n. põt dici linea maior aut minor sup̃ficie. aut corp̃e nec tp̃s loco. sed liea. linea & sup̃ficies sup̃ficie. Sola .n. uniuoca *cõp̃abilia sunt. ¶ Quod aũt dicit certa habitudo. Nõ sic intelligas q̃si nota uel scita. sed quasi determiata: ut sit
a
sensus. Proportio ẽ determiata hitudo duaꝝ quãtitatũ: ita in quã determ

nata q̃ hec & non alia. Non enim est necessarium ut oĩs habitudo duarũ quãtitatum sit scita a nobis nec ẽt a natura. ℂ Nam proportio quedam est discretorum ut numerorũ. q̃dam aũt continuorũ. In numeris autẽ minor est pars [b] aut partes maioris ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. ℂ At uero in continuis est proportio magis larga: est enim in eis ubi minor quãtitas est pars [c] aut ptes. maioris & talium oĩum mediantibus numeris est proportio nota: q̃ & rõnalis dicitur. Dicunturq̃ omnes tales quantitates cõmunicantes: quia eas una & eadem necessario metitur. unde & omnes numeri sunt cõmunicantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ℂ Est etiã ubi minor nõ est ps aut partes [d] maioris & in talibus nõ est nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturq̃ hec proportio irrõnalis: & hee quantitates incõmunicantes: unde fit: ut quecunq̃ proportio reperitur in numeris reperiat in omni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus & temporibus: non autem econuerso: infinite enim sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura non sustinet. Sed quecunq̃ proportio reperitur in uno genere cõtinuorum eadem reperit in omnibus aliis. Nã qualitercunq̃ se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquã aliam. & quodlibet corpus ad aliquod aliud: similiter & tempus sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde magis est larga proportio in continuis. q̃ in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: q̃ proportionem arithmeticã: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersat. rõnalis est: geometria uero rõnales & irrationales equaliter considerat.



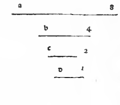
ℂ Castigator

a ℂ Vniuoca sunt quorum nomen cõmune est & ratio substantie eadem ut hoc nomen homo significat sor. & pla. quoniam eadem ratione sor. est homo qua. pla. &c. Equiuoca uero quorum nomen cõmune est & ratio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem piscem & stellam sed alia & alia ratione &c. etiã hoc nomẽ sanum dicitur de urina & cibo in genere latent equiuocationes. b ℂ Quando minor est pars ut 4. respectu. 12. quando minor est partes ut. 8 respectu. 12. & sic in ceteris. c ℂ Vt linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octopedalis linee. 12. q̃n ptes. d ℂ Vel. R. 10. respectu. 12. uel. R. 5. respectu. R. 12.

Diffinitio .4.

Proportionalitas est similitudo proportionum.

ℂ Vt si dicamus q̃ que est proportio. a. ad b. ea est etiam c. ad. d. proportio que ẽ inter. a. & b. similis ẽ illi que est inter. c. & d. Hec autem similitudo que ex istis proportionibus resultat dicitur proportionalitas.



ℂ Castigator

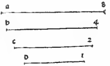
ℂ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria. Boetius in primo musice capitulo primo & 31. Proportiones autem principaliter in numeris cõsiderãtur. Boetius primo capitulo quarti musices. ℂ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera sexquitertia &c. put fuerint q̃titates proportionate continue.

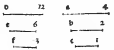
Diffinitio .5.

Quantitates que dicuntur cõtinuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eq̃ sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

ℂ Supposita diuisione proportionalitatis p continuam & discontinuam diffinit membra diuidentia. & primo cõtinuam imo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium p continue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem: nec incontinuam: sed cõtinue proportionalia & incontinue. Diffinitio autem continue proportiõalitatis & incontinue satis patet p

diffinitionem continue pportionalium & icontinue. ¶ Continua aūt
proportionalitas est cum quodlibet quantitatum eiusdem generis i qua
proportione prima antecedit secundam in eadem quelibet aliarum an
tecedit proximo cōsequentem: ut cum dicimus sicut se habet.a. ad.b. ita
b.ad.c.&.c.ad d. eritq; quelibet earum antecedens & consequens excepta
prima que est solū antecedens: & ultima que est tantū consequens. ⁋ Et
in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem ge
neris propter continuationem proportionum eo q̄ non sit proportio in
ter quantitates generꝫ diuersorum: & hec erit ad minus in tribus termis.
constituta. ¶ Incontinua autem est cum quatuor quantitatum siue oēs
fuerint eiusdem generis siue due prime unius & due postreme alterius: in
qua proportione prima antecedit secundam in eadē tertia antecedit q̄r
tam: ut cum dicimus sicut se habet.a.ad.b.ita. c.ad. d. eritq; earum queli
bet: aut tantum antecedens aut tm̄ consequens: nec est necesse ut sint om
nes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo
q̄ consequens prime proportionis non continuatur antecedenti scd̄e:
sed possibile ē ut sint eiusdem generis: & possibile est ut sint diuersorum.
Sicut.n.contingit lineam reperiri duplā ad lineā aut triplam: ita superfi
ciem ad superficiem: & corpus ad corpus: & tempus ad tēpus: & numerus
ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas. & quid incon
tinua explanemus diffinitionem continue proportionalium p̄missam.
⁋ Quantitates inquit proportionales continue sunt quarꝫ eque multipli
cia aut sibi sunt equalia aut eque sibi sine interruptione addunt aut mi
nuunt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis.a.b.c. ad quas
sumantur.d.e.f.eque multiplicia ut sicut.d.est multiplex ad. a.ita. e. sit
multiplex ad.b.&.f.ad.c.eruntq; omnes in eodem genere. Multiplicia.n.
& submultiplicia in eodem sunt genere: sitq; ut.d.e.f.aut sint equalia adi
uicem aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q̄ sicut.d.
addit super.e.aut minuit ab ipso: ita.e.addat si per.f. aut minuat ab ipso.
Cū hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates.a. b.c.
continue proportionales. ⁋ Multiplicia aūt nō intelligas similiter sic se
a habere in addendo aut minuendo quantū ad quantitatē excesfus: sed q̄
tum ad pportionē: aliter.n.diffinitio eēt falsa. Nam quarūlibet quānta
tum eiusdem generis equis se differentiis excedentum eque multiplicia
accepta equis etiam differentiis se excedunt: tuñ similiter se habēt in addē
do & minuendo quantum ad quantitatem excesfus. Nec tm̄ priores quan
titates sunt continue proportionales: imo minorꝫ est semper maior pro
portio. ⁋ Hoc aūt ideo euenit qm̄ earꝫ multiplicia non similiter se exce
dūt quantū ad proportionē: sed solum quātū ad quātitatē excesfus: est.n.
& ibi in minoribus multiplicibus maior pportio. ⁋ Verbi grā: sumātur
b trer numeri equis differētiis se excedētes: imediate uidelicet arithmetice
ut.2.3.4.horꝫ triū eque multiplices equaliter se excedūt. dupli quidē bina
rio: tripli ternario. & sic de ceteris: non tamen sunt.2.3.4.cōtinue ppor
c tionalia: imo minorum est maior proportio: est enim ipsorum pportio
sexquialtera: & maiorum sexquitertia. ⁋ Quia ergo inter eos nō ē simili
tudo pportionum. Non erit inter eos pportionalitas: & ideo neq; conti
nua neq; incōtinua. ⁋ Patet ergo similitudinē illā additionis aut dimi
nutionis nō intelligi quantū ad quātitatē excesfus: sed quātū ad pportio
nē. ⁋ Erit itaq; sensus diffinitionis premisse. Cōtinua pportionalia sunt q̄
rū oīa multiplicia equalia: sunt cōtinue pportionalia. ⁋ Sed noluit ipsā
diffinitionē pponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem:
a parte tm̄ rei: est istud cū sua diffinitione conuertibile. Tres aūt quantita
tes.a.b.c.oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi
inuicē equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo.
Si.n.a &.b essent diuersorum generum essent etiam.d.&.e.ipsarꝫ.a. & b.
multiplicia eorūdem diuersorum generum: propter hoc q̄ multiplicia &
submultiplicia eiusdē sunt generis: quare.d.nō eēt eq̄lis.e.nec ea maior





aut minor. Nā q̄titates diuersoꝝ generꝝ nō sunt adinuicē comparabiles.

¶ Castigator.

a ¶ Maxime geometre interest de ꝓportionibus & natura ipsarum tota
liter discerere. Nam arithmeticus nō inuenit in oibus numeris ꝓportiōis
modos q̄m infinite sunt ꝓportiones quas natura numeroꝝ non patitur: ut
in isto per Campanum dicitur ¶ Q̄m aūt ipsa ꝓportionis cōsideratio
extensa est & lata & applicatur fere omnibus adinuicem comparabilibus
s̄m magis & minus. Ideo s̄m hunc conceptum cōem potest sic diffiniri.
¶ Proportio est aliquorum adinuicem cōparabilium unius ad alterum
certa habitudo. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad ma
gnitudinem: soni ad sonum: temporis ad tempus: motus ad motum: hu
moris ad humorem: saporis ad saporem: coloris ad colorem &c. Geome
ter aūt trahit intentiōem proportionis ad magnitudinem & habet eam
sic diffinire. proportio est duaꝝ quātitatum eiusdem generis unius ad al
teram certa habitudo. Dico aūt eiusdem generis quia sola talia compa
rabilia sunt. ¶ Diuiditur autem proportio in duas spēs que accipiūtur in
comparatione ad quantitates. Nam quantitatum quedam sunt cōmuni
cātes siue cōmensurabiles. quedam dicuntur incōicantes siue incōmēsura
biles: cōicantes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmunis eas nume
rans. Dicitur aūt una quantitas numerare aliam. que s̄m aliquem nume
rum accepta ꝓducit ipsam: ut linea pedalis bipedalem uel tripedalē line
am. Sunt igitur quantitates cōmunicātes sicut linea bipedalis & tripeda
lis quas pedalis linea s̄m binarium & ternarium numerat. Quātitates ue
ro quibus non est una cōmunis quantitas eas numerās dicūtur incōmen
surabiles cuiusmodi sunt diameter quadrati & eius latus. sunt igr̄ s̄m hoc
due ꝓportionum spēs. s. rōnalis & irrōnalis: ꝓportio rōnalis debetur quā
titatibus cōicantibus ipa quoq̄ est que numeris sola debetur. Irrōnalis
aūt ꝓportio quātitatibus incōmensurabilibus debet numeris uero neq̄
q̄ cōpetit. ¶ Vn̄ manifestū ē q̄ ad geometrā ꝑtinet ꝓportiōis cōsideratio:
q̄a ois ꝓportio est magnitudis sed n̄ ois ꝓportio ē nūeralis. Proportio igr̄
rōnalis denoiatur imediate ab aliquo nūero: cū. n. q̄titatū cōicātiū opor
tet q̄ s̄m aliquē numerū minor uel aliquā ps minoris maiorē nūeret: ꝑꝑ
quod dixit Euclides infra in. 5. decimi. Oīum duaꝝ q̄titatū cōicantium
est ꝓportio alterius ad alterā tanq̄ ꝓportio nūeri ad numeꝝ. Diuidit aūt
hec spēs s̄m oēm modum s̄m quē diuisa ē ꝓportio arithmetica: nā alia
est eq̄litatis alia inequalitatis: & ꝓportio iequalitatis subdiuidit: alia ma
ioris: alia minoris inequalitatis: & utraq̄ accipit inter eosdē terminos nō
eodē ordie. Prima. n. ē habitudo maioris termini ad minorē. secūda mi
noris ad maiorē ecōuerso. Et utraq̄ s̄m qnq̄ spēs subdiuidit. q̄m maioris i
equalitatis spēs sunt ꝓportio multiplex proportio super particularis ꝓpor
tio superpartiens. Item proportio multiplex supparticularis & proportio
multiplex superpartiens. Tondēq̄ spēs habet proportio inequalitatis mi
noris & eisdē signant noibus addita prepositione sub. & de istoꝝ diuisiōi
bus dicit arithmetica non oportet plus insistere. ¶ Proportio aūt irrōna
lis non noiatur sic immediate ab aliquo numero ab alia ꝓportione nu
merali q̄m nō ē possibile ut s̄m aliquē numerum ps aliqua minoris ma
iorē numeret. Cōtingit tn̄ mediate denoiare irrōnalē a numero ut q̄ ꝓ
portio diametri ad costā ē medietas ꝓportionis duple. & ita capiunt alie
spēs ꝓportionis huius denoiationē a numero. Diuidit aūt hec ꝓportio in
duas spēs q̄ accipiunt penes cōparationem ad quātitates mensurabiles &
ad modos diuersificatiōis in eis ut lineaꝝ quedā sunt incōmensurabiles
in longitudine tn̄: quedā sunt icōmensurabiles in lōgitudine simul & in
potētia. Incōmēsurabiles in lōgitudine sunt hec quarū lōgitudines nō
cōicant. Si aūt superficies quadrate in quas possunt cōicent. tūc sunt icō
mensurabiles in lōgitudine tn̄ cōicantes aūt in potētia. Et hec spēs pri
ma ut latus quadrati & diametri eiusdē nō cōicant quadrata aūt eorum
cōicāt s̄m ꝓportionē duplā. Si uero superficies quadrate in quas possunt

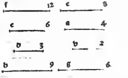
due linee incõmẽsurabiles in longitudine sint inquã superficies incõicãt: tunc ille linee dicerent incõmẽsurabiles in longitudine & in potẽtia. Et hec spẽs est secunda. exemplum est: accipiat linea medio loco proportionalis inter diametrum & costam sm q docet .9. sexti inferius. Ibi.n. latus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in longitudine: sicut constat: quia cum extrema fuerint incõmẽsurabilia inter se erunt & incõmunicantia cũ medio quod est sm cõtinuam ꝓportionalitatem inter ista sunt due eedem linee incõmensurabiles in potentia: quã quadrata earum non cõicant. Nã ex decimaseptima sexti oium triũ linearũ continue proportionaliũ quanta ẽ prima ad tertiã tñ erit & quadratum prime ad quadratũ secũde. Pñt aũt hee spẽs utraq; subdiuidi in tot spẽs quot modis accidit lineas uel sic esse incommensurabiles. Nam nõ solũ linee possunt eẽ incõmensurabiles in lõgitudine tñtdum se hñt sicut diameter & costa: sed aliis modis se hñtibus forte i ifinitũ. similiter et dico de lineis incõmẽsurabilibus i lõgitudine & potẽtia. qa ñ solũ sũt tales q̃ medie sunt iter costã & diametrũ sed alie &c. Diffinitio. 6.

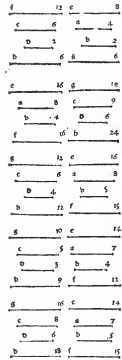
Quantitates que dicũtur eẽ sm ꝓportionẽ unã prima ad secundã & tertia ad quartã sunt quarũ prime & tertie multiplices equales multiplicibus secũde & q̃rte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutiõe vel equalitate eodẽ ordine sumpte.

¶ Posita superius diffinitione quãtitatũ cõtinue ꝓportionaliũ. hic ponit diffinitionẽ incõtinue ꝓportionaliũ: & est q quarũlibet .4. quãtitatũ quarũ prime & tertie eque multiplicia sũpta fuerint. Itẽq; secũde & q̃rte eque multiplicia: fueritq; multiplex prime sic se hñs ad multiplex secũde q̃tũ ad additionẽ aut diminutionẽ aut equalitatẽ: sicut multiplex tertie ad multiplex q̃rte: erit ꝓportio prime earũ ad secũdã sicut tertie ad q̃rtã. uerbi grã. Sint q̃tuor quãtitates .a. b. c. d. sumanturq; ad primã & ad tertiã que sunt .a. & .c. eque multiplicia utpote dupla: q̃ sint .e. & .f. Itẽq; ad secũdã & q̃rtã q̃ sunt b. & .d. sumant alia eq̃ multiplicia: utpote tripla: q̃ sint .g. & .h. sitq; ut hec .4. multiplicia sic sũpta cõparata adinuicẽ sm ordinẽ pmarũ q̃tuor q̃titatum: ita uidelicet q .e. cõparet ad .g. & .f. ad .h. non aũt .e. ad .f. aut .g. ad .h. sint similia in additione diminutiõe & eq̃litate: uidelicet q si .e. addit supra .g. & similiter .f. addat supra .h. aut si .e. minuit .a. g. & .f. similiter minuat ab .h. aut si .e. ẽ eq̃lis .g. & similiter .f. sit eq̃le .h. tunc ꝓportio .a. ad .b ẽ sicut .c. ad .d. ¶ Similitudo aũt in addẽdo aut diminuẽdo intelligat hic sicut in diffinitiõe continue ꝓportionaliũ: uidelicet nõ

a quantũ ad quãtitatẽ excessus[a]: sed quãtũ ad ꝓportionẽ[b]. ¶ Q̃d aũt dicit

b eodẽ ordine sumpte itelligat sicut expositũ ẽ: uidelicet ut multiplicia nõ referant adinuicẽ sm ordinẽ eaꝝ q̃titatũ: qbus eque multiplicia assumũtur: ut multiplex prime nõ referat ad multiplex tertie: aut multiplex secũde ad multiplex quarte: sed referat sm primũ ordinẽ ipsaꝝ .4. quãtitatũ uidelicet multiplex pme ad multiplex secũde & multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaq; sensus istius diffinitiõis. Incõtinue ꝓportionales sunt quatuor quãtitates & ꝓportio prime ad secũdã ẽ sicut tertie ad q̃rtã cũ sumptis eque multiplicibus ad primã & tertiã. Itẽq; eque multiplicibus ad scd̃am & q̃rtã erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex secũde: si erit multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nõ diffinuit sub hac forma pp cãm predictã: licet a parte rei idẽ sit. Nõ ẽ aũt necessariũ ut quatuor q̃titates .a. b. c. d. sint eiusdẽ generis: eo q .b. non continuat in ꝓportione cũ .c. sed pñt eẽ due prime unius generis: & due sequẽtes alterius. ¶ Per q patet q necesse ẽ referri multiplex prime ad multiplex secũde & multiplex tertie ad multiplex q̃rte: non aũt multiplex prime ad multiplex tertie aut multiplex secũde ad multiplex quarte: quia nõ semp sunt eiusdẽ generis, multiplex pme & tertie: nec multiplex scd̃e & q̃rte. ¶ Fuit aũt necesse sumere eque multiplices ad primã & tertiã, itẽq; eque multiplices ad secũdã & quartã: & nõ eque multiplices ad primã & secũdã: & itẽ non eque ad ter





tiã & quartã quia nisi p multipliciũ sũptionẽ cõtinuant termini prime p portiõis cũ termis secũde. nõ erit p qd sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

¶ ¶ Castigator.

a ¶ Nam si a. ponatur. 6. & b. 4. c. u ero. 5. & d. 3. & sumant multiplicia eq liter utputa dupla ad primam & tertiam erit. f. 10. & e. 12. Itemq ad secundã & quartam ẽt dupla erunt. h. 6. & g. 8. que multiplicia in ordine suarum quãtitatum adinuicem cõparata arithmetice eodem modo se hñt in ad dendo equando & minuendo: nam dupla p quaternarium ut patet & tri pla p senarium & sic in ceteris & tñ prime ad secũdam nõ est sicut tertie ad quartam nã illa est sexqaltera & alia supbipartiens tertias & ideo geo metrice debẽt intelligi. ⁊ Infra. 4. qnti clare apebit multiplcia taliter re lata adinuicem ppositum cõcludere ẽt in. 1. sexti. Idem. b ¶ Exemplũ qñ non sint pportiõales. 5 & 3. pro. c. d & 6. 4. p. a. b. multiplicia nõ se hñt eodem mõ. 10. 6. 12. 8. ⁊ Idest non arithmetice sed geometrice. c ¶ Boe tius. 2. musice capitulo. 12. sed inter has tres medietates pportionalitas qdẽ pprie & maxime geometrica nuncupat̃ icirco qm̃ eqs pportionibus to ta contexitur. Sed tñ eodem utemur pmiscue uocabulo pportiõalitates ẽt ceteras nũcupantes uidelicet arithmeticam & armonicam. d ¶ Sicut numeri caput est unitas ita pportionũ eq̃litatem ẽe pncipium. Boetius. 2. musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis proportiona litas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.

Quantitates quarum proportio est vna proportio nales nominantur.

¶ Postquam diffinivit quantitates continue proportio nales & incontinue diffinit quantitates proportionales simpliciter & patet diffinitio.

Diffinitio .8.

Cũ fuerint prime z tertie eque multiplices. Itẽq secunde z quarte eque multiplices. addetq multi plex prime super multiplicem secunde. Non ad det autem multiplex tertie super multiplicez quar te dicetur prima maioris proportionis ad secundã q̃ tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quãtitatibus pportionalibus diffinit quãtitates in propor tionales. Sunt aũt improportionales inter quas est disimilitudo pporti onum quod cõtingit dupliciter aut qa maior est pportio pme ad secundã q̃ tertie ad q̃rtã: aut qa minor & io eius sint due spẽs. Pria qñ maior est p portio pmi ad scđm q̃ tertii ad quartum: & dicit̃ hec maior improportio nalitas. ¶ Secunda uero qñ minor est proportio primi ad scđm q̃ tertii ad quartum: & dicitur minor improportionalitas. ⁊ Diffinit ergo eas in ter quas est maior proportio prime ad secundam q̃ tertie ad q̃rtam q̃ est maior improportionalitas: diffinitionem aũt earum inter quas ẽ minor pportio prime ad secundam: q̃ tertie ad quartam non ponit quia ipsa pa tet ex alia. ¶ Cũ igit̃ fuerint. 4. quantitates ad quaz pmam & tertiã sum pta sint eque multiplicia. & ad secũdam & quartam eq̃ multiplicia: & multi plicia pme & scđe relata adinuicẽ non se habebũt similiter multiplicibus tertie & quarte relatis adinuicem in additione diminutione & equalitate ille. 4. quantitates erunt improportionales. ¶ Quod si ita fuerit q multi plex pme sit equale multiplici scđe. multiplex uero tertie sit minus mul tiplici quarte. Aut q multiplex pme sit maius multiplici scđe. multiplex aũt tertie sit eq̃le aut minus multiplici q̃rte. Aut q multiplex pme sit ma ius multiplici scđe: & similiter multiplex tertie multiplici q̃rte: uerumtñ plus excedit quãtum ad pportionem non quãtum ad quãtitatẽ excessus multiplex pme multiplex scđe q̃ multiplex tertie multiplex q̃rte. Aut q multiplex pme sit minus multiplici scđe. & silr̃ multiplex tertie multipli ci q̃rte. uerumtñ minus minuit quãtum ad pportionem nõ quãtũ ad quã

titatē excessus: multiplex p̄me a multiplici scđe. q̄ multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoꝝ. 4. modoꝝ maior ꝓportio p̄me ad secundam q̄ tertie ad quartam q̄tuor aūt modis istis oppositis erit minor proportio p̄me ad scđam q̄ tertie ad quartā. Exēpla aūt istoꝝ oīum euidēter sumētur ex numeris. ⁋ Additio ergo illa multiplicis p̄me sup̄ multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertie sup̄ multiplex q̄rte de q̄ loquitur auctor ī diffinitiōe et latitudinē hēt ad istos 4. modos p̄dictos ⁊ ipsos cōp̄hēdit. uñ sensus istius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit fuerit maior ꝓportio multiplicis p̄me ad multiplex secūde q̄ multiplicis tertie ad multiplex q̄rte: erit maior proportio p̄me ad s̄am q̄ tertie ad q̄rtā: si diffiniuit aūt sub hac forma ꝑꝑ cōem cām p̄usdictā. Vel possumus dicere q̄ additio multiplicis p̄me sup̄ multiplex secūde: ⁊ non multiplicis tertie sup̄ multiplex q̄rte: de qua loquitur in p̄missa diffinitione maioris in proportionalitatis proprie accipitur prout v̄ba diffinitionis sonāt: ⁊ non se extēdit nisi ad scđm q̄tuor p̄dictoꝝ modoꝝ: licet reuera quolibet illorum q̄tuor modoꝝ sit maior proportio p̄me ad secūdam q̄ tertie ad q̄rtā. uñ sensus illius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit si multiplici p̄me exñte maiori multiplici secūde: ñ sit necariū q̄ multiplex tertie sit maius multiplici q̄rte: tūc erit maior ꝓportio p̄me ad scđam q̄ tertie ad q̄rtam. ꝑꝑ hoc aūt non posuit reliquos tres additiōis modos in p̄dicta diffinitione: quia iste est illis oībus magis planus ⁊ ad dictam diffinitiōem sufficiēs. Nusq̄ rrum est maior proportio prime. 4. quantitatum ad secundam q̄ tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad p̄mam ⁊ tertiā rep̄iri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde ⁊ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secunde: non aūt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec usq̄ cōtingit hoc rep̄ire q̄n sit maior ꝓportio p̄me ad scđam q̄ tertie ad quartam ut demōstrabimus infra supra decimā huius. ⁋ Possunt aūt esse hee quātitat. s improportionales diuersorum generum sicut ⁊ quātitates incontinue proportionales si inter eas fuerit incontinua improportionalitas: ut si dicatur maior est proportio. a. ad b. q̄. c ad. d. Si autem fuerit cōtinua improportionalitas erunt oēs eiusdem generis necessario sicut sunt in cōtinua proportionalitate. ut si dicatur maiorē ꝓportio. a. ad. b. q̄. b. ad. c.

⁋ Castigator.

a ⁋ Sufficiētia huius diffinitionis habetur ex. 8. huius. s. ut in fine dicte 8. dicitur. b ⁋ Dissimilitudo uero odiosa atq̄ contraria. Boetius in primo musice capitulo primo. ⁋ Amica est enim similitudo.

Diffinitio. 9.

EST autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

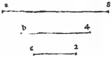
⁋ Postq̄ auctor diffiniuit ꝓportionem ꝓportionalitatē ⁊ q̄ntitates ꝓportionales ⁊ iproportiōales. ostēdit q̄s sit minimus nūerus terminoꝝ inter quos ꝓportiōalitas pōt cōsistere maximū aūt nō ponit q̄a illū nō cōtingit sumere: potest. n. proportio q̄libet continuari in terminis infinitis: siue fuerit rōnalis [a] proportio siue [b] irrationalis. ⁋ Ad proportionalitatem aūt exi-

a guntur ad minus due ꝓportiones similes eo q̄ ꝓportionalitas sit similitu-

b do ꝓportionum. Quelibet aūt proportio hēt aīs ⁊ consequens: ergo q̄libet ꝓportionalitas hēt ad minus duo aīlia ⁊ duo consequētia: hoc ē impossibile fieri i paucioribus q̄ tribus terminis: in q̄bus medius eoꝝ fiet aīs ⁊ consequēs: ⁊ iō ꝓportionalitas cū sit continua q̄re in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. In continua autem nō erit in paucioribus q̄ in. 4. eo q̄ in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua. erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

⁋ Castigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. b ¶ Que ab aliquo numero nō denoiatur imediate ut dyametri ad costā eius .q̄drati.



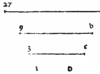
Diffinitio 10.

Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam. proportio prime ad secundam duplicata.

¶ Diffinit proportionem q̄ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constitute ꝑ dicit q̄ si fuerit proportio primi ad secundum sicut secū di ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Siue quod idem est erit ꝑportio primi ad tertium sicut primi ad scḋm duplicata: hoc est in se multiplicata. uerbi grā. in numeris Sint. 3 numeri continue proportionales: sintq̧ cōtinue dupli: ut. 2. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio ꝑmi ad scḋm in se multiplicata: proportio aūt primi ad secundum ē dupla: dupla uero in se multiplicata: producit quadruplam: unde proportio extremoꝝ est quadrupla: uidelicet duplum dupli: uel secundū priorem expositionem pro portio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

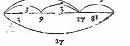
Diffinitio .11.

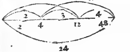
Cum fuerint quatuor quātitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicetur proportio prime ad secundam triplicata.



¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in. 4. terminis cōstitute ꝑ dicat q̄ si fuerit. 4. quantitates cōtinue ꝑportionales erit ꝑportio ꝑme ad q̄rtam sicut ꝑportio ꝑme ad secūdam triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus composita. qm̄ tales inueniūtur in ea: siue quod idem est: erit ꝑportio ꝑme ad quartam sicut ꝑme ad secundam triplicata. hoc ē in se. postea in productum multiplicata. Verbi grā: in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales: sintq̧ continue tripli ut sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se postea in productum multiplicata: proportio aūt primi ad secundum ē tripla: tripla u͛o in se multiplicata ꝑducit nocuplam ꝑ tripla in nocuplā producit uigincuplam septuplam. erit itaq̧ ꝑpotrio extremoꝝ uigincupla septupla. quod est triplum tripli. Vel ꝑm priorem expositionem ꝑportio extremoꝝ est sicut proportio primi ad scḋm triplicata: q̄a uigincupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit aūt proportiōem extremoꝝ cōtinue ꝑportōalitatis inter plures q̄ q̄tuor terminos cōstitute: ꝑꝑ id q̄ dimensiones in rebus naturalibus repte non excedunt ternarium. ¶ Denominatio aūt ꝑportionis duaꝝ quātitatum quibus nullum interponitur medium hēt naturam linee. Eaꝝ uero quibus interponit̄ unū medium in cōtinua ꝑportionalitate hēt naturam sup̄ficiei eo q̄d fit ex multiplicatione denoīationis duaꝝ primarum in se. Oē aūt quod ex multiplicatione linee: in lineam producit̄: naturā hēt sup̄ficiei. si in se q̄dem quadrati: si u͛o in alteram Parte altera longioris. Sed proportionis eaꝝ quantitatum denoīatio quibus in cōtinua proportionalitate duo media interponuntur naturam hēt solidi: quia prouenit ex multiplicatione denoiationis duaꝝ ꝑmarum. Primo in se. ex qua multiplicatione producitur sup̄ficies: deinde in productum ex q̄ multiplicatione prouenit solidum siue corpus: oē. ꝑ.n. q̄d ex multiplicatione linee in sup̄ficiem producit̄ crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quātitatum est simplex interuallum: ꝑ hn̄s naturam simplicis dimēsionis ut linee: proportiōalitas autem trium est duplex interuallum: ꝑ hn̄s naturam duplicis dimensionis. ut sup̄ficiei: proportionalitas aūt q̄tuor est triplex interuallum: ꝑ hn̄s naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos ꝑ

portionalitatis in quinq; terminis aut pluribus constitute. ¶ Vel non dif finiunt proportionem in his quia earum proportio hr̃ ex predictis diffinitionibus. Si.n.in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione pmorum duplicata: & in q̃tuor terminis cõstat ex eadem triplicata: in.5.terminis constat ex eadẽ quadruplicata: & in sex ex eadem quintuplicata. ¶ Vñ quemadmodum in tribus terminis cõtinue proportionalibus proportio extremorum continet proportionẽ pmorum bis. & in.4. terminis ter. sic in.5.terminis cõtinebit q̃ter. & in sex quinquies. & ita deinceps. ut semp proportio extremorum in terminis cõtinue proportionalibus totiẽs contineat proportionẽ pmorum quot sunt oẽs termini minus uno. ¶ Similiter quoq; si proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constitute est ea que producit ex proportione pmorum in se semel multiplicata: & in.4.in se bis multiplicata: in quinq; terminis ea que pducitur ex proportione pmorum in se ter multiplicata & in.6.terminis quater: & sic semp ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue ut multiplicationes sint eq̃les mediis extremis interpositis. Et nota q; ẽt in improportionalitate continua extremorum proportio producitur ex oibus proportionibus intermediis. ¶ Ex pdictis apparet q; proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis cõstitute denoĩatur a quadrato in q̃tuor ṽo terminis cõstitute denoiatur a cubo: quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportiõis pmi ad secũdum: uerbi gr̃a in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint continue tripli.3.9.27.81.proportio primi ad secũdum denominatur a ternario. est enim tripla: pmi ṽo ad tertium a nonario qui ẽ quadratus ternarii.nam ipsa est nocupla. At ṽo proportio pmi ad quartum denominatur a.27.qui ẽ cubus denominationis proportionis pmi ad secundum uidelicet ternarii.ipsa.n.est uigincuplaseptupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis cõtinue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in quatuor uero terminis constitute denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denoiationes trium proportionum. quod ẽt patet in numeris. Sint quatuor numeri continue improportionales: qui sunt.2.4.12.48.in quibus pportio pmi ad secundum est dupla: secũdi ad tertium tripla: & ideo pmi ad tertium sexcupla: tertii uero ad q̃rtum q̃druplar & iõ pmi ad q̃rtum uigincupla q̃drupla. Senarius ergo qui ẽ denoĩatio proportionis pmi ad tertium est supficialis: cuius latera sunt duo & tria qui sunt denominatiões duarum primarum pportionum.24.uero q; est denominatio proportionis pmi ad quartum est solidus cuius latera sunt.2.3 & .4.q; sunt denominationes trium proportionum inter illos q̃tuor terminos entiũ.



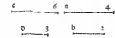


¶ Castigator

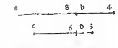
¶ Et quecunq; dicte sunt passiones de proportionalitate indifferenter intellige scilicet arithmetice & geometrice quoniam utroq; modo possunt assignari quantitates uidelicet proportionales geometrice & pportionales arithmetice & utreq; continue & discontinue respectu eorundem generum & diuersorum ut dictũ est. quia cõtiue semp sunt eiusdẽ generis siue geometrice siue arithmetice & incontinue possunt esse diuersorum & eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes proportionem quo ad equalitatem diminutionem & additionem & ista arithmetica solum penes differentias seu excessus. Et sic itelligas de ĩproportionalitate utriusq; majori & minori continua & incontinua &c. ut per te facilter deduces cuius ingenii non diffido ideo &c. etiam quo ad compositionem proportionis extremorum in tribus & in quatuor terminis continue: quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium constat ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmetica quo ad differentias ex illa duplicata & in.4.triplicata & sic in ceteris argue.

Diffinitio .12.

Quantitates que sunt in pportione vna. antecedēs ad consequētem & antecedens ad consequentem. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Itemq permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

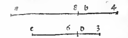


¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt .6. videlicet conuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa: & equa. ¶ Sunt aūt hee species q̄si quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam: in quibus manent antecedentia & consequētia eadem s̄m substantiam: quod non est in disiuncta: coniuncta aut euersa: & in quibus nihil extra sumitur ut in equa: uocat autē antecedens primū extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. ¶ vult itaq per hanc diffinitionem q si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ex hoc ego concludam ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguēdi uocetur pportiōalitas ecōtrario siue ecōuersa. ¶ Si aūt sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. uidelicet ut ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia. & ambo extrema secunde consequentia. uult q iste modus arguendi uocetur proportiōalitas permutata: & in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis consequens: & consequens prime antecedens.



Diffinitio .13.

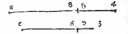
Coniuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sic etiam antecedens cum consequēte ad ꝯsequēs. ¶ Diffinit coniūctam disiunctam & euersam. in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem s̄m substantiam & uult q si ita fuerit. ut sit. a. ad b. sicut. c. ad. d. & ego ex hoc concludā. ergo totius a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. q iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



Diffinitio .14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

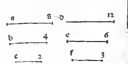
¶ Vult q si fuerit proportio totius. a. b. ad. b sicut totius c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. q iste modus arguendi uocetur disiūcta proportionalitas.



Diffinitio .15.

Euersa proportionalitas dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra cōsequentia sua similitudo proportionum.

¶ Vult q si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. q iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

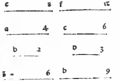


Diffinitio .16.

Equa proportionalitas dicitur quantitatibus plurimis propositis aliisq secundum eundem numerum in vna proportione applicatis medioꝝ eq̄li numero remoto vtro. unicq extremorum similitudo proportionum.

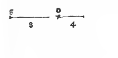
¶ Diffinit equam pportionalitatem que ad probandū propositum ad extra sumit. & uult q si sumantur quotlibet quantitates ut. a. b. c. itemq totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. ut. d. e. f. fuerintq secunde in proportione primarum siue eodem ordine. ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. & b. ad. c. sicut e.

ad.f. Sine ordine conuerso ut si dicatur.a.ad.b.sicut.e.ad.f.& b.ad.c.sicut.d.ad.e.& ex hoc concludatur.ergo.a.ad.c.sicut.d.ad.f.q. iste modus arguendi uocet equa pportionalitas. ¶ Hoꝝ aūt.6.modorum arguendi qui dicūtur species pportionalitatū quatuor pbat auctor in lr̃a infra in isto.5. Permutatam quidem pportionalitatem pbat in.16.huius disiūctam uero in.17.coniūctam in.18.equam uero pportiōalitatem demonstrat.in.22.&.23. Sed in.22.cū q̄ntitates duoꝝ ordinū eodē ordie sunt pportōales in.23.cū uo sunt pportiōales ordine cōuerso. Cōuersam uo pportiōalitatē: aut euersam n̄ demōstrat eo q cōuersa patet ex diffinitiōe q̄ntitatum incōtinue pportiōaliū. Euersa aūt patet ex pmutata adinuicē 19.ut sup eādem.19.sumus dicturi.q̄r aūt cōuersa pportōalitas ex dione q̄titatum incōtinue pportionaliū maīfesta sit demōstremus nūc. ¶ Sit ergo pportio.a.ad.b.sicut.c.ad d.uolo ergo demōstrare qd̄ erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c. Sumat̄.e.ad.a.&.f.ad.c.eq̄ multiplicia. Silr̄ quoq.g.ad.b.& h.ad.d.eq̄ multiplicia eritq. p cōuersionem diffinitiōis q̄ntitatum incontinue pportionalium.ut.e & g.itemq.f.&.h.similiter se habeāt in additione diminutione & equalitate. Intelligo tūc b.pmum.a.secūdum.d.tertium c q̄rtum Sūptaq. sunt ad pmum & tertium.g.&.h.eq̄ multiplicia. Itēq. ad scd̄m & q̄rtum.e.&.f.eque multiplicia. Et qa multiplicia pmi & secūdi q̄ sunt g.&.e.similiter se hn̄t multiplicibus tertii & q̄rti q̄ sunt.h.&.f.adinuicē additiōe diminutiōe & eq̄litate.erit p dictam diffinitiōem pportio b.pmi.ad.a.secūdum sicut.d.tertii ad.c.q̄rtum qd̄ est ppositum. Constat itaq. modus arguēdi q dr̄ cōuersa pportionalitas. ¶ Huius aūt q̄nti libri pncipia plurimis difficilima esse uīr equibusdā conclusiōibus quas ex ipsi demonstrat: magis ab intellectus distātia Nihil.n.uīr intellectui immediatius adherere q̄ q duaꝝ quarumlibet q̄ntitatum equalium sit ad tertiam quālibet una pportio: quod tn̄ huius quinti.septima demonstrat ex diffinitione incontinue pportionalitatis q̄ ab intellectu pmo uīr q̄ plurimum esse remota. Quis.n.non facilius duaꝝ quātitatum eq̄lium ad aliquam tertiam eādem esse pportionem cōcedat.q̄.4.quātitatum si multiplicia pme & tertie eq̄liter sumpta multiplicibus secūde & q̄rte eq̄liter sumptis similiter se habuerint in additione diminutiōe & eq̄litate esse pportionem pme ad secūdam sicut tertie ad q̄rtam Veꝝ si subtiliter intuemur liquido constabit nō posse unīn intellectui q pportio duaꝝ quantitatū equalium ad tertiam sit una.nisi p quid est esse pportionem unam. Si.n. quis ignoret quid est esse pportionem unam eādem pportionem alteri q̄uo cognoscet duaꝝ q̄ntitatum eq̄lium esse eādem pportiōem ad tertiā. ¶ Indiget igitur pculdubio intellectus anteq̄ illam q̄ uidebatur cōceptibilis ppositiō apprehendat huius rei que p ipsius diffinitionē habebitur cognitiōe.posimodum utꝝ ea diffinitio duabus quātitatibus equalibus ad tertiam cōparatis cōueniat ptractatiōe.quod si diffinitio inuēta fuerit illis quātitatibus cōuenire cōcludet ppositū. Sin aūt oppositū. Nō ē igit immediata propositio quā superficialis apprehensio imediatam iudicauit. ¶ Similiter quoq. imediatius iudicat prima apphensio adherere intellectui q duarum quātitatum ineq̄lium maior est pportio maioris eaꝝ ad aliam q̄ minoris ad eādem. quam demonstrat 8.huius.q̄ quod.4.quantitatum sit maior pportio pme ad secundam q̄ tertie ad quartam.cū multiplicibus ad pmam & tertiam equaliter sumptis. Itemq. alius ad secundā & quartam & equaliter multiplex prime addit super multiplex secūde.& multiplex tertie nō addit sup multiplex quarte ex quo que pdicta est propositio demōstratur: sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi p quid ē eē pportionem maiorē. ¶ Igitur oportuit euclidem q̄ quantitates dicūtur pportionales: & q̄ improportionales diffinire. Proportionales aūt sunt q̄rum pportio una est & Improportionales quaꝝ pportiones diuerse. Itaq. diffinuit quantitates quaꝝ proportio una.& eas in quibus cōnectuntur extrema nō dissociatis medus quas uocauit continue proportionales & dixit hanc pportionalitatem in tribus terminis ad minus existere.pp hoc



q̃ unum saltem bis sumẽdum ẽ medium. ¶ Et eas in quibus accidit iter
ruptio mediorũ: ꝗ hec sunt incõtinue ꝓportionales ꝗ hec ꝓportionalitas
ad minus exigit q̃tuor terminos ꝓꝑ alterius medii sumptionẽ. ¶ Et dif-
finiuit ẽt quãtitates q̃ sunt improportionales. quaꝝ est maior una ꝓpor-
tio quã sit alia. Et si eẽt oĩs proportio scita siue rõalis. tũc facile eẽt intel
lectu cognoscere q̃ proportiones eẽnt una ꝗ q̃ diuerse. ¶ Que. n. habe-
rent unam denominationem eẽnt una. q̃ aũt diuersas diuerse. hec aũt fa
cilitas manifesta est ex arithmetica qm̃ omnium numerorum proportio
scita ꝗ rõalis est. Vñ Iordanus in scd̃o arithmetice sue diffiniẽs q̃ propor
tiones sunt eedem ꝗ q̃ diuerse. dicit easdem eẽ que eãdem denominatio
nem recipiunt. Maiorem ṽo q̃ maiorẽ ꝗ minorem q̃ minorem. Sed infi
nite sunt ꝓportiones. irrõales quarum denoĩatio scibilis nõ ẽ. ¶ Quare cũ
Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cõiter non contra
hẽdo ad rõales uel irrõales qm̃ considerat proportionem reptam in con
tinuis q̃ cõis ẽ ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ
ꝑ idẽptitatem denominatiõum. sicut arithmeticus: eo q̃ multarum pro
portionum ut dcm̃ est sunt denominationes simpliciter ignote. diffini-
tionẽ aũt oportet fieri ex notis unĩ malicia proportionum irrationaliũ
coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. ¶ Quia ergo non potuit ut
patet ex p̃missis diffinire proportionalitatem siue idemptitatem propor
tionum. ꝑ idemptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum
terminorum ꝓꝑ irrationalitatẽ habitudinũ ꝗ inconuenientiam termi-
norum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum
habitudinibus quãtum ad excessum ꝗ eq̃litatẽ consideratis equis nume
rositatibus sumptoꝝ ꝓ q̃d ad naturam irrationalitatis reducũtur propos-
tam diffinitionem tenet. ¶ Nihil. n. in quocunq̃ ineq̃litatis genere ter
minis magis idem q̃ eorum multiplicia. nec terminorum habitudini-
bus. q̃ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio ẽ duarũ quãtitatum
eiusdẽ generis certa habitudo. considerata in eo q̃ sunt eq̃les aut q̃ alte
ra maior. ideo idemptitas proportionũ entium inter p̃mam. 4. quãtita-
tum ad scd̃am ꝗ tertiam ad q̃rtam ẽ similis eq̃litas p̃me ad secũdam. ꝗ
tertie ad q̃rtam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec aũt simi
lis eq̃litas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tũc ẽ inter q̃tuor
q̃slibet quantitates cum est inter oẽs earum eq̃liter multiplices. ¶ Quod
ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicunt continuam pro
portionalitatem h̃ñt ꝗ cetera: ac si diceret. oẽs illas quantitates uoco con
tinue proportionales quod est eas similiter esse equales continue ꝗ simi
liter continue esse maiores. ꝗ similiter continue esse minores quarum om
nes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter cõtinue equales. uel
similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est eti-
am ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi
in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales.
¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur
esse s̃m ꝓportionem unam prima ad scd̃am ꝗ tertia ad quartam. ꝗ cete
ra: ac si diceret oẽs. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. ꝗ se
habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam: quod est
p̃mam ad secũdam. ꝗ tertiam ad quartam similiter se habere inequan-
do aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime
ꝗ tertie ad omnes eque multiplices secunde ꝗ quarte. similiter se habent
aut inequando. aũt addẽdo aut minuendo quod est etiam multiplices
prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde: in qua
multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi
dissonat in multiplicibus. dico non eẽ proportiõem prime ad secundam
sicut tertie ad q̃rtam. ¶ Quod aũt dicit in. 8. diffinitiõe ẽ ac si diceret ma
iorem ꝓportionem uoco. 4. quãtitatum p̃me ad scd̃am q̃ tertie ad q̃rtã
q̃d ẽ p̃mam magis excedere scd̃am q̃ tertia excedat q̃rtam. quarũ aliq̃ ex
multiplicibus prime addit sup aliquã ex multiplicibus scd̃e aliq̃ ex multi

plicibus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis p̄me nō ad dēte sup̄ aliquē ex multiplicibus q̄rte: sumpta fm̄ numerationē multiplicis sc̄de. q̄d est esse maiorem ꝑportionem multiplicis p̄me ad multiplicē sc̄de. q̄ multiplicis tertie ad multiplicem q̄rte. ❡ Diffinitiones aūt istas nixi sunt aliqui demonstrare. quorū Ametus filius Ioseph tētauit eas demonstrare in epistola sua quā de ꝑportione ꝛ proportionalitate composuit. ꝛ accepit tria ꝑ modū positionis tāq̄ ꝑncipia q̄ dicit eē ꝑ se nota ꝛ ꝑbatione non indigere. ❡ Quorū p̄mum ē q̄d si fuerint. 4. quantitates. q̄rū sit ꝑportio p̄me ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtā. erit ecōuerso ꝑportio sc̄de ad p̄mam sicut q̄rte ad tertiā. ꝛ hic ē modus arguēdi quē uocauit supius Euclides cōuersam ꝑportionalitatē. ꝛ errauit q̄m dixit ꝑpositionem eē ꝑ se notā. cuius an̄s ꝛ cōsequēs sunt ignota. Ignotū ē.n. q̄d sit eē ꝑportionem p̄me quātitatis ad secūdam sicut tertie ad q̄rtam. q̄re hoc ignoto posito iposibile est intelligere quid ex ipso sequat̄. ⁊ Similiter quoq̄ quia cōsequens ē ignotū. impossibile ē intelligere quid ad ipsum an̄dat. ❡ Secūdum ꝑncipium eius fuit q̄ si fuerint. 4. quātitates quarum sit proportio p̄me ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtam. si p̄ma sit maior sc̄da: erit tertia maior q̄rta: ꝛ si minor minor. ꝛ si eq̄lis eq̄lis. ❡ Tertium fuit q̄ si fuerint 4. quātitates q̄rum sit ꝑportio p̄me ad secūdam sicut tertie ad q̄rtam. erit p̄me ad quodlibet multiplex secunde: sicut tertie ad aliquod eque multiplex ex multiplicibus q̄rte: ꝛ accidit sibi in istis duobus ꝑncipiis idē penē quod accidebat in p̄mo. Accepit.n. ī oibus ignota similiter tāq̄ nota. q̄re non demonstrauit. ⁊ Peccauit ēt in secūda demonstratione ꝛ in tertia ꝛ in quinta. in q̄rum qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q̄ probātur ex diffinitione in continue proportionalitatis. ⁊ Arguit.n. sic si proportio. a b ad. e. ē maior q̄. g. ad d. sit ergo. u. b. p̄ns. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. ꝑ quod appet ipsum supponere q̄ duarum quātitatum. a. b. ꝛ. u. b. ineq̄lium relatarū ad. e. maior maiorem ꝛ minor minorē ad ipsam optinet ꝑportionē uel q̄ quātitas q̄ ad. e. hēbit minorē proportionem q̄ habeat. a. b. erit minor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. ꝛ sc̄dm. 10 Nā cū uolueris summere quātitatem q̄ se habeat ad. e. in ꝑportione. g. ad. d. dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uoluero. quare aūt non demonstrat aut accidit sibi circulus ꝛ principia esse ignotiora cōclusionibus. ⁊ Supponenda sunt igitur cum Euclide ꝑncipia tanq̄ nota. ꝛ non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.



❡ Castigator.

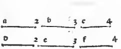
a ❡ Ex quo ꝑportionalitas ē similitudo ꝑportionum sequit̄ q̄ ꝑportiones similes sunt q̄rum eadē ē denomīatio ut dupla. Et dupla tripla ꝛ tripla ꝛc. medietas triple ꝛ medietas triple igr̄ ꝑportionum rōalium. Tales aūt due ꝑportiōes aut cōicant in uno termio aut nō: ex primo fit ꝑportionalitas cōtinua ꝛ ē illa q̄ ad minus ē i tribus terminis cōstituta. ubi ꝟo media sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ⁊ Cōtigit aūt in eisdē terminis unā ꝑportionem inferri ex alia multis modis cū fuerit ꝑportionalitas qua ꝑp Euclides ponit. 6. mōs siue spēs ꝛ ut ibi dr̄ sunt quidā modi arguēdi quorum p̄mus dr̄ cōuersa: sc̄ds ꝑ mutata: tertius coniūcta: q̄rtus disiūcta: quītus euersa: sextus eq̄. Et iste modus arguēdi reqrit adminus duas ꝑportiōalitate sicut ꝛ ꝑportionalitas requirit duas ꝑportiones quia una an̄s alia ꝟo q̄ infertur uocatur cōseq̄ns ꝛ q̄nq̄ ipsi termini an̄cedētia: ꝛ cōsequentia ꝛ q̄ p̄or ē in proportione uocatur an̄s. posterior ꝟo in q̄libet ꝑportione uocatur cōsequēs: ꝛ sic accipiēs noīa in descriptionibus seq̄ntibus. tū cōuersa ꝑportionalitas sb aliis ꝟbis ē cum ex an̄cedētibus fiūt cōsequētia ꝛ econuerso ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igr̄ ecōuerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic.n. a. ꝛ. c. sunt p̄mo an̄cedentia ꝛ postea consequētia ꝛ econtra est de. b. ꝛ. d. istud idē patet in numeris accipiēdo 6. ꝛ. 4. 3. ꝛ. 2. ꝛ idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurabiles siue non cōmēsurabiles. n. se hn̄t mō nūeroꝝ incōmensurabiles patet si intelligas ꝑ

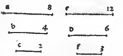
q̃drati pui p.e.eius diametꝫ p.b.latus magni q̃drati p.a.eius diametrũ
neꝫ ẽ sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.& ex h̃ sequit̃ q̃ sicut.d.ad.e.ita.b.ad.a.&c.
¶ Permutata ꝓportio dr̃ cũ ex añcedẽte scd̃e ꝓportionis fit cõsequens
pri̇e & ex cõseq̃nte p̃me añs scd̃e ita.s.arguẽdo sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igr̃
p̃mutatim sicut.a.ad.c.añs.ad añs ita.b.ad.d.cõseq̃ns ad cõseq̃uẽs & te
net consequẽtia siue p has lr̃as intelligas numeros siue magnitudines cõ
mẽsurabiles siue incõmẽsurabiles. Assumit̃ aũt iste modus arguendi in
aliis scientiis & ad diuersas materias trahit̃ sed quomodo in alia materia
ualet & quõ nõ difficultatem hẽt & alibi uideri dẽt in isto scd̃o modo ar
guẽdi ꝓportionalitas composita ex ꝓportiõibus irrõnalibus põt inferri ex
ꝓportionalitate cõposita ex ꝓportionibus rõalibus & econuerso quia seq̄
tur sicut costa maior ad suam dyametꝫ sic costa mior ad suam diametꝫ.
igr̃ sicut costa ad costã ita dyameter ad diametꝫ sed possibile ẽ q̃ costa sit
dupla ad costã & tũc sequitur q̃ dyameter sit dupla dyametri: hoc aũt nõ
accidit in p̃mo mõ & cã est quia si añs ẽ in isto ex ꝓportiõe maioris ineq̄
litatis cõsequens erit ex proportione minoris inequalitatis & econuerso
semp aũt in eisdem terminis cũ ꝓportiõe maioris ineq̄litatis est rõalis ẽt
erit ꝓportio rõnalis minoris ineq̄litatis & ecõuerso ꝛc. n non differunt
nisi p hanc ꝓpositionem.sb.&c. Sequatur tertia.s.coniũcta ꝓportiõalitas
sub aliis ꝟbis. Coniũcta ꝓportionalitas dr̃ quotiẽs a diuisis arguitur ad
coniũctiones si enim ut.a.ad.b ita.c.ad.d.igitur cõiungẽdo terminos te
net sicut.a.b.ad.b.ita c.d ad d.eodẽ ordine suato ¶ Quarta sub aliis
ꝟbis. Disiũcta uero est cum econuerso.s a cõiunctis terminis ad eosdem
diuisos arguitur ut sicut.a b.ad b.ita.c.d.ad.d igitur sicut a.ad.b.ita.c.
ad d.& in istis seruatur idem ordo in terminis i quibus fiat illatio ut añs
& sũ cõseq̄uẽs cõiũgant̃.&c. ¶ Seqtur euersa sub aliis ꝟbis euersa ꝓportio
ẽ a diuisis uel simplicibus terminis ad cõiũctos siue cõpositos nõ eodẽ or
dine sed cõuerso fit illatio ut sicut arguebat̃.a.ad. b ita.c.ad.d.igr̃ sicut.d.c
ad c.ita.b a ad.a & differt a cõiũcta qa i illa arguebat̃ ad cõsequẽtia i ista
ad añtia. Et iõ uocat̃ euersa & pt ẽẽ duplex uel euersa cõiũcta uel euersa di
siũcta p̃miscẽdo eã cũ duab⁹ spẽbus p̃dictis. Et p̃nt multi alii modi arguẽ
di ex p̃mistione haꝫ regulaꝫ formari uel fieri &c. ¶ Eq̄ ꝓportionalitas
sub aliis ꝟbis ẽ dua bus mu titudinibus q̃titatũ ꝓpositis & sibi in similitu
dine ꝓportionum correspondentibus subtractis mediis primaꝫ ad ulti
mas in hitudine ꝓportionis similitudo sic arguẽdo sicut.a.& b &.c.iter se
ita d &.e.&.f.inter se igitur sicut.a.ad c.ita.d.ad.f. Et isti suntmodi arguẽ
di utiles ĩ oi q̃titate & i oib⁹ ꝓportiõibus potes facere oẽs has cõsequẽtias p̃
ter ultimã q̃ ad minus sex terminos reqrit uñ si fuerit q̃tuor q̃titates ꝓpor
tionales cõuersim erũt ꝓportionales & p̃mutatim & cõiũctim & euersim
& rursus diuisim seu disiũctim h̃ dico q̃ diuersa oportet ꝓceder̃ cõiũctim
ut patet ex descriptiõe. Gñalis aũt forma arguẽdi in oibus istis pt ẽẽ talis
uidelicet sicut p'' ad.2'' ita.3'' ad 4'' igr̃ sicut.4'' ad.3'' ita.2'' ad p'' ut
sic ĩ cõuersa uel sic igr̃ sicut p'' ad.3'' ita.2'' ad.4'' ut sic in p̃mutata & sic i
aliis: & tũc sub isert̃ sed p̃mi ad.3'' ẽ ꝓportio talis uel talis igit̃ scd̃i ad.4''
est ꝓportio consimilis ibi arguit̃ in p̃mutata & ita suo modo est in aliis ar
guẽdũ Ar̃.tñ in tertio topicoꝫ utit̃ tali mõ arguẽdi in ꝓportione p̃mu
tata uidilicet sicut p'' ad scd̃m ita tertiũ ad q̃rtum igr̃ p̃mutatim sicut pri
mum ad.3'' ita.2'' ad.4'' sed p'' supat plus.3'' q̃ .3'' 4'' supat igr̃.2'' plus
supat.4'' q̃ idẽ.3'' supat.4'' Ex'' sum mãtur isti numeri.6.&.4.3.&.2.& ar
guatur sic sicut.6.ad.4.ita.3.ad.2.quia utrobiq̃ est propotio sexquialtera.
igitur sicut.6.ad.3.ita.4.ad 2.quia utrobiq̃ est ꝓportio dupla si d sic se hẽt
6 ad.3 q̃ supat plus q̃.3.supant.2 qa supatio.6.ad.3.ẽ sm ꝓportionẽ duplã
sed.3.ad.2.sm ꝓportionem sexquialteram.proportio autem dupla maior
ẽ ꝓportione sexqaltera igr̃ sic se hñt.4.ad.2.q̃ supant.2.plus q̃.3.supant.2.
ut prius. Tenet aũt ista forma p hoc q̃ proportio primi ad.3'' & ꝓportio
secundi ad.4'' sunt equales sicut concluditur per generalem formam ar
guendi: igitur queciq̃ proportio est altera maior & altera.&c.

Propositio .1.

Si fuerit quotlibet quantitates aliarum totidem eque multiplices aut singule singulis equales necesse est quemadmodum vna illarum ad suum comparem. totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶ Sint quotlibet quãtitates.q̃ sint.a.b.c.aliarum totidẽ que sint d.e.f.eque multiplices unaqueque ad suum comparẽ.aut singule sint singulis eq̃les.ita uidelicet q̃ sicut ẽ multiplex.d.ita.b.est multiplex.e.& c.multiplex.f.uel si a.ẽ eq̃lis.d.q̃ similiter.b.sit eq̃le.e.& c.eq̃lis.f.dico q̃ sicut se habet.a.ad.d.ita se habet aggregatum ex oĩbus que sunt.a.b.c.ad aggregatum ex oĩbus que sunt d.e.f. ¶ Quod si singule singulis sint eq̃les patet ppositum per hanc cõem sciam: si eq̃libus equalia addantur tota quoque erunt equalia. ⁊ Si aũt sint oẽs suis compibus eque multiplices diuisis eis sm̃ quantitatem suarum submultiplicium: erit aggregatum ex pma pte.a.& prima.b.& pria.c.eq̃le aggregato ex.d.e.f.p predictã cõem sciam aduuãte.hac.[a] que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Similiter quoque aggregatum & secũdis ptibus quantitatum.a.b.c.erit equale aggregato ex.d.e.f.sicque de ceteris & quia hoc poterit totiẽs fieri quotiẽns.d continet in.a.erit ut eq̃le aggregatũ ex.d.e.f.totiẽs contineatur in aggregato ex.a.b.c.quotiẽs.d cõtinet i.a.Quia ergo quotiẽs.d.numerat a.totiẽs aggregatũ ex.d.e.f.numerat aggregatũ ex.a.b.c.patet q̃ sicut.a.ẽ multiplex ad.d.ita aggregatũ ex.a.b.c.aggregati ex.d.e.f.qđ ẽ ppositũ.





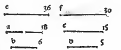
¶ Castigator.

a ¶ Quia oportet oẽs partes cuiuslibet multiplicis pbare prius adinuicẽ eẽ eq̃les p illam q̃ uni eidem &c.qm̃.q̃libet illarum eq̃tur siue submultiplici & tũc p aliam cõem sciam si equalibus.&c.cõponẽdo eas in ordine multiplicium.

Propositio .2.

Si fuerint sex quãtitates.quarum prima ad scd̃am atque tertia ad quartam eque multiplices. quinta uero ad secundam atque sexta ad quartam eque multiplices: totum prime ⁊ quinte ad scd̃am.totumque tertie ⁊ sexte ad q̃rtã eque multiplicia esse ꝯueniet.

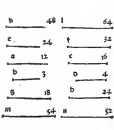
¶ Sint sex quãtitates.a.prima.b secũda.c.tertia d.q̃rta e.quinta.f.sexta. ⁊ Sitque.a.&.c.eq̃le multiplices ad.b.&.d.itẽque.e.&.f.sint eq̃ multiplices ad easdem dico q̃ sicut totũ aggregatũ ex.a.&.e.ẽ multiplex ad quãtitatem.b.ita totũ aggregatũ ex.c.&.f.est multiplex ad quantitatem.d.Nam quia numerus sm̃ quẽ.b.continet in.a.est.eq̃lis numero sm̃ quem.d.cõtinetur in.c.Similiter quoque numerus sm̃ quẽ.b.cõtinet in e.est equalis numero sm̃ quẽ.d.continet in.f.erit p cõem sciam que est: si equalibus equalia addant & cetera.numerus sm̃ quem.b.continet in aggregato ex.a.&.e.eq̃lis numero sm̃ quẽ.d.cõtinet in aggregato ex c.&.f.q̃re sicut aggregatũ ex.a.&.e.ẽ multiplex ad.b.ita aggregatum ex.c &.f.ẽ multiplex ad d.qđ ẽ ppositũ.

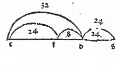


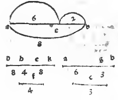
Propositio .3.

Si fuerint primum scd̃i ⁊ tertium quarti eque multiplicia: ad primum vero ⁊ tertium multiplices sumantur equales erũt multiplex primi ad secũdum atque multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.

¶ Sint sex q̃ntitates.a.pma.b.secũda c.tertia.d.quarta.e quinta.f.sexta.Sitque.a.ad b.&.c.ad.d itẽque.e ad.a.&.f.ad.c. eq̃ multiplices.dico q̃ sic.e.ẽ multiplex ad.b.ita.f.ad.d.Diuidat n.e.sm̃ q̃ntitatẽ a.in submultiplicis &.f.sm̃ quãtitatem.c eritque pp equalitatem ptium.e ad.a.& ptium.f.ad c ut quelibet p̃tium.e.sit ita multiplex ad.b sicut q̃libet ptium.f.ad.d Quia ergo sicut prima ps.e.est multiplex[a] ad b.ita prima ps.f.ẽ multiplex ad.d.Itemque sicut scd̃a pars.e.est multiplex ad.b.ita secũda.f.ad d ergo erit p premissam aggregatum.ex duabus p̃mis ptibus.e.ita multiplex ad.b.sicut aggregatum ex duabus p̃mis ptibus







f.ad.d.& quia rursus tertia pars.e.si sit aliqua tertia pars: & ita multiplex ad.b.sicut tertia.f.ad.d.erit ꝑ eãdem ut totũ aggregatũ ex tribus primis partibus.e.sit ita multiplex ad.b.sicut totum aggregatũ ex tribus primis partibus.f.ad.d. ¶ Sicq; si plures fuerint partes.e.& f.cõponendo semp sequentem cũ aggregato ex prioribus concludens ꝙ sicut.e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premissam totiens sumptam: quot fuerint partes in e.aut^b in.f.minus una: sicq; patet popositum. Castigator. b

a ¶ Quia tunc prima pars.e.tenet locum prime & prima pars.f.tenet locum tertie.& secũda.e.tenet locum quinte.& secunda.f.tenet locũ sexte.& ideo per premissam concluditur totius.e.ad.b.sicut totius.f.ad.d.& eodem modo ulterius ad alias partes si que forent. b ¶ Quoniam semper aggregatum ex partibus.e.habebit locum prime & semper sequens pars.e.habebit locum quinte.& aggregatum ex partibus.f.tenebit locum tertie & semper pars succedens.f.tenebit locum sexte.& ideo per premissam totiens repetitam quotiẽs fuerint ꝑtes.e.minus una: aut.f.&c.

Propositio. 4.

Si fuerit ꝓportio primi ad secundum: sicut tertii ad quartum: ad primum autẽ & tertius eque multiplicia assignentur. Itemq; ad secundum & quartum multiplices equales erũt assignate multiplices eodem ordine ꝓportionales. a

¶ Sit proportio.a.primi ad.b.secundũ.sicut.c.tertii ad d.q̃rtum.Sumanturq;.e.ad.a.& f.ad.c.eque multiplicia. Itemq;.g.ad b.& h.ad.d.eque multiplicia: dico ꝙ proportio.e.ad.g.est sicut.f.ad h. ⁊ Sumã.k.ad.e.& l.ad.f.eque multiplicia.itẽq;.m.ad.g.& n.ad.h.eque multiplicia.& quia.e.& f.sunt eque multiplicia ad.a.& c.itẽq;.k.& l.eque multiplicia ad.e.& f.erũt ꝑ premissam.k.& l.eque multiplicia ad.a.& c. ⁊ Per eãdem quoq; erũt.m.& n.eque multiplicia ad.b.& d.quare per conuersionem diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis.k.ad m.& l.ad.n.similiter se habebunt in addendo diminuendo & equãdo: quia ergo.k.& l.sunt eque multiplicia ad.e.& f.itemq;.m.& n.eq̃ multiplicia ad.g.& h.erit per diffinitionẽ incontinue ꝓportionalitatis proportio.e.ad.g.sicut.f.ad.h.quod est propositum.

Propositio .5.

Si fuerint due quantitates: quarũ vna sit pars alterius minuaturq; ab vtraq; ipsarum ipa pars erit reliquum reliquo atq; totum toti eque multiplex.

¶ Vel sic si aliquota erit reliquũ reliqui tota ꝑs erit quota totũ totius. Sit quantitas.a.b.tota pars quãtitatis.c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.minuaturq;.a.b.ex quantitate c.d.& sit residuum.f.c.eritq;.f.d.equalis.a.b. Similiter quoq; minuat e.b.ex quantitate.a.b.sitq; residuũ.e.a.dico ꝙ quota ꝑs est q̃titas.a.b.quãtitatis.c.d.tota est.quãtitas.a.e.quãtitatis.c.f. ⁊ Cũ.n.f.d.si eq̃lis a.b.erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.ẽ multiplex.a.b.ponã itaq;.d.g.ita multiplicem.a.e.sicut.f.d.est multiplex.e.b.eritq; ex ꝑma huius q̃titas.f.g.ita multiplex.a.b.sicut.f.d.est multiplex.e.b.& q̃a sic fuit.c.d.multiplex.a.b.sicut.f.d.fuit multiplex.e.b.erit utraq; duaꝝ q̃titatũ.c.d.f.g.eque multiplex quãtitatis.a.b.q̃re ꝑ cõem sciam.c.d.& f.g.sunt eq̃les adinuicẽ: dempta igr̃ ab utraq; eaꝝ quãtitate.f.d.erit.c.f.eq̃lis.d.g.& quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.& iõ sicut.a.b.e.b.q̃re & sicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.sicut tota.c.d.totius.a.b.qđ est ꝓpositum.

Propositio .6.

Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: dueq; minores a duabus maioribus vtraq; a sua multiplice subtrahantur.erũt duo reliq̃ earundẽ partiũ eque multiplicia aut eis equalia.

¶ Sint quãtitates.a.b.ad.c.& d.e.ad.f.eque multiplices

subtrahãturq̃.c.ex.a.b.&.f.ex.d.e.& sint residua ex.a.b.quidẽ.a.g.ex.d.e. d.h.eritq̃.g.b.eq̃lis.c.&.h.e.eq̃lis.f.dico q̃ duo residua.a.g.&.d.h. erunt equalia duabus quantitatibus.c.&.f.aut eis eque multiplicia. ⁋ Sit ergo primo.a.g.eq̃lis.c.dico q̃.d.h.est equalis.f. Sumã.n.quantitatẽ.e.k.eq̃
a lẽ.f.eritq̃ ꝑ premissas ypotheses ut totiẽs.f.sit in.h.k. quotiẽs.e.in.a.b. q̃re sicut.a.b.est multiplex.c.ita.h.k.ẽ multiplex.f.sed sic erat ẽt.d.e.multiplex eiusdẽ.f.erit igr̃ per cõem sciam.h.k.eq̃lis.d.e.dempta igr̃ cõi earũ quantitate.h.e.erit.d.h.equalis.e.k.q̃re equalis.f.qđ ẽ ꝓpositũ. ¶ Si aũt.a.g.sit multiplex.c.ponã.ut.e.k.sit eque multiplex.f.eritq̃ ut prius ut totiens.f.sit in.h.k.quotiẽs.c.in.a.b. Sed totiẽs erat ẽt in.d.e.erit igit ut prius.d.e.equalis.h.k.&.d.h.e.k.q̃re sicut.a.g.est multiplex.c.ita.d.h. est multiplex.f.q̃ est ꝓpositũ. Aliter idẽ. ⁋ Cũ ꝫm eũdem numerũ cõtineat q̃titas.a.b.quantitatem.c.ꝫm quẽ q̃titas.d.e.quãtitatẽ.f.demptaq̃ ab utrisq̃ unitate remãeat unitas uel nũerus ꝫm quẽ.a.g.cõtinet.c.& ꝫm quẽ d.h.cõtinet.f.patet quãtitates.a.g.&.d.h.eẽ eq̃les aut eq̃ multiplices quãtitatibus.c.&.f.

¶ Castigator.

a ¶ Cũ.a.g.posita sit eq̃lis.c.sequit̃ q̃.c.bis ẽ.in.a.b.& similiter.f.bis ẽ in b.k.

Propositio .7.

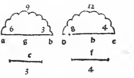
Si due quantitates eq̃les ad q̃libet cõparentur eãrum ad illam erit vna proportio. itemq̃ ad illas ꝓportio illius vna est.

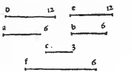
¶ Sint due quãtitates.a.b.equales.que cõparent̃ ad quãlibet tertiã: ut ad.c.dico q̃ eadẽ est ꝓportio.a.ad.c.&.b.ad.c. ⁋ Itẽq̃ eadẽ.c.ad.a.&.c.ad.b. Primũ sic ꝓbat̃: cũ.n.c.sit cõsequens ad.a.primã & ad.b.tertiã ipsa erit in rõne secunde & q̃rte. Sumã igr̃.d.ad.a.primã: &.e.ad.b.tertiã eque multiplices: & sumã.f.q̃libet ex multiplicibus.c.que ẽ secũda & quarta & quia.a.&.b.quarũ sũt eq̃multiplices.d.&.e.posite sunt eq̃les erit: ut si.d.diuidatur ꝫm quantitatẽ.a.&.e.ꝫm quãtitatẽ.b.q̃ ꝑtes utrobiq̃ sint numero & quãtitate eq̃les: numero quidẽ ꝑ ypothesim ꝓpter equalitatem multiplicatiõis utrobiq̃: quãtitate aũt ꝑ hãc cõem sciam quotiens oportuerit repetitam: que eidẽ sunt equalia sibiinuicẽ sunt equalia: quia igr̃ prima ex ꝑtibus.d.est equalis ꝓ́me ex ꝑtibus.e.& secunda secũde: & cetere ceteris. Suntq̃ tot partes in.d. quot sunt in.e.erit per primã huius.d.equalis.e.q̃re ꝑ cõem sciam: si due quãtitates equales cõparẽtur ad aliã tertiam: aut ambe quãtitates.d.&.e. sunt similiter maiores.f.aut similiter minores: aut sibi equales: igr̃ ex diffinitione incõtinue ꝓportionalitatis: q̃ est ꝓportio.a.prime ad.c.secũdã eadẽ est.b.tertie ad.c.quartã qđ est ꝓpositum. ¶ Secundũ eodẽ modo ꝓbabis ordine conuerso: ut.c ponatur prima & tertia.a.uero secunda.b.q̃rta. Cũ uero quãtitas.f.q̃ est eq̃ multiplex ꝓ́me & tertie sit aut similiter maior quãtitatibus.d.&.e.que sunt eque multiplices secũde & quarte: aut similiter minor aut eis equalis: erit ꝑ eandẽ diffinitionẽ proportio.c.ꝓ́me ad.a.secũdã: sicut.c.tertie ad.b.quartã: quod est propositum secundum.

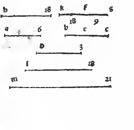
Propositio .8.

Si due quantitates inequales ad vnam quantitatẽ proportionentur. maior quidem maiorem. minor uero minorem obtinebit proportionem. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior. ad maiorem vero minor erit.

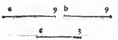
¶ Sint due quantitates inequales.a.&.b.c.sitq̃ maior.b.c.& ꝓportionẽtur ad eandẽ quantitatẽ que sit.d.dico q̃ maior ẽ ꝓportio b.c.ad.d.q̃.a.ad.d.& q̃ ecõtrario maior ẽ.d.ad.a.q̃.d.ad.b.c. Primũ sic ꝓbat̃: ponã.e.b.equalẽ.a.& multiplicabo totiens.e.c.q̃ ꝓueniat quantitas
a maior.d.sitq̃.f.g.& summã.k.f.ita multiplicẽ.b.e.& similiter.b.ita multiplicẽ.a.sicut.f.g.ẽ multiplex e.c.eritq̃ ꝑ primã huius.h.ita multiplex.a.sicut.k.g.ẽ multiplex.b.c.erit ẽt.h.equalis.k.f.ꝓpter hoc q̃ earũ submultiplices que sunt.a.&.b.e.posite sunt eq̃les. ⁋ Ponam quoq̃ q̃.h.nõ sit minor





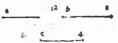


d. sed equalis tamen maiori totiens. n. multiplicabo unamquamque trium quantitatum. e. c. b. c. et. a. equaliter: q. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. et q. h. multiplex. a. non proueniat minor eadem. ¶ Deinde totiens multiplicabo. d. quod pueniat quantitas maior. h. sitque. m. prima quantitas multiplicium. d. que sit maior. h. Sub qua sumam maximã multiplicẽ. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicium. d. que sit. l. eritque ut. l. non sit maior. h. et constabit. m. ex. d. et. l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici et simplo: ut triplũ ex duplo et simplo. excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaque. k. f. et. d. non efficient minus quam. l. et. d. quare non efficient minus quam. m. et. quia. f. g. ẽ maior. d. erit. k. g. maior quam. m. ¶ Intelligo igitur quantitatẽ. b. c. primã. d. secundam. a. tertiam. d. quartam. et quia ad primã et tertiam sumpta sũt eque multiplicia: uidelicet. k. g. et. h. Similiter quoque ad secundã et quartam eque multiplicia: imo idem i rõne duorum quod est. m et addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aũt. h. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d secundam quam. a. tertie ad. d. quartam quod est primũ. ¶ Secundũ pbabis per eandem diffinitionem cõuerso ordine: ut. d. sit prima et tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. h. multiplicem. secunde. Nõ addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior ẽ proportio. d. ad. a. quam. d. ad. b. c. quod est secũdum. ¶ Ex huius aũt demõstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis: quã posuit auctor in principio huius quinti. Nusquã. n est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secundam quam tertie ad quartã. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertiam reperiri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde et quarte: inueniet multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus in fra supra. 11. huius.



¶ Castigator

a ¶ Quia. k. g. per primam huius est ita multiplex. b. c sicut. k f b. c. et iõ sicut. h. a. cum. k. f. sit equalis h rõne submultipliciũ: ut ibi dr̃ et c. b ¶ Primum multiplex est duplum: et hoc appellat Boetius minimũ in secundo libro sue musice. cap. 22. et tale semper constat ex bis simplo. Simplum aũt intelligitur subduplũ: ut. 2. respectu. 4. et. 6. respectu. 12. et c. oĩa alia multiplicia cõstant ex pximo p recedente multiplici et simplo ut triplũ ex duplo. 2. et simplo. 1.



Propositio .9.

SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una ipsas ẽẽ equales. Si vero unius ad eas pportio una ipsas equales ẽẽ necesse ẽ.

¶ Sit duarum quantitatum. a et. b. pportio una ad. c. dico eas esse equales. et si econuerso fuerit eadem pportio. c. ad utranque earum: adhuc dico eas ẽẽ equales. hec est conuersa 7. Primum sic patet. si enim nõ sunt equales: sed altera earum maior. utpote. a. erit p primã partẽ premisse maior pportio. a. ad. c. quam. b ad. c. quod ẽ cõtra ypothe. Secundũ quoque patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundam partem premisse maior proportio. c. ad. b. quam. ad. a. quod est etiam cõtra ypothesim.

Propositio .10.

SI fuerit unius ad quantitatem unam aliquam proportio maior quantitatem maiorem esse. Si vero unius ad eandem proportio maior minorem ẽẽ necesse est.

¶ Quod si fuerit maior pportio. a. ad. c. quam. b. ad c. dico a. esse maiorẽ. b. et si fuerit maior c. ad. b. quam. c. ad. a. adhuc

dico.a.esse maiorem.b.hec.est conuersa.8. Primū patet ꝑ primam partē
a z.& per primam.8.nam per primam partem septime: nō erit.a.equalis b.nec etiam minor per primam octaue. Secundum uero patet ex secūdis partibus earundem.

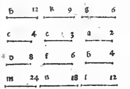
ℭ Castigator.

a. ℭ Per primam septime.a.non est equalis.b. & per primam partē octaue.a.non est minor.b.quia tunc utrunq; esset contra ypoth. uidelicet q sit maior proportio.a.ad.c.q̄.b.ad.c. & sic etiam secunda pars ꝑ secūdas partes predictarum et esset contra ypothe.ut patet &c.

Propositio .11.

SI fuerint quantitatum proportiões alicui uni equales ipsas quoq; proportiones sibi inuicem equales esse necesse est.

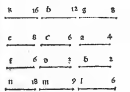
ℭ Propositionem hanc quā Euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones: que eidem sunt equalia sibi quoq; sunt equalia: prout de quantitatibus intelligitur, hic demonstrāt prout proportionibus accomodatur. Sit ergo utraq; duarum proportionum que sunt.a.ad.b.&.c.ad.d.equalis proportioni que est.e.ad.f.dico proportiones que sunt.a.ad.b.&.c.ad.d.sibi inuicem eē equales. ℣ Sumam enim.g.ad.a.&.h.ad.c.&.k.ad.e.eque multiplices. Itemq;.l.ad.b.&.m.ad.d.&.n.ad.f.eque multiplices: & quia per ypothesim proportio.e.ad.f.est sicut.a.ad.b.& similiter sicut.c.ad.d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptam si.k.addit super.n.q.g.addit super.l.&.h.super m.& si.k.minuit ab.n.q.g.minuat ab l.&.h.ab.m.& si.k.ē equalis.n.q.g.sit equalis.l.&.h.equalis.m.quia igitur.g.ad.l.&.h.ad.m.similiter se habent in addendo diminuendo & equando.mediantibus.k.&.n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a.ad.b.sicut.c.ad.d.quod est propositum.

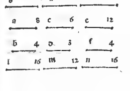


Propositio .12.

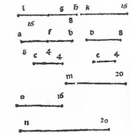
SI fuerit proportio primi ad secūdum sicut tertij ad quartum: tertij vero ad quartum maior q̄ quinti ad sextum erit proportio primi ad secūdum maior q̄ quinti ad sextum.

ℭ Sicut i precedēti q hic demōstrat in proportionalibus conceptibile est i quantitatibus: uidelicet q si due quantitates fuerint sibi inuicem equales quacunq; fuerit una earum maior eadē maior erit & reliqua. ℭ In proportionibus ūi hoc demonstratur: ut si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.uero ad.d.sit maior q̄.e.ad.f.erit quoq; a.ad.b.maior q̄.e.ad.f. ℣ Sumā enim.g.ad a.&.h.ad.c &.k.ad.e.eque multiplices. Itemq;.l.ad.b.&.m.ad.d.&.n.ad.f.eque multiplices: & qa per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.& maior q̄.e.ad.f.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si.h.addit super.m.& g.addat super.l.& per conuersionem diffinitionis maioris im
a proportionalitatis q nō sit necesse.k.addere a super.n. ℣ Quia igitur mediantibus.h.&.m.si g.addit super.l.nō est necesse.k.addere.super.n.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio.a.ad b.q̄.e.ad.f.quod est propositum. ℭ Simili quoq; modo probabis q si sit a.ad.b.sicut.c.ad.d.&.c.ad.d.minor q̄.e.ad.f.erit.a.ad.b.minor.q̄.e.ad.f. ℣ Cū enim sit.c.ad.d.minor q̄.e.ad.f.erit.e.ad.f.maior q̄.c.ad.d.per cōuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis si.k.addit super.n.non est necesse q.h.addat super.m.sed si.h.non addit super m.g non addit super.l. ℣ Ergo si.k.addit super.n.non ē necesse ut g. a addat super.l. ℣ Per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio.e.ad.f q̄.a.ad.b.ergo econuerso minor erit.a.ad.b.q̄ e.ad.f.quod est propositum. ℭ Ex modo autem demonstrationis octaue huius & hac fiet manifestum q si fuerit prime quatuor quātitatum ad

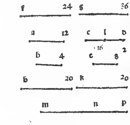




f

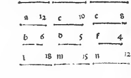


secundam maior proportio ꝙ tertie ad quartam cõtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie: que cum comparabũtur ad aliqua eque multiplicia secũde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex secunde: non autem multiplex tertie super multiplex quarte: quod sic patet. Sit enim maior proportio. a. b. ad. c. q̃. d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq̧ per hanc. 11. & per. 10. a. f. minor a. b. & sit minor in quantitate. f. b. quam multiplicabo totiens ꝙ proueniat quantitas maior. c. que sit. g. h. hac conditione. ut. d. totiens multiplicata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ℣ Tũc ponam ut. l. g sit ita multiplex. a. f. sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq̧ per primam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam ꝙ. m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem c. sicut. m. est multiplex. e. eritq̧ per premissas ypotheses & conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis: quantitas. n. prima multiplicium[a]. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. c.[b] Sumam ergo sub n. maximam multiplicium. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq̧. n. ex. o. & c. ℣ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g. h. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositũ. ❡ Conuersam quoq̧ huius demonstrare possumus. uidelicet ꝙ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secunde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̃ tertie ad quartam: quod sic probatur. ℣ Sint quatuor quantitates. a. prima. b. secunda. c. d. tertia. e. quarta. sintq̧. f. ad a. & g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. h. ad b. & k. ad. e. eque multiplicia. & addat. f. super. h. non addat autem. g super. k. dico ꝙ maior est ꝓportio a. ad. b. q̃. c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incõtinue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra ypothe. Si aũt minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad b. eritq̧ per huius. 10. c. l minor. c. d. & sit minor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l & n. p. multiplex. l d sicut. f. est multiplex. a. eritq̧ per primã huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex a. utraq̧ igitur duarum quãtitatum. m. p. & g. est eque multiplex quantitatis. c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius: & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem: sed per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo ꝙ. f. est maior. h. ergo. m. n. ẽ maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.



❡ Castigator.

a ❡ Quia stat ꝙ. k. addat super. n. etiam: sed nõ tñ ƨm ꝓportionẽ quãtũ h. super. m. ut in quarto modo maioris ĩproportiõalitatis habuisti. 8. diff. fini. huius quinti: sed hoc non est necesse sed possibile solum. b ❡ Quoniam totiens multiplicabo unãquãq̧ triũ quantitatum. f. b. d. a. f. g. k. non proueniat minor e. & ꝙ l. g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c ❡ Cum hoc ꝙ c. & e. totiens eque multiplicentur g. m. proueniat maior. k. & n. maior l. g.

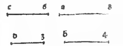


Propositio .13.

SI fuerit quodlibet quantitatum ad totidem alias proportio una erit quoq̧ que proportio unius ad unam. eadem proportio harum omniũ pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

❡ Quod primo proposuit de multiplicibus: hic proponit de omnibus proportionibus: unde hec est cõmunior illa: eo ꝙ omnis multiplicitas est proportio: non aũt econuerso. ℣ Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e ad. f. una proportio: dico ꝙ que ẽ proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplicia. Itemq̧. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia: eritq̧ per primam huius compositum ex. g. h. k.

ler multiplex compositi ex.a.c.e.sicut.g.est multiplex.a. Similiter per eā-
dem compositum ex.l.m.n.erit ita multiplex compositi ex.b.d.f.sicut.l.
est multiplex.b.& per conuersionē diffinitionis incontinue proportio-
litatis.bis sumptam si.g.addit super.l.h.addit super.m.&.k.super.n.& si
a minuit minuit:& si equat equat:ergo per cōmunem a scientiam si.g.ad-
b dit super.l.compositum ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n.&
si minuit minuit:& si equat equat:ergo per diffinitiōem b incontinue p-
portionalitatis proportio.a.ad.b.est sicut cōpositi ex.a.c.e.ad compo-
situm ex.b.d.f.quod est propositum.



Castigator.

a Si equalibus equalia addas:uel si inequalibus equalia addas:&c.
b Quia.a.tenet locum prime compositū ex.a.c.e.tertie.b.secunde cō-
positum ex.b.d.f.quarte.

Propositio. .14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales.fue-
ritq; maior prima tertia:necesse est secūdam.quar-
tā eē maiorem.Quod si minor & minorem.Si ve-
ro equalis & equalem esse.

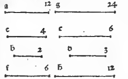
Sit proportio.a.ad b.sicut.c.ad.d.dico q si.a.est ma-
ior.c.b.erit maior.d.& si minor minor:& si equalis equa-
lis.Si enim.a.sit maior.c.erit per primam partem.8.huius maior ppor-
tio.a.ad.d.q̄.c.ad.d.quare maior erit.a.ad d.q̄ ad.b.ergo per secundam
partem.10.huius.b.erit maior.d.quod est propositum. Quod si.a.sit
minor.c.erit per primam partem.8.minor proportio.a.ad.d q̄.c.ad.d q̄-
re maior erit.a.ad.b.q̄ ad.d.per secundam ergo partem.10.b.erit minor
d.Si autem.a.sit equalis.c.erit per primā partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.
quare.a.ad.d.sicut ad.b.itaq; per secundam partem.9.b.erit equalis.d.sic-
q; patet propositum.



Propositio. .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multipli-
ces assignate.erit ipsarum multiplicium atq; sub-
multiplicium vna proportio.

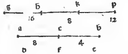
Sint.c ad.a.&.d.ad.b.eque multiplices.dico q que ē
proportio.a.ad b.eadē est.c.ad.d.diuidatur.c.sm quan-
titatem.a.& d.sm quantitatē.b.suntq; tot partes.c.quot
d.& quia quelibet pars.c.ad quālibet partem.d.se habet sicut.a.ad.b.erit
per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.



Propositio. .16.

Si fuerint quatuor quantitates pportionales.pmu-
tatim quoq; proportionales erunt.

Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit.a.ad.c.si-
cut.b.ad.d.& iste est modus arguendi qui dicitur propor-
tionalitas permutata.cuius demonstratio sic patet. Su-
mam.e.ad.a.&.f.ad.b.eque multiplices itemq;.g.ad.c.&
h.ad.d.eque multiplices:eritq; per premissam.e.ad.f.sicut.g.ad.h.qua-
re per.14.si.e.addit supra.g.&.f.addit super.h.& si minuit minuit:& si eq̄t
equat:per diffinitionem igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad
c.sicut.b.ad.d.quod est propositum.Necesse est aūt ut in permutata pro-
portionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.



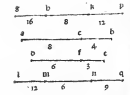
Propositio. .17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales:
easdem disiunctim quoq; pportionales esse.

Demōstrato mō arguendi qui dr̄ pportionalitas pmu-
tata demōstrat illū q dr̄ pportiōalitas disiuncta. Sit ita-
q; pportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.dico q erit.a.c.ad
c.b.sicut.d.f.ad.f.e. Sumā enī.g.h.ad.a.c.&.h.k.ad.c.b.itemq;.l.m.ad.d.
f.&.m.n.ad.f.e.eque multiplices.eritq; p primā huius.g.k.ita multiplex



a.b.sicut.g.h. est multiplex.a.c.l.n.ita multiplex.d.e.sicut.l.m.e mul
tiplex.d.f.& ideo per premissas ypotheses.g.k.e ita multiplex.a.b.sicut
est.l.n.d.e. ⁊ Ponam iterum.k.p.ad.c.b.&.n.q.ad.f.e.eque multipli
ces: eruntq; p secundā[a].h.p.ad.c.b.&.m.q.ad.f.e.eque multiplices. ⁊ Per a
conuersionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis si.g.k.
addit super.h.p.l.n.addit sup.m.q.& si minuit minuit: & si equat equat:
demptis itaq; communibus.h.k.&.m.n.erit per cōmunem scientiam: ut
si.g.h.addit sup.k.p.q.l.m.addit sup.n.q.& si minuit minuit & si equat
equat.ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio
a.c.ad.c.b.est sicut.d.f.ad.f.e.quod est propositum.



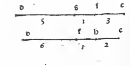
Castigator.

a ¶ Q m.h.k.tenet locum prime.&.c.b.locum secunde.m.n.locum ter
tie.f.e.locum quarte.k.p.locum quinte.n.q.locum.sexte. Ideo per secun
mad huius.b.p.ad.c.b.sicut.m.q.ad.f.e.

Propositio .18.

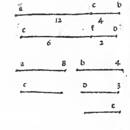
SI fuerint quantitates disiunctim proportionales coniunctim quoq; proportionales erunt.

¶ Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta & est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumat dispositio premisse & maneāt oēs eius ypotheses: excepto q; ponat eē pportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e. dico q; erit pportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.f.e. ⁊ Seqt.n. ex hac hypothesi & aliis hypothesibus pmisse de multiplicibus equaliter sumptis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si.g.h.addit super.k.p.q.l.m addat super.n.q.& si minuit minuat: & si equat equat: ergo positis communibus.h.k.&.m.n. sequitur p cōmunem scientiam si.g.k.addit super.h.p q.l.n,addat super.m.q.& si minuit minuat: & si equat equat: quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio.a.b.ad b.c.sicut.d.e.ad.e.f.quod est p positum ⁊ Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio.a.c.ad.c.b.sicut d.f.ad.f.e.non ē.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.sit ergo proportio.d.e.ad aliquam aliam quantitatem sicut.a.b.ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.si enim esset ei equalis constaret propositum. Sit itaq; primo maior & sit.e.g.eritq; per pmissam.a.c.ad.c.b.sicut.d.g.ad.g.e.q̄re p.u.d.g.ad.g.e.est.sicut.d.f.ad.f.e. Sequitur igitur per.14.q; cum.d.g.prima sit minor.d.f.tertia erit.g.e.secunda minor.e.f.quarta: sed erat positum q; esset maior. Sit ergo proportio.d.e.ad minorem.e.f.que sit.e.h.sicut.a.b.ad.b.c.eritq; per premissam.a.c.ad.c.b.sicut.d.h.ad.h.e.quare.per u.d.h.ad.h.e.sicut.d.f.ad.f.e.& quia.d.h prima ē maior.d.f.tertia erit p 14.e.h.secūda maior.e.f.q̄rta q; quia est impossibile: sequitur ppositū.



Propositio .19.

SI a duobus totis due portiones abscindantur. fueritq; totum ad totum quantum abscisum ad abscisum: erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.



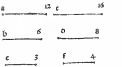
¶ Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto cōmunior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quātitates.a.b.&.c.d.a quibus abscindantur due que sint.b.e.&.d.f.sitq; proportio totius.a.b.ad.totam.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f.abscisam.dico q; eadem erit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est totius.a.b.ad totam.c.d. ⁊ Cum enim sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutatī.a.b.ad b.e.sicut.c.d.ad.d.f.& disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.& iterum permutatim.a.e.ad.c f.sicut.e.b.ad.f d.& quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositum. ¶ Ex hac aūt.19.& permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas euersa: ut si sit.a.b.

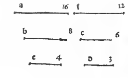
ad.b.e.sicut.c.d.ad d.f.dico ꝙ erit.b.a ad.a.e.sicut.c.d.ad c.f. quia cū sit a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.fuerit permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur permutatim.b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.quod est propositum. ❡ Cōuersa quoq̧ proportionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demōstrauimus in exponendo principia huius quinti: potest hic quoq̧ demonstrari indirecte ex permutata ꝓportionalitate: & .9.huius ut si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.sin autem sit.d.ad.e.sicut.b.ad.a & quia.a ad.b.est sicut.c.ad.d.erit permutatim.a.ad.c.sicut b.ad.d.& quia iterū.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoq̧ permutatim.b.ad d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.a.ad.c.si igitur.e.non sit equale.c.accidet impossibile & contrarium secunde partis.9.si autem equalis erit b.ad.a.sicut.d.ad.c.quod est propositum.

Propositio .20.

SI fuerint quotlibet quātitates alieq̧ ſm earū numerum quarū queq̧ due priorum ſm ꝓportionem duarum posteriorum necesse est in ꝓportionalitate quidē equalitatis vt si fuerit prima priorū vltima maior.ꝛ posteriorum primā vltima eē maiorem. Quod si minor ꝛ minorem. Si vero equalis ꝛ equalem.

❡ Demonstraturus Euclides modum arguēdi qui dr̄ equa proportionalitas siue quātitates duorum ordinū directe siue peruersim proportionentur premittit duo antecedentia ad demonstrandū ꝓpositum necessaria per quorū primū demonstratur equa ꝓportionalitas cū quantitates duorum ordinum directe ꝓportionantur: per ſm aūt cum proportionantur ꝑuersim: proponit aūt hec duo antecedentia de quantitatibus duoꝝ ordinū numero equalibus quecūq̧ fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiq̧ quantitatibus ſm quemcūq̧ numerum ueritatem habent: non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum: de pluribus aūt quibusq̧ patebit ꝑ equā proportionalitatē cū ipsa demonstrata fuerit. ❡ Sint igitur tres quantitates.a.b.e.sumanturq̧ tres alie q̄ sint.c.d.f.& sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.& b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico ꝙ si.a.est maior.e.c.erit maior.f.& si minor minor: & si equalis equalis. ⁋ Si enim est maior erit per primā partē 8.maior proportio.a.ad.b.q̄.e.ad.b.quare per.11.maior erit.c.ad.d.q̄ e.ad.b.& quia per conuersam proportionalitatem.e.ad.b.est sicut.f.ad d.erit.c.ad.d.maior q̄.f.ad.d.itaq̧ per primā partē.10.c.est maior.f.qđ est propositum. Quod si.a.sit minor.e.per easdē & eodem modo probabitur.c.eē minorem.f.erit enim minor proportio.a.ad.b.q̄.e ad.b.
a per primam ꝑtem.8.& ideo ꝑ.11.& per conuersam proportionalitatem minor erit.c.ad.d.q̄.f.ad.d.& ideo per primā ꝑtem.10.erit.c.minor.f.quod ē ꝓpositū. Si aūt.a.sit equale.e.erit ꝑ primā partē.7.ꝓportio.a.ad b.sicut.e.ad.b.& ió per undecimā & cōuersam ꝓportionalitatē erit.c.ad d.sicut.f.ad d.quare per primā partē.9.c.est equalis.f.quod ē ꝓpositū. ❡ Quidā aūt hanc cōclusionē demonstrauerūt eā ꝑ ꝓportionalitatē permutatim hoc modo.proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.ergo ꝑmutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.& quia rursus.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit ꝑmutatim b.ad.d.sicut.e.ad.f.sed erat.b.ad.d.sicut.a.ad.c.ergo per.11.erit.a.ad e.sicut.e.ad.f.itaq̧ ꝑ.14.si.a.prima est maior.e.tertia erit.c.secunda.maior.f.quarta.& si minor minor: & si equalis equalis: qđ ē ꝓpositū. ❡ Isti aūt errauerunt in sua demonstratione: quia si eēt intentio Euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsum premittere hanc cōclusionē ꝑ antecedente ad equā ꝓportionalitatē: si enim rursus fiat una ꝑmutatio proportionalitatis ad quā deuentū est: que est esse.a.ad.c.sicut.e.ad.f.sequitur ꝙ sit.a.ad.e.sicut c.ad.f.& hoc est equa proportionalitas. ⁋ Preterea eoꝝ cōclusio non sequitur nisi oēs quantitates amboꝝ ordinū fuerint generis uni-





us. Si enim. a. b. e. sint linee. & c. d. f. superficies: aut corpora: aut spa: non erit tunc pmutare proportiones: peccant igr̃ uniuersaliter dictum pticula riter demonstrantes. ¶ Castigator.

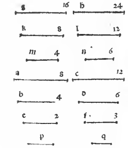
a ¶ Quia. c. d. tenent locũ pmi & secũdi & a. b. tertii. & qrti & e. b quinti & sexti. & ideo p duodecimam concludit postea facta cõuersa. f. & d. tenent locum pmi & secundi & e. & b. tertii & qrti & a. & b. qnti & sexti.

Propositio .21.

SI fuerint quotlibet quãtitates aliecq secundum earum numerum quarum quecq due ex prioribus quibusq duabus ex posterioribus peruersim comparate secundum proportionem earum fuerint. necesse quoq est vt si fuerint in proportionalitate eq̃litatis priorum prima vltima maior & posteriorus prima vltima esse maiorem. si autem minor & minorem. Si vero equalis & equalem.

¶ Secũdum añs sint tres quãtitates. a. b. e. sumantq alie tres q̃ sint. f. c. d. & sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico q si. a. ẽ maior. e. f. erit maior. d. & si minor minor: & si equalis equalis. ⁋ Hec aũt pbatur p easdem & eodem mõ quo pcedens: si. n. a. sit maior. e. erit maior pportio. a. ad. b. q̃. e. ad. b. q̃re maior. c. ad. d. q̃. e. ad. b. & ideo maior q̃ c. ad. f. maior igit̃. f. q̃. d. p secũdam ptem. 10. qđ est ppositum. ⁋ Quod si. a sit minor. e. erit tãdem minor. c. ad. d. q̃. ad. f. q̃re p eãdem ptem eiusdem f. erit minor. d. ⁋ Si aũt. a. sit eq̃lis. e. sequit̃ ut sit pportio. c. ad. d. sicut. c ad f. igitur per secundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est propositum.

Propositio .22.



SI fuerint quotlibet quantitates aliecq secundum earum numerum quarum quecq due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Domonstratis añtibus ad equã pportionalitatem hic demõstrat eam: & pmo cum quãtitates duoꝝ ordinũ sunt directe pportiõales. Nõ est aũt necesse ut demonstret̃ nisi cũ in utroq duorum ordinũ sunt tñ tres quãtitates. Per hoc. n. euidenter seq̃tur cũ i utroq ordie fuerint q̃tuor quãtitates & deinceps: & ideo ẽt nõ oportuit eius añs demonstrari nisi solum cũ in utroq ordine sunt ẽt tres quãtitates ⁋ Sint igit̃ tres quãtitates a. b. e. sumanturq tres alie q̃ sint. c. d. f. & sit pportio a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q erit. a. ad. e. sicut. c. ad f. ⁋ Sumam. n. g. ad. a. & h. ad. c eq̃ multiplicia. Itẽq. k. ad. b & l. ad d. eq̃ & rursus. m. ad. e. & n. ad. f eque. eritq p. 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. & k. ad. m sicut. l. ad. n. q̃re p. 10. si. g. est maior. m. erit. h. maior. n. & si minor minor: & si equalis eq̃lis. ⁋ Igitur p diffinitionem incõtinue pportionalitatis pportio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qđ est ppositum. ¶ Põt quoq hoc demonstrari. p. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a b. e. & h. l. n. ad. c d. f. eq̃ multiplicibus erit. n p. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. & k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta ut pus. ¶ Q đ si fuerint quantitates plures tribus in utroq ordine: utpote quatuor additis. p. & q. ita q sit. e. ad. p. sicut. f. ad q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc rtium demonstratum est. sublatis igitur. b. & d. erunt tres quãtitates. a. e. p. & alie tres. c. f. q. ut proponitur: q̃re. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicq demõstrat̃ de. 4. per tres sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus mediis & de. 6. per. 5. sublatis tribus: & sic de ceteris.

Porpositio .23.

SI fuerint quotlibet quantitates aliecq secũdum earum numerum quarum quecq due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Demonstrat equam proportionalitatem in quãtitatibus duorum ordinum indirecte siue peruersim proportionatis Nec est necesse ꝙ demonstretur nisi cum in utroq; duorum ordinum sint tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quecunq; ponantur in utroq; ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturq; alie tres que sint. f. c. d. & sit proportio. a. ad b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e sicut. f. ad. c. dico ꝙ erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. ℣ Sumã enim. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. f. eque multiplicia. Itẽq; l. ad. b. & m. ad. e. & n. ad d. eque multiplicia: eritq; ꝑ q̃rtã. g. ad. l. sicut. h. ad. n. & p. 15. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per. 21 si. g. addit super. m. & k. addit sup. n. & si minuit minuit: & si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. ẽ sicut. f. ad. d. quod est ꝓpositũ. ¶ Potest quoq; & hoc demõstrari per. 15. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. & k. h. n. ad f. c. d. eque multiplicibus. ℣ Erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. h. ad. n. & l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonstrantur hec & premissa ꝑm primum modũ. ¶ Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroq; ordine: utpote quatuor additis. p. & q. ita ꝙ sit a. ad. b. sicut. d. ad. q. & b. ad. e. sicut. c. ad. d. & e. ad. p. sicut. f. ad. c. erit iterũ a. ad. p. sicut. f. ad q. ℣ Erit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. & d. erunt tres quantitates. a. e. p. & alie tres. f. c. q. ut proponitur: quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demõstratur de. 4. per tres sublato uno medio Eodẽ mõ demõstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus medus. & de. 6. per. 5. sublatis tribus & sic in ceteris.

¶ Castigator.

a ¶ Nota cum in istis inducit diffinitio incõtinue ꝓpor. illa maioritas minoritas & equalitas multipliciũ adinuicem. s. primi ad secũdũ: & tertii ad q̃rtũ intelligũtur semper geometrice & non arithmetice uidelicet ꝙ in tm̃ quantũ multiplex primũ excedit equat aut minuit multiplex secundi tãtũ dẽ multiplex tertii ꝑm ꝓpor. excedat equet multiplex tertii multiplex quarti sicut dcm̃ fuit supra in diffinitione q̃nta huius quinti lib. uñ nõ sufficit dicere multiplex ꝑmi excedet multiplex secũdi: & similiter multiplex tertii excedit multiplex q̃rti ergo q̃tuor quãtitates sunt ꝓpor. & ꝓportio ꝑme ad secũdã est sicut tertie ad q̃rtã: sed oportet addere ꝙ tantũdẽ se excedant equẽt aut minuãt &c.

Propositio. 24.

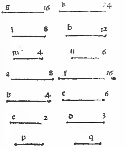
Si fuerit proportio primi ad secundum tanquã tertij ad quartum: proportio vero quinti ad secundũ tanq̃ꝫ sexti ad quartum erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum tanquã sexti & tertij pariter acceptorum ad quartum.

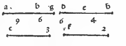
¶ Quod secunda proposuit de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde est illa tanto cõmunior quanto multiplicitate proportio & se habet ad illãt queãdmodũ. 13. ad primã ℣ Sit igitur ꝓportio. a. b. ad. c. ẽ sicut. d. e. ad f. & itẽ. b. g. ad. c. sicut. e. h. ad. f. dico ꝙ ꝓportio. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. ℣ Erit enim per cõuersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. h. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. e. h. ergo coniunctim ꝑ 18. a. g. ad. g. b. sicut. d. h. ad. h. e. itaq; per. 22. erit in equa proportionalitate. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. quod est propositum.

Propositio. 25.

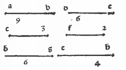
Si fuerint quatuor quantitates ꝓportionales: fueritq; prima earum maxima: & vltima minima primam & vltimam pariter acceptas ceteris duabus maius eẽ necessario comprobatur.

¶ Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oẽs quatuor quãtitates sint eiusdẽ generis. ℣ Sint igr̃ q̃tuor q̃titatũ eiusdẽ generis ꝓportio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sitq; a. b. maxima neq; oportet ponere ꝙ. f. sit minima: q2 ipm' ex hoc sequit ꝙ. a. b. ẽ posita

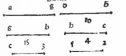


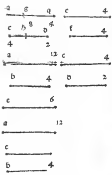


Explicite. 24



Directe





est maximatum non posuit hoc auctor in cõclusione tanq̃ positionẽ: sed potius tanq̃ pcedentis positiõis cõclusionẽ. ⁋ Dico q̃ cũ ita fuerit maius erit aggregatũ ex.a.b.&.f q̃ ex.c.d.&.e. Cũ enim.a.b.sit maior.e. abscindã ex.b.a.g.b.equalẽ.e. ⁋ Similiter quoq̃ qa.c.d. est maior.f. abscindã ex.c.d.h.d.equalẽ.f.eritq̃ pp yptohesim a b.ad.c.d.sicut g b.ad.h. d q̃re p.19.a.g.residuũ ad.c.h.residuũ sicut tota.a.b.ad totum.c.d.s.a.b.ad c.d Cũ ergo.a.g.se habet ad.c.h.sicut.a.b.ad.c.d.sed.a.b est maior.c.d. quare.a.g.maior est.c.h.additis igitur utriq̃ duabus quantitatibus.g.b. &.h.d.erit per cõem scientiam[a] aggregatũ ex a.b.&.h.d.maius aggregato ex.c.d.&.g.b.& quia.d.h.posita est equalis.f &.g.b.e.maius erit aggregatum ex.a.b.&.f.q̃ aggregatum ex.c.d.&.e.quod est propositum. a

⁋ Castigator

a ⁋ Quia primũ aggregatũ cõstat ex.a.g.&.g.b.&.h.d.& secũdũ constat ex.c.h.&.h.d &.g.b.& quia per 19.a.g.est maior.c.h & utriq̃.s.a.g.&.c.h. addite sunt ille due q̃titates g.b.&.h.d.ideo primũ ẽ maius secũdo &c.

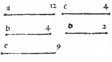
Propositio .26.

SI fuerit quatuor quantitatum proportio pme ad secundam maior q̃ tertie ad quartam erit conuersim econtrario proportio secunde ad pmam minor q̃ quarte ad tertiam.

⁋ Sit pportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d dico q̃ erit econuerso mõ contrario minor proportio.b.ad.a.q̃.d.ad.c. ⁋ Si enim esset eadẽ.b ad.a.que ẽ.d.ad.c.erit.ecõuerso.a.ad.b.ut.c.ad.d: sed nõ ẽ imo maior. At uero si ẽ.b.ad.a.maior q̃.d.ad.c.sit.e.ad.a ut.d. ad.c.eritq̃ ex 11.e.ad.a.minor q̃ b.ad.a.q̃re ex prima pte.10.e.est minor b. Ideoq̃ ex scda pte 8.maior erit proportio.a.ad.e.q̃.a.ad b.& quia per cõuersam proportionalitatẽ.a.ad.e.sicut.c.ad.d.erit: ex.11.proportio.c. ad.d.maior q̃.a.ad b.sed erat minor: relinquit ergo ppositum. ⁋ Possumus quoq̃ si libet astruere ppositũ ostẽsiue. ⁋ Manifestũ enim ẽ ex pma pte.10.q̃ illa q̃titas cuius ad.b.est eadẽ pportio que est.c.ad.d.ẽ minor.a. eo q̃ ponitur maior pportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d. ⁋ Illa ergo quantitas sit e cũ sit igit̃ pportio.c.ad.b.ut.c.ad.d.erit ecõuerso.b.ad.e.ut.d.ad.c.Cõstat autem ex secũda parte.8.q̃ pportio b.ad.a.minor est q̃ proportio.b. ad.e.itaq̃ per.12.proportio[a].b.ad.a.est minor q̃.d.ad.c.quod uolumus. a

⁋ Castigator.

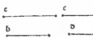
a ⁋ Et cõuersam ppor.quia primo est.b.ad.e.sicut.d.ad.c.postea per.12. b.ad.a.minor q̃.d.ad.c.



Propositio .27.

SI fuerit quatuor quantitatum maior proportio pme ad secundam q̃ tertie ad quartam.erit permutatim maior proportio prime ad tertiam q̃ secunde ad quartam.

⁋ Sit hic quoq̃ pportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d.dico q̃ erit pmutatim maior proportio.a.ad.c.q̃.b.ad.d. ⁋ Eadẽ enim nõ erit: qa tũc quoq̃ eẽt pmutatim.a.ad.b.sicut[a].c.ad d. ⁋ Neq̃ minor. Nã si hoc ponatur: sit itaq̃.e.ad.c.ut.b.ad.d.eritq̃ ex.11.maior pportio.e.ad.c.q̃.a.ad.c.quare ex prima parte.10.e.ẽ maior.a. Itaq̃ p primã ptem.8.proportio.e.ad b.ẽ maior q̃.a.ad.b.& quia positũ ẽ ut sit.e.ad.c. sicut.b.ad.d.erit pmutatim.e.ad b.sicut.c.ad.d.ex.11.igitur maior erit pportio.c.ad.d.q̃.a.ad.b.sed positum erat oppositum.uerũ est ergo ppositũ. ⁋ Ostẽsiue quoq̃ idẽ queadmodũ in pmissa: sumpta enim ẽ.e.ad.b ut.c.ad.d.erit ex prima pte.10.e.minor.a.quare ex prima parte.8.maior erit.a.ad.c.q̃.e.ad.c sed ex permutata proportionalitate est.e.ad.c.ut.b. ad.d.igit̃ ex.11.a.ad.c.est maior q̃.b.ad d.quod est propositum. a



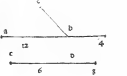
⁋ Castigator.

a ⁋ Per conuersam propor quia sumpta fuit.e.ad.c.sicut.b.ad.d.& ideo dicitur sumpta ad.b.

Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ad secundã sit maior proportio q̃ tertie ad quartã. erit quoq̃ coniunctim maior proportio prime & secũde ad secundam q̃ tertie & quarte ad quartam.

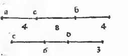
¶ Sit maior proportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d.dico q̃ maior erit totius.a.b.ad.b.q̃ totius.c.d.ad.d. ⁋ Quia ipsa neq̃ erit eq̃lis neq̃ minor. Si enim eq̃lis: tũc erit disiũctim.a.ad.b.ut.c.ad.d.cõtra ypothe. Si aũt ẽ minor: sit.e.b.ad.b.ut.c.d.ad.d.eritq̃ ex.11. maior proportio.e.b.ad.b.q̃.a.b.ad.b.itaq̃ ex prima pte.10.e.b.ẽ maior q̃.a.b.sꝫ p cõceptionem e.maior q̃.a.quare ex prima parte.8.maior est proportio.e.ad b.q̃.a.ad.b.sed.e.ad.b.est ut.c.ad.d.per disiunctam proportionalitatem eo q̃ erat.e.b.ad.b.ut.c.d.ad.d.ergo per.11.c.ad.d.ẽ maior q̃.a.ad.b.hoc autẽ est cõtra ypothe. ¶ Idem ẽt ostensiue: cum enim propositũ sit q̃ maior sit proportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d.sit proportio.e.ad b.ut.c.ad.d.eritq̃ ex prima parte decime.e.minor.a. Ideoq̃ ex cõmuni scientia.e.b.erit minor q̃ a.b.quare ex prima parte.8.maior erit proportio.a.b.ad.b.q̃.e.b.ad.b.At uero proportio.e.b.ad.b.est per coniunctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est ut sit.e.ad.b tanq̃.c.ad.d.igitur ex.11.maior est a.b.ad.b q̃ c.d ad.d.quod est propositum.



Propositio .29.

Si fuerint q̃tuor quantitates quarum prime & secunde ad secundã sit maior proportio q̃ tertie & quarte ad quartam. erit quoq̃ disiunctim proportio prime ad secundam maior q̃ tertie ad quartã.

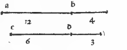
a ¶ Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̃.c.d.ad.d.dico q̃ erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d. ⁋ Alioquin erit eq̃lis uel minor: q̃d si eq̃lis erit p cõiunctã proportionalitatẽ.a.b.ad.b. ut.c.d.ad.d.q̃d ẽ cõtra ypothe.si aũt minor erit maior.c.ad.d.q̃ a.ad.b. ergo p premissam maior erit.c.d.ad.d.q̃.a.b.ad.b.quod est incõueniens quia positum est q̃ minor: uerum est ergo quod dicitur. ⁋ Quod ẽt ostẽsiue astruemus hoc mõ. ⁋ Ponemus enim ut proportio.e.b.ad.b.sit tanq̃ proportio.c.d.ad.d.eritq̃ ex prima pte.10.e.b.minor q̃.a.b.quare ex cõmuni scientia.e.est minor q̃.a. ⁋ Minor igitur est ex prima pte.8 proportio.e.ad.b q̃ sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad.b.est sicut.c.ad.d.ex disiuncta proportionalitate: itaq̃ ex.11.proportio.a.ad.b.est maior q̃ sit.c.ad.d.quod ẽ propositum.



Propositio .30.

Si fuerint quatuor quãtitates quarum prime & secũde ad secundã sit maior proportio q̃ tertie & quarte ad quartã: erit euersim minor proportio prime & secũde ad primam q̃ tertie & quarte ad tertiam.

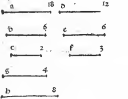
¶ Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̃ c.ad.d.dico q̃ euersim minor erit proportio.a.b.ad.a.q̃.c.d ad.c. ⁋ Erit enim disiũctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d. Itaq̃ per.26.erit ecõuerso minor.b.ad.a.q̃.d.ad.c.quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̃.d.c.ad.c.quod est propositum.

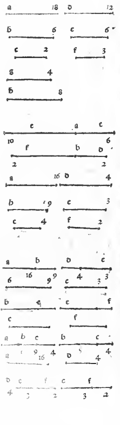


Propositio .31.

Si fuerint tres quãtitates in uno ordine.itẽq̃ tres in alio fuerintq̃ prime priorum ad secundã maior proportio q̃ prime posteriorum ad secundam.itẽq̃ secunde priorum ad tertiam maior q̃ secũde posteriorum ad tertiam.erit quoq̃ prime priorum ad tertiã maior proportio q̃ prime posteriorum ad tertias.

¶ Sint tres quantitates.a.b.c.iterumq̃ alie tres.d.e.f.sitq̃ maior proportio a.ad.b.q̃.d.ad.e.iterumq̃ maior.b.ad.c.q̃ e.ad.f.dico q̃ maior erit proportio.a.ad c.q̃.d.ad.f. ⁋ Sit enim.g.ad c.ut.e.ad.f.eritq̃ ex prima parte.10. g.minor.b.quare ex secunda parte.8.proportio.a.ad.g.est maior q̃.a.ad





b.multo maior ergo est proportio.a.ad.g.q̄.d.ad.e. ¶ Sit itaq̧.h.ad.q̄.ut d.ad.e.eritq̧ ex prima parte.10.a.maior.b.quare ex prima parte.8.proportio.a.ad.c.maior est q̄ proportio.b.ad.c.At uero proportio.b.ad.c.est per equam proportionalitatem:sicut.d.ad.f.est enim.h.ad.g.ut d.ad.e.& g.ad.c.ut.e.ad.f.igitur ex.11.proportio.a.ad.c.est maior q̄.d.ad.f.quare constat propositum.

Propositio .32.

Si fuerint tres quantitates in uno ordine:itemq̧ tres in alio fueritq̧ proportio secunde priorum ad tertiam maior q̄ prime posteriorum ad secundam. Itemq̧ prime priorum ad secundam maior q̄ secunde posteriorum ad tertiam:erit maior proportio prime priorum ad tertiam q̄ prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine.a.b.c.Itemq̧ tres in alio.d.e.f.quemadmodum in premissa.sitq̧ maior proportio.b.ad.c.q̄.d.ad.e.& maior.a.ad.b.q̄.e.ad.f.dico ꝙ maior erit.a.ad.c.q̄.d.ad.f. ¶ Sit enim g.ad.c.ut.d.ad.e.eritq̧.g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a.ad.g.q̄.ad.b.per secūdam partem.8. ¶ Igitur multo maiorē.a.ad.g.q̄.e.ad.f. ¶ Sit itaq̧.h.ad.g.ut.e.ad.f.eritq̧.a.maior.h.ex prima parte.10.quare proportio.a.ad.c.maior est q̄.h.ad.c.ex prima parte 8.At uero ex.23.proportio.h.ad.c.est tanquā.d.ad.f.eo quod est.g.ad.c.ut.d.ad.e.&.h.ad.g.ut.e.ad.f.igitur ex.11.maior est proportio.a.ad.c.q̄ d.ad.f.quod est propositum.

Propositio .33.

Si fuerit proportio totius ad totum maior q̄ abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̄ totius ad totum.

¶ Sint due quantitates.a.& b.a quibus abscindantur.c.& d.& residua sint.e.&.f.sitq̧ maior proportio.a.ad.b.q̄.c.ad.d.dico ꝙ maior erit proportio.e.ad.f.q̄.a.ad.b. ¶ Erit enim ex.27.permutatim maior proportio.a.ad.c.q̄.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio.a.ad.e.q̄.b.ad.f.igitur rursus ex.27.permutatim.b.ad.a.maior q̄.f.ad.e.quare ex.26.minor erit.a.ad.b.q̄.e.ad.f.quod est propositum.

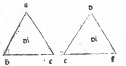
Propositio .34.

Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur.fueritq̧ cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̄ alicuius subsequentis ad suam.erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̄ alicuius subsequētium ad suam comparem aut etiam q̄ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas:minor autem q̄ prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates.a.b.c.relate ad totidem alias que sint.d.e.f.sitq̧ maior proportio.a.ad.d.q̄.b.ad.e.&.b.ad.e.sit maior q̄.c.ad.f.dico ꝙ proportio.a.b.c.pariter acceptarum ad.d.e.f.pariter acceptas est maior q̄ b.ad.e uel maior q̄.c.ad.f.& etiam maior q̄.b.&.c.pariter acceptarum ad e.&.f.pariter acceptas:& ꝙ ipsa est minor q̄.a ad.d. ¶ Cum sit enim.a.ad d.maior q̄ b.ad.e erit permutatim.a.ad.b.maior q̄.d.ad.e.& coniūctim a.b.ad.b.maior q̄.d.e.ad.e.& iterum permutatim.a.b.ad.d.e.maior q̄ b.ad.e.quare per premissam.a.ad.d.est maior q̄.a.b.ad.d.e. ¶ Eodemq̧ modo probatur maiorem esse.b.ad.e.q̄.b.c.ad.e.f. ¶ Itaq̧ maior proportio est a.ad.d.q̄.b.c.ad.e.f quare permutatim maior est.a.ad.b.c.q̄ d.ad.e.f.& coniunctim maior a.b.c.ad.b.c.q̄.d.e.f.ad.e.f.& iterum permutatim maior.a.b.c.ad.d.e.f.q̄.c.b.ad.e.f.quare per premissam maior est.a.ad.d.q̄.a.b.c.ad.d.e.f.quod est propositum.

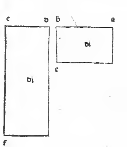
¶ Explicit liber quintus.

¶ Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus ⁊ earum ad inuicem proportionibus ex perfectissima Campani interpretatione. Magistro LUCA Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minor. Castigatore acuratissimo Incip.



Superficies similes dicuntur quarum anguli vnius angulis alterius equales latera q3 equos angulos continentia proportionalia.
¶ Vt si trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono.d.e.f.fueritq angulus.a equalis angulo.d.⁊ angulus.b.equalis angulo.e.⁊.angulus.c.angulo.f.⁊ proportio.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.⁊.b.c.ad.e.f.ipsi erunt similes.

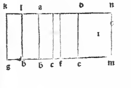
Superficies mutuorum laterum sunt inter quarum latera in continua proportionalitas retrāsitiue habetur.



¶ Vt si duorum quadrilaterum.a.b.c.d.e.f.proportio.a.b.lateris primi ad.d.e.latus secundi fuerit sicut proportio.e.f.lateris secundi.ad.b.c.latus primi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterū siue mutekesia.
¶ Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium ⁊ duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem que est maioris ad minorem.

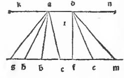
Propositio .1.

Si duarum rectilinearum superficierum equidistātium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua basis ad basim alterius.
¶ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eē pportionē eo3:sicut.b.c.ad.e.f.Ponā illa duo palellograma sup lineam unam que sit.g.m.eruntq pp hoc q sint eq̄lis altitudinis iter lineas equidistātes quarum sit altera.k.n.deinde ex linea g.m.sumā.g.c.multiplicē sm quēcunq numez uoluero.ad.b.c.⁊ diuidam eā in ptes eq̄les.b.c.in punctis.h.⁊.b.a qbus ⁊ puncto.g.ducam eqdistātes linee.a.b.q̄ sunt.g.k.⁊.h.l.⁊ cōplebo sup̄ficies equidistātium late3.k.b.⁊.l.b.eritq unaqueq ea3 p.36.pmi eq̄lis.a.c.q̄re sicut linea.g.c.ē multiplex linee.b.c.ita sup̄ficies.c.k.sup̄ficiei.a.c.⁊ Similiter quoq ad lineam.e.f.sumā ex linea.g.m.lineā.f.m multiplicem sm quēcūq nume3 uoluero.e.f.⁊ cōplebo sup̄ficiem equistātium late3 ducta linea.m.n.eqdistanter linee.d.e.eritq sup̄ficies.n.f.ita multiplex superficiei.d.f.sicut linea.m.f linee.e.f.⁊ quia per.36.primi si linea.g.c.est maior linea.f.m. superficies.k.c.est maior superficie.n.f.⁊ si minor minor.⁊ si equalis eq̄lis erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis eadem proportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficiei.a.c.ad superficiem.d.f.quod est propositum. ¶ De triāgulis equalis altitudinis idem probabis:⁊ eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices ad uertices triangulorum.

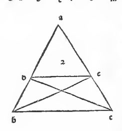


Propositio .2.

Si linea recta duo trianguli latera secās reliquo fuerit equidistans:eas duo illa latera proportionaliter secare. Si vero proportionaliter secet eam reliquo lateri equidistare necesse est.
¶ Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.⁊.a.c.secet



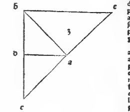
linea.d.e.equidistanter,tertio lateri:quod est.b.c.dico q erit proportio a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.& econuerso si fuerit proportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit equidistans linee.b.c. ꝟ Protraham enim duas lineas.e.b.&.d.c.eritq per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id quod ipsi sunt ambo super lineam.d.e.inter lineas equidistantes.itaq per secundam partem.7.quinti: proportio trianguli.a.d.e.ad utrunq illorum erit una. ꝟ Sed proportio eius p premissam ad triangulum.e.d.b.est sicut linee.a.d.ad lineam.d.b.&ad triangulum.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineam.e.c. Nam ipse cum utroq illorum est equalis altitudinis:quare erit proportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius.a.d.e.ad utrunq illorum proportio una:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicem equales:& quia ipsi sunt super eandem basim.uidelicet lineam.d.e.& ex eadem parte erit per.39.primi linea.d.e.equidistas linee.b.c.quod est secundum.



Propositio .3.

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet:duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus pportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distingunt reliquis triaguli lateribus p.oportionales fuerint lineam illam angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.diuidat linea.a.d.per equalia:t dico q proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.& econuerso. ꝟ Protraham enim.b.e.equidistantem.a.d.& producam.c.a.quousq concurrat[a] cum.b.e.in puncto.e.eritq per primam partem.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d.& per secundam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.e.a.est equalis.a.b.& ideo per primam partem.7.quinti proportio.e.a ad.a.c.est sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c.est sicut.b.d.ad.d.c.ergo.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ¶ Secuda pars que est conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ꝟ Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissam.e.a.ad.a.c.est sicut.b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c.ergo per primam partem.9.quinti.e.a.&.a.b.sunt equales:quare per.5.primi duo anguli.e.&.e.b.a.sunt equales.igitur per primam & secundam partem.29.primi angulus.b.a.d.est equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.



¶ Castigator.

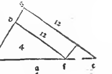
a ¶ Concursus iste probatur per lineam.b.e cadentem super duas lineas.b.e.&.c.a.per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit super duas equidistantes b.e.&.d.a.& per secundam partem.29.primi.a.d.c.extrinsecus equatur angulo.e.b.c.totali intrinseco:& quia per.17.primi duo anguli.a.d.c.&.a.c.d.triaguli.a.c.d.sunt minores duobus rectis:& ideo duo anguli.a.c.d.&.e.b.c.totalis etiam sunt minores duobus rectis cum loco anguli a.d.c.extrinseci ponatur.e.b.c.intrinsecus sibi equalis:& sic per predictam petitionem due linee.b.e.&.c.a.in eandem parte protracte concurrent in puncto.e.&c.

Propositio .4.

Omnium duorum triangulorũ quorũ anguli unius angulis alterius sunt equales:latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

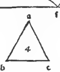
¶ Sint duo triaguli.a.b.c.d.e.f.equiaguli.sitq angulus a,eqlis angulo.d.& angulus.b.angulo.c.& angulus.c.angulo.f.dico q pportio.d.e.ad.a.b.&.d.f.ad.a.c.ẽ sicut.e.f.ad.b.c. ꝟ Ponã

enim ambos triangulos sup lineam unā que sit.e.c.ita q duo anguli uni/us qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt sup eandem, non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodē puncto coire.sitq.a.f.c.ipse idem triangulus qui erat.a.b.c.& quia angu/lus.a.f.c.est equalis angulo.e.& angulus.d.f.e.angulo.c. per ypothesim erit per primam partem.28.primi linea.a.f.equidistans.d.e.& d.f.equidistans.a.c. Complebo igitur superficiem equidistātium laterum que sit g.f.eritq per.34.primi.g.a.equalis.d.f.& g.d.equalis.a.f. Quia ergo per secundam huius.g.a.est ad.a.c.sicut.e.f.ad.f.c.& per eandem.e.f.ad f.c.sicut.e.d.ad.d.g.erit per.7.quinti.d.f.ad.a.c.& per eandem.e.d.ad f.a.sicut.e.f.ad.f.c.quod est propositum.



Propositio.5.

Omnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio vna anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi inuicem esse probatur.



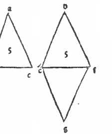
Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea & premissa unā conclusionem sicut fecit in secūda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem medijs demonstratur quibus precedens. Sint itaq duo triāguli.a.b.c.d.e.f.sitq proportio.a.b.ad.d.e.& a.c.ad d.f.sicut.b.c.ad.e.f.dico q angulus.a.est equalis angulo.d.& angulus.b. angulo.e.& angulus.c.angulo.f. Constituam super lineam.e.f.in opposita parte trianguli.d.e.f.angulum.f.e.g.equalem angulo.b.& angulum e.f.g.equalem angulo.c.eritq per.32.primi: angulus.g.equalis angulo.a. ergo per premissam proportio.a.b.ad.e.g.& a.c.ad.f.g.sicut.b.c.ad.e.f. Quare.a.b.ad.d.e.sicut ad.e.g.& a.c.ad.d.f.sicut ad.f.g. Igitur per secundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g.& per eandē.d.f.equalis.f.g.quare per.8.primi: duo trianguli.d.e.f.& g.e.f.sunt equianguli:
a quare ergo triangulus.d.e.f.est etiam equiangulus triangulo.a.b.c.constat propositum.

Castigator.

a Per cōem sciam q uni & eidē: sunt qn due res uni equales.

Propositio.6.

Omnes duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis.latera qz illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicem equianguli.



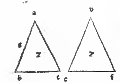
Maneat prior dispositio: & sit solum angulus.b.equalis angulo.d.e.f.& proportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.c.ad.e.f. dico adhuc duos triangulos.a.b.c.d.e.f.esse equiangulos. Cum enim sit per.4.huius propter ypotheses premisse conclusiōis.a.b.ad.e.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per secundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g. Quia ergo duo latera.d.e.& e.f.trigoni d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.& e.f.trigoni.g.e.f.& angulus.e. unius angulo.e.alterius: quia uterq ē equalis angulo.b.ipsi erūt p quartā primi equianguli.& quia.e.g.f.est ēt equiangulus.a.b.c.patet propositū.

Castigator.

a Videlicet unus p ypote.s.angulus.d.e.f.& alius p.23.primi.

Propositio. .7.

Si fuerint duo triāguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis: duoq suorum reliquorum angulorum lateribus pportionalibus cōtenti: duorum vero demum reliquorum vterq aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.



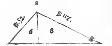
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq; angulus.a.equalis angulo.d. & proportio.a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e. & uterq; duorum angulorũ. b.&.e. aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus.c. unius est equalis angulo.f.alterius: patet propositũ per premissam. ¶ Sin autem sit.c.maior fiatq; angulus.a.c.g.equalis eidem: eritq; per.32. primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d.e.f. quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sed sic fuit.b c.ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.&.b.c.sunt equales. ¶ Ergo per quintam primi angulus.b.est equalis angulo.b.g.c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum.b.&.e.fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis: quod esse non potest per.32.&.17.primi. ¶ Quod si uterq; fuerit minor recto: erit angulus.a.g.c.maior recto per.13.primi: quare & angulus. e. sibi equalis est etiam recto maior: quod est contra ypothesim. ¶ Quare destructo opposito remanet propositũ. ¶ Oportet aũt utrunq; angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim[a] est in eodẽ triangulo ut in triangulo.a.b.c.lineam.g.c.esse equalem.b.c.& ideo erit a.c.ad.utrãq; earum una proportio per.7.quinti. Nec tñ erunt trianguli a.g.c.&.a.b.c.equianguli: quãuis unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus.a.& proportio linee.a c.prout est latus magni ad.a.c.prout est latus parui sicut.b.c.latus magni ad. g.c. latus parui: utraq; enim equalis. ¶ Et hoc est propter hoc q; angulus.g. minoris est maior recto: & angulus.b.maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalium laterum uterq; angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

¶ Castigator.

a ¶ Quamuis ibi dicatur possibile enim est in eodem triãgulo &c. Imaginatur primo formatus triangulus duũ equalium laterum.b.c.g. Demũ protracto latere.b.g.quantum libuerit.ut ad.a.deinde protracta linea.a.c.a pũcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a.b.c. & alius paruus.a.g.c.qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscindit triãgulum illum duum equalium laterum.s.b.c.g.prout in illis duobus explicite positis apparet &c. Et hec pro septima huius dicta sint.

Propositio 8.

Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpẽdicularis ducatur. fient duo trianguli partiales toti triangulo & sibiuuicem similes. Unde etiã manifestum est q; in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; vtrunq; latus inter totam basim atq; sibi conterminalem basis portionem.



¶ Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusq; angulus.a. rectus a quo ducatur a.d.perpendicularis ad basim.dico q; uterq; duorum triangulorum partialium qui sunt.a.b.d.a.d.c.similis est totali triangulo.a.b. c.& unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq; ipsorũ equiangulus totali per.32.primi.eo q; uterq; est orthogonius & in uno angulo cõmunicant cum totali: quare & sibiuuicem sunt equianguli. ¶ Ita q; angulus. b.est equalis angulo. d.a.c.& angulus b.a.d. angulo.c.& duo anguli qui sunt ad.d. sibiuuicẽ & angulo.a.totali equales: quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem,[c] sunt similes: qd est propositum. ¶ Vtrunq; correla.ex his euidenter apparet.

¶ Castigator.

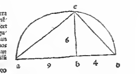
a ¶ Nota propter dictum superius in fine expositionis octaue huius. ubi per.4.concluduntur latera illorum triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similium superficierum illos triangulos esse similes &c. Diffinitio illa nõ dicit q; latera equos angulos respicientia sint proportionalia: sed q; latera equos angulos continentia sunt proportionalia: ut ibi patet: & sic uidetur indebite concludi

intentum. ¶ Quapropter aduerte q̄ idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: ⁊ equos angulos cōtinē tia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a.b.c. ⁊ d.e.f. dato q̄ sint eqanguli. uidelicet q̄ angulus. a. equetur angulo. d. ⁊. b. angulo. e. ⁊. c. angulo. f. nam latus. d.e. ad. a.b. que respiciūt angulos. c. ⁊. f. sunt in ꝓportione lateꝝ. d.f. ad. a.c. que etiā respiciunt equos angulos. b. ⁊. e. ⁊ per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos: uidelicet. a. ⁊. d. ⁊ sic arguas de reliquis ⁊c. Et ideo postea per diffinitionem ⁊c.

Propositio .9.

Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee proposite. a.b ⁊. c. iter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri sitq̄ tota ex eis cōposita. a.d. ita q̄. b.d. sit equale. c. ⁊ super totam describo semicirculum a.e.d. ⁊ produco. e.b. usq̄ ad circunferentiam perpendicularem ad lineā a.d. dico lineam. b.e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. e.a. ⁊ e.d. eritq̄ per. 30. tertii angulus. e. totalis rectus: quare per primā partem. correl. premisse ꝓportio. a.b. ad. b.e. sicut. b.e. ad. b.d. quod est ꝓpositum.

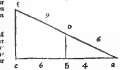




Propositio .10.

Duabus lineis datis tertiam eis in continua ꝓportionalitate subiungere

¶ Sint due linee proposite. a.b. ⁊. c. quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter ut contingit cum linea. a.b. sitq̄. a.d. sibi equalis: ⁊ produco lineam. a.b. usq̄ ad. e. donec fiat b.e. equalis. a.d. ⁊ protracta linea. b.d. a puncto. e. duco lineam sibi equidistātem quā lineam. a.d. produco quousq̄ concurrant in puncto[a] .f. di
a co igitur lineam. d.f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius proportio. a.b. ad. b.e. sicut. a.d. ad. d.f. sed a.b. ad. b.e. est sicut. a.b. ad a.d. per. 2. partem. 7. quinti: quare. a.b. ad. a.d. sicut. a.d. ad. d.f. quod est
b propositum. ¶ Quod si propositis[b] tribus lineis uelimus inuenire quartam: ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secundam: ex prima ⁊ secunda fiat linea una ⁊ toti composite tertia angulariter adiūgatur ⁊ a cōmuni termino prime ⁊ secunde ducatur linea ad extremitatem tertie: ⁊ ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistans: quousq̄ cōcurrat cum tertia in continuum rectumq̄ protracta: eritq̄ per secundam huius linea quā hec equidistans abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a.b. secunda. b.e. tertia. a.d. erit. quarta. d.f.





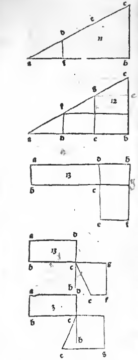
¶ Castigator.

a. ¶ Cōcurrent. n. per rationes supra in tertia huius adductas. b ¶ Quātis non dicat sub continua proportio. subiūgere: rū indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam ⁊ sexta ad quintam ⁊c. dimittēdo semper priorem tres subsequentes retinendo. ⁊ tunc operando per. 10. sequitur intentum ut patet.

Propositio .11.

A assignata linea quotamcunq̄ iubearis partem abscindere.

¶ Sit. a.b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere. ¶ Coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit. a.c. a qua reseco tres equas portiones. que sint. a.d. d.e. ⁊. e.c. ⁊ produco lineas. c.b. ⁊. d.f. sibi equidistantes. dico. a.f. esse tertiam. a.b. est enim per secundam huius proportio. c.d. ad. d.a. sicut. b.f. ad. f.a. quare coniunctim. c.a. ad. d.a. sicut. b.a. ad. f.a. cum igitur. c.a. sit tripla. ad. d.a. patet. a.f. esse tertiam. a.b. quod est propositum.



Propositio .12.

Duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

¶ Sint due linee quas angulariter ut continget coniungam.a.b.&.a.c.sitq.a.b diuisa in tres uel qualescunq portiones signatis in ea punctis.d.&.e.uolo secundum easdē portiones diuidere lineam.a.c.¶ Cum igitur ipsas angulariter coniunxero.protraham lineam.b.c.& equidistātes ei.d.f.&.e.g.dico istas equidistantes diuidere lineam.a.c.in partes proportionales partibus.a.b.¶ Protraham enim.f.h equidistantem.a.b.que secet.e.g.in puncto.k.eritq per secundam huius proportio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.&.c.g.ad.g.f.sicut h.k.ad.k.f.quare & sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.& secundam partem.7.quinti quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes linee.a.b.minus una. At uero.34.primi & septimam quinti minus duabus.

Propositio .13.

Si due superficies equidistantium laterum quarū vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis: equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continētia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

¶ Sint due superficies.a.b.c.d.&.c.e.f.g. equidistantium laterū & equales.sitq angulus.c.unius equalis angulo.c.alterius:dico proportionem.b.c.ad.c.g.esse.sicut.e.c.ad.c.d.& si proportio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad c.d.& predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales.¶ Coniungam enim eas angulariter uidelicet angulum.c.unius cum angulo.c alterius. itaq duo latera earum que sunt.b.c.&.c.g.fiant linea una:eruntq similiter duo reliqua latera.d.c.&.c.e.linea una.(alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum.c.unius esse equalem angulo.c.alterius.& per.15.primi[a] partē esse equalem toti):complebo itaq superficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.&.f.g.quousq concurrant[b] in.h.eritq per primam partem.7.quinti utriusq superficiei.a.c.&.c.f.ad superficiem.c.h. proportio una:& quia per primam huius proportio superficiei.a.c. ad superficiē.c.h.sicut linee.b.c.ad lineam.c.g.& superficiei.c.f. ad eandem superficiem c.h.sicut.e.c.ad.c.d.manifesta est prima pars proposite conclusionis.¶ Secunda pars sic patet:per primam.n.huius est pportio. b.c.ad.c.g.sicut.a.c.ad.c.h.&.e.c.ad.c.d.sicut.c.f.ad eandem.c.h.& quia positum est q proportio.b.c.est ad.c.g.sicut.e.c.ad.e.d erit utriusq duarū superficierum.a.c.&.e.g.ad superficiem.c.h.una proportio:ergo per primam partem.9.quinti.a.c.est equalis.c.f.sicq patet secunda pars.

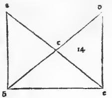
¶ Castigator.

a ¶ Quia si.d.c.&.c.e.non sunt linea una:tunc continuabo.d.c.usq ad b.in utraq dispositione aduersarii:& semper per.15.primi in qualibet anguli cōtra se positi erūt equales.s.angulus.c.utriusq:& p ypothe.ē dictus angulus maior aut minor cōtrasepositio equat angulo.c.supficiei.a.b.c.d.& ideo ps toti quod ē ipossibile p cōceptionē.b ¶ Cōcurrēt.n. quia si imaginatur ptrahi linea.d.g. fient duo anguli ex parte.h. minores duobus rectis.& ideo per.4.petitionem concurrent & in.h.

Propositio 14.

Si duo trianguli quorū vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint: latera duos angulos equos cōtinētia erūt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cōtinentia fuerint mutekesia duo trianguli equales esse comprobantur.

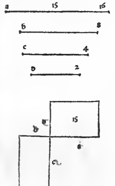
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales: sitq angulus.c.unius equalis angulo.c.alterius: dico proportionem.a.c.ad.c.e.esse sicut.d.c.ad.c.b. & si fuerit proportio.a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b. & pdicti anguli fuerint ad huc equales: dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Coniugam enim eos angulariter ita q latera.a.c.& c.e.fiant linea una.eruntq similiter.b.c & c.d.linea una. (aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi) & protraham lineam.b.e.eritq per primam partem.7.quinti utriusq dictorum triangulorum ad triangulum.c.b.e.proportio una: & quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a.c.ad.c.e.& secundi eorum ad eandem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars proposite conclusionis. ¶ Secunda pars econuerso probatur.quia.a.c ad.c.e.est sicut primi trianguli ad triangulum.b.c.e.& d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius: & quia positum est ut sit.a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad c.b.erit utriusq dictorum triangulorum ad triangulum.b.c.e.una pportio: quare per primam partem.9.quinti ipsi sunt equales.sicq patet secunda pars.



Propositio .15.

Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima & ultima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima & ultima continetur equum fuerit ei qd sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.

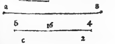
¶ Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales: Sitq proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q superficies contenta sub.a.& d.equalis est superficiei contente sub.b.& c. ¶ Et si superficies contenta sub.a.& d.est equalis superficiei contente sub.b.& c.dico q proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d. ¶ Fiant enim superficies contenta sub.a.& d.& superficies contenta sub b.& c. Si ergo est proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.latera illarum superficierum erunt mutekesia.sed & anguli ab eis contenti equales: quia utraq est rectorum angulorum: quare per secundam partem.13.huius ipse sunt equales quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem.si enim ipse sunt equales, quia omnes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutekesia: quare proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.quod est secundum.



Propositio .16.

Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima & tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima & tertia continetur equum est ei quadrato quod a secuda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

¶ Sit proportio linee.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico q superficies contenta sub.a.& c.equalis est quadrato.b.& si superficies contenta sub.a.& c.est equalis quadrato.b.dico q proportio.a.ad.b.est sicut b.ad.c. ¶ Hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita q.b.sit in ratione secunde & tertie.



Propositio .17.

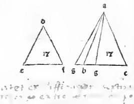
Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterū est tanq proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata. Manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super



[illegible]

primam ad superficiem constitutam super secundam: cuius fuerit ei similis in lineatione & creatione.

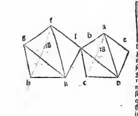
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.& d e.f.similes eruntq; per diffinitionem equianguli & laterum proportionalium. Sit ergo angulus.a.equalis angulo d.& angulus.b.angulo.e.& angulus.c.angulo.f. ¶ Eritq; proportio.a.b.ad.d.e.& a.c.ad.d.f.sicut b.c.ad.e.f. ¶ Dico q; proportio trianguli.a.b.c.ad triangulum.d.e.f.est sicut proportio.b.c.ad.e.f.duplicata. ¶ Subiũgatur enim sm doctrinam.10 huius duabus lineis.b.c.& e.f.tertia in continua proportionalitate que sit.c.g.protracta aut resecata.c.b.si.c.g.fuerit ea maior aut minor. ¶ Et producatur linea.g.a.eritq; per secundã partem.14.huius triangulus.a.g.c.equalis triangulo.d.e.f.propter id quod proportio.a.c.ad.d f.est sicut.e.f.ad.c.g.& angulus.c.equalis angulo.f.q̃re per secundam partem.7.quinti trianguli.a.b.c.ad utrumq; illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli.a.b.c.ad triangulum.a.g.c.est sicut.b.c.ad.g.c. At uero proportio.b.c.ad.c.g.sicut.b.c.ad.e.f.duplicata per.10.descriptionem quinti: ergo proportio trianguli.a.b.c ad triangulum.d.e.f.est sicut proportio.b.c.ad.e.f.duplicata: q̃d est propositum. ¶ Si autem.c.g.sit equalis.b.c.erit per secundam partem 14.huius triangulus.a.b c.equalis triangulo.d.e.f.equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotienscunq; sumpta. ¶ Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadẽ media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solum.13.presentis loco.14.Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demõstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl.q; uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patẽs erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente quia est correl.huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.



Propositio .18.

Omnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero equales. Estq; proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo penthagoni.a.c.d.f.b.k.similes.dico q; ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: & q̃d proportio alterius eorum ad alterum est sicut.a.b.ad.f.g.proportio duplicata. ¶ Ducantur enim linee due.a.c.& a.d.itemq; f.h.& f.k.eritq; per presentem ypothe.& per.6.huius triangulus.a.b.c.equiangulus triangulo.f.g.h.& triangulus.a.e.d.triangulo.f.l.k. ¶ Similiter quoq; per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re.equa.sunt: erit triangulus.a.c.d.equiangulus triangulo.f.h.k.Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli & laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli: ut probatum est: erunt etiã & similes per.4.huius & diffinitionem similium superficierum: quare cũ ipsi sint numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protrahãtur.b.d.que secet.a.c.in puncto.m.& g.k.que secet.f.h.in puncto.n.eritq; triangulus.b.c.d.equiangulus triangulo.g.h.k.per.6.huius & presentem ypothe.quare & triangulus.a.b.m triangulo.f.g.n & a.m.d.f.n.k.ergo p.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.est sicut.a.m.ad.f.n.&.a.m.ad.f.n.sicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.sicut.m.d.ad.n.k.ergo permutatim.b.m.ad.m.d.sicut.g.n.ad.n.k.sed per primam huius.a b.m.ad.a.m d.& b.c.m.ad.c.m d.sicut.b.m ad.m.d. ¶ Et per eandem.f.g.n.ad.f.n.k.& g.n.h.ad.h.n.k.sicut.g.n.ad.n.k.ergo per.13.quinti.a.b.c.



ad.a.c.d.sicut.f.g.h.ad.f.h.k.quare pmutatim.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.a.c.d. ad.f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis q & sicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo per.13 quinti totius penthagoni ad totum penthagonum: sicut.a.b.c.ad.f.g.h. ¶ Per premissam igr est pportio penthagoni.a.c.d.ad penthagonum.f. h.k.sicut proportio.a.b.ad.f.g.duplicata: quod est ppositum. ¶ Ex quo rursus patet correl.precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum. ¶ Cum enim trianguli in quos penthagoni diuiduntur sint adinuicem similes: erit per precedentem proportio.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.b.c.ad g.h. duplicata. ¶ Et.a.c.d.ad.f.h.k.sicut.c.d.ad.h.k.duplicata. ¶ Et.a.e.d. ad.f.l.k.sicut.d.e.ad.k.l.duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee proportiones duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas ee equales erit per.13.quinti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut lateris unius ad suum relatiuum.latus alterius proportio duplicata.

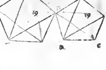
¶ Castigator.

a ¶ Quia positi sunt penthagoni similes: & ideo equianguli per diffinitionem similium superficierum: & sic trianguli.a.b.c.&.f.g.h.sunt equianguli per.6.huius: quoniam angulus.b.unus est equalis angulo.g.alterius cum sint anguli propositorum penthagonorum integrorum ut patet: & latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per ypothe. penthagonorum similium &c. Et ideo per.6 huius &c. ¶ Ex ista & prima huius notatur mirabile uisu: uidelicet quocunq quadrilatero dato pro tractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinuicem proportionales: ut in duobus quadrilateris propositorum penthagonorum apparet: uidelicet.a.b.c.d.&.f.g.h.k. Nam triangulus.a.b.m.ad triangulum.a m.d.est sicut basis.b.m.ad.basim.m.d.per primam huius: &.b.c.m.ad.c.m.d.etiam ut.b.m.ad.m.d.& ideo proportionales. Item a.b.m.ad.b.c.m.sicut.a.m.ad.m.c.per eandem etiam.c.d.m.ad.a.m.d. sicut.c.m.ad.m.a.& econuerso: & sic quocunq uoluantur semper sint proportionales: quoniam bases semper heedem eodem modo dicetur de triangulis quadrilateri.f.g.h.k.& omnium aliorum &c. ¶ Sed in his uocibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est & enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta cōcordia: hec Boe.tertio capitu.primi musice &.31.

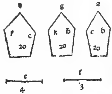
Propositio .19.

Supra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

¶ Sit data linea.a.b. supra quam uolo constituere superficiem similem date superficiei que sit penthagona: & sit.c.d.e.f.g. ⁋ Diuido hunc penthagonum in triangulos ductis lineis.d.f.&.d.g.& super punctum.a. constituo angulum equalem angulo.c.ducta linea.a.h.& super punctum.b.constituo alium angulum: qui sit.a.b.h.equalem angulo.c.d.g.protracta linea.b.h.quousq concurrat cum.a.h.in puncto.h.eritq per.32.primi angulus.a.h.b.equalis angulo.c.g.d.& ideo per.4.huius latera duorum triangulorum.g.c.d.&.h.a.b.proportionalia. ⁋ Facio quoq angulum. h.b.k.ducta linea.b.k.equalē angulo.g.d.f.& angulū.k.h.l.ducta linea h.l.equalem angulo.f.d.e.& angulum.b.h.k.ducta linea.h.k.equalem angulo.d.g.f.& angulum.h.k.l.ducta linea.k.l.equalem angulo.d.f.e. eritq perfectus penthagonus qui constituendus erat super lineam.a.b. ⁋ Est.n.equiangulus dato penthagono propter equalitatē angulorū triāgulorum in quos est uterq diuisus. ⁋ Sed & laterum proportionaliū propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quarta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficie



rum penthagonus constitutus super lineam.a b. est similis penthagono dato quod est propositum.

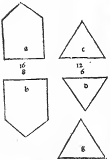


Propositio .20.

Si fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶ Sit uterq; penthagonorum.a b.c.d.e.f.similis penthagono.g.b. k.dico eos esse similes sibi inuicem. ⁋ Est enim uterq; eorum equiangulus penthagono.g b.k. per cõuersionem diffinitiõis similium superficierum: quare sunt equianguli adinuicem. ⁋ Similiter quoq; per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio.a.b.ad.g.b.sicut.a.c.ad.g.k. ⁋ Et.g.b.ad d.e.sicut. g.k. ad.d.f. ⁋ Ergo per equam proportionalitatem.a. b.ad. d e sicut.a. c.ad d.f. ⁋ Eodem modo probabis reliqua latera pẽthagonorum. a.b.c.& d. e.f.continentia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionẽ itaq; similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositũ.

Propositio .21.



Si fuerint quotlibet linee proportiõales atq; super binas & binas similes superficies designentur: ipse quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas & binas similes superficies constitute fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

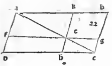
¶ Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d. sitq; proportio. a. ad. b. sicut.c.ad.d.dico ꝙ si superficies similes constituãtur super.a.& b. utpote duo penthagoni similes & alie similes constituantur super.c. & d. utpote duo trianguli similes: erit proportio penthagonorum sicut triãgulorum. ⁋ Quod si fuerint penthagoni similes: & similiter etiam trianguli similes: fueritq; proportio penthagoni ad penthagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico ꝙ erit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ⁋ Subiungatur enim lineis.a. & b.e.& lineis.c.& d.f.in continua proportionalitate: sicut docet. 10.huius.eritq; per.22. quinti & per equam proportionalitatem.a. ad.e. sicut. c. ad.f. ⁋ Quia ergo per correl.17.huius proportio penthagonorum: est sicut.a.ad.e.& triangulorum sicut.c.ad. f. erit proportio penthagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. ¶ Secundum sic patet. Sint duo penthagoni similes: & duo trianguli similes: sitq; proportio penthagonorum sicut triangulorum: dico ꝙ proportio.a.ad. b. est sicut.c.ad.d. ⁋ Sit enim.c.ad.g.sicut.a.ad.b.(hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10 huius).& super.g.fiat sicut docet.19.huius. superficies similis illi que est constituta super lineam.c.eritq; per premissam similis ei que constituta est super lineam d. ⁋ Eritq; etiam per primam partem huius. 21. que proportio penthagoni.a.ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum g.sed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d. ergo per secundam partem.9.quinti triangulus.d.est equalis triangulo.g. Et quia sunt similes: erit linea. g.equalis linee.d. per primam partem. 17. huius cum super lineas.c.d.& g.sint trianguli: uel per secũdam partem.18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotiẽslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq;.c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.

Propositio.22.

Omnes superficies equidistantium laterum: que circa diametrum consistũt toti parallelogramo atq; sibi inuicem sunt similes.

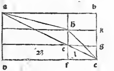
¶ Sit ut in parallelogramo.b.d.cuius diameter. a.c.consistant superficies.g.b.& f.k. equidistantium laterũ circa

diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo & sibiinuicē. ⁊ Est enim per secundam huius. b. g. ad. g. c. ꝭ. d. h. ad. h. c sicut. a. e. ad. e. c. ergo coniunctum b. c. ad. c. g. & d. c. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. quare per. 11. quinti. b. c. ad. c. g. sicut. d. c. ad. c. b. ⁊ Sed etiam sicut. a. b. ad. e. g. cum. a. b. sit equalis d. c. & e. g. h. c. ⁊ Eodem modo erit. a. d. ad d. b. sicut. a. b. ad. e. g. & d. c. ad. h. c. ⁊ Quia ergo ista parallelograma sunt equiangula constat per diffinitionem similium superficierum. g. h. esse simile. b. d. ⁊ Similiquoq; modo probatur. f. k. esse simile eidem: propter hoc q. b. a. ad. a. k. & d. a. ad. a. f. est sicut. c. a. ad. a. e. per secundam huius & coniunctam proportionalitatem: quare per. 20. huius. f. k. est etiam simile. g. h. sicq; patet totum.



Propositio .23.

Si in suo spacio parallelogramum partiale distinctum toti parallelogramo simile, atq; secundū suū illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum cōsistit.
℄ Sit ut in parallelogramo. b. d. sit distinctum parallelogramum. f. g. quod sit sibi simile & secūdum suum eē. 1. participans cum eo in angulo. c. dico q parallelogramum. f. g. consistit circa diametrum parallelogrami. b. d. & est hec conuersa precedentis. ⁊ Producam enim. a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami
a b. d. constat propositum. Sin autem sitᵃ. a. h. c. diameter eius. & ducatur. h. k. equidistans. f. c. eritq; per premissam parallelogramum. f. k. simile parallelogramo. b. d. ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio. b. c. ad. k. c. est sicut. d. c. ad. f. c. ⁊ Sed per eandem conuersionem dicte diffinitionis proportio b. c. ad. g. c. est sicut. d. c. ad. f. c. propter id quod parallelogramum. f. g. positum est simile parallelogramo. b. d. ergo per. 11 quinti proportio. b. c. ad. g. c. est sicut. b. c. ad. k. c. utraq; enim est sicut. d. c. ad. f. c. quare per secundam partem none quinti. g. c. ē equalis. k. c. pars uidelicet toti. quod est impossibile. Erit igitur. a. e. c. diameter parallelogrami. b. d. quod est propositum.

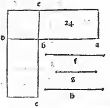


℄ Castigator.

a ℄ Poterat etiam aduersarius dicere q esset. a. l. c. uidelicet infra pūctū. e. Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione. g. c. esset maior. k. c. ut patet.

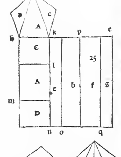
Propositio .24.

Omnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.
℄ Sint due superficies equidistātium laterum. a. c. & e. d. sitq; angulus. b. unius equalis angulo. b. alterius: dico q proportio unius ad alteram producta est ex proportione. a. b. ad. b. d. & c. b. ad. b. e. ⁊ Disponam enim
b has duas superficies penitus sicut disposuiᵇ eas in. 13. huius: adiūcto ad utrāq; parallelogramoᵇ. c. d. ⁊ Et ponam ut proportio linee. f. ad lineam. g. sit sicut. a. b. ad. b. d. & g. ad. h. sicut. c. b. ad. b. e. (qualiter enim hoc fiat. dictum est supra. 10.ᶜ huius) eritq; per primam huius: & 11. quinti. a. c. ad. c.
c d. sicut. f. ad. g. & c. d. ad d. e. sicut. g ad. h. quare per. 22. quinti erit in equa proportionalitate. a. c. ad. d. e. sicut. f. ad. h. & quia. f. ad. h. producitur ex. f. ad. g. & g. ad. h. ut dictum est in fine expositionis. 11. diffinitionis quinti. erit ut. a. c. ad. d. e. producatur ex eisdem: quare constat propositum.

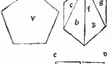


℄ Castigator.

b. ℄. d. a. & c. e. erunt linea una propter ypothe. in angulis & cām in. 13. superius adductā per. 15. primi. & ista facit ad. 7. duodecimi. ℄ Nota qualiter. 10. huius applicetur huic. 24. Nam ibi dicitur q si tribus lineis propositis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut pma ad secundam &c. Et ideo in ista dispositione habes tres lineas. primam. f. ad



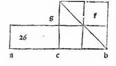
g.secundā g.ad.h tertiā sicut.c.b.ad b.e.que quidem.h.sic p.10. inuenta est. quō habes tres alias lineas: videlicet c.b.primā ad.e.b.secundā et g. tertiā: cum g.tertie inuenta est.h.quarta ad quā ipsa g.tertia se habet in pportione: sicut.c.b.prima ad e.b.secundam: ut patet in ista figura ad modū decime predicte disposita.



Propositio .25.

Date superficiei similem alicꝫ proposite equalem designare.

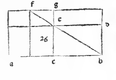
¶ Sint pposite due supficies rectilinee. A.penthagona.B. exagona. uolo facere unam superficiem similem.a.et equalem.b. ⁋ Vtranq̧ propositarū superficierū resoluo in triangulos. ⁋ .A.quidem in triāgulos.c.a.d. ⁋ .B.uero in triāgulos.e.b.f.g. et super basim supficiei.a.que sit.h k.constituo fm doctrinā 44.primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem.c. que sit.h.l.et.l.m.equalem.a.et.m.n.equalem.d. ut sit tota superficies equidistantium laterum.h.n.constituta super basim.h.k.equalis pēthagono. a. ⁋ Eodem modo super lineam.k.n.que est fm latus huius superficiei cōstituo aliam superficiem rectangulā equalem exagono.b.quia facio.k.o. equalem.e.et.o.p.equalem.b.et.p.q.equalē.f.et.q.r.equalem.g.ut sit tota rectangula superficies.n.r.equalis exagono.b. ⁋ Et pono per.9.huius lineam.s.t.pportionalem inter lineam.h.k.et lineam. k.r. et super eā fm doctrinam.19.huius constituo superficiem.u.similē superficiei.a.dico ipsam esse quā querimus et equalem superficiei.b. ⁋ Cum enim tres linee.h.k.s. t.et.k.r.sint continue proportionales.et super primā et secūdam sint cōstitute superficies similes uidelicet.a.et.u.erit per correla.17.huius.a.ad.u.sicut.h.k.ad.k.r.quare per primam huius sicut.h.n.ad.n.r. ⁋ Et ideo p primam partem septime quinti sicut.a.ad.n.r. ⁋ Et pp hoc per secūdam partem eiusdem sicut.a.ad.b.itaq̧ p secundam partem.9.quinti.u. est equalis.b.quod ē ppositū. ¶ Quod etiam possumus ex permutata pportionalitate facile pbare: quia cum sit.a.ad.u sicut.h.n.ad.n.r.erit permutatim a.ad.h.n.sicut.u.ad.n.r. ⁋ Et quia.a.est equalis.h.n.erit.u.equalis.n r.quare.u.est etiam equalis.b.per hanc cōmunem scientiam: queciunq̧ uni et eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ⁋ Nō est aūt necessarium ut superficies.h.l.l.m.et.m.n equidistantium lateꝝ equales triangulis.c.a.d.aut superficies.k.o.o.p.p.q.et.q.r.equales triāgulis.e.b.f.g.sint rectangule: sed ut angulus extrinsecus superficiei.l.m.sit equalis angulo intrinseco supficiei l.h.et extrinsecus.m.n.intrinseco.m.l. ¶ Similiter quoq̧ ut extrinsecus superficiei.k.o.sit equalis intrinseco supficiei.h.n et extrinsecus.o.p. intrinseco.k.o.sicq̧ de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq̧ linearū.k. n.et sibi opposita.h.m.itemq̧.h.r.et sibi opposita.n.q.linea una per ultimam partem.29.primi et per 14.eiusdem: quotiens oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id q̄ oēs supficies.h.l.l.m.et.m.n. Itemq̧.k.o.o.p. p.q.et.q.r.sunt equidistantiū laterum et angulus extrinsecus cuiusq̧ sequētis est equalis intrinseco eā pcedentis: quare due supficies.h.n.et.n. r. erūt equidistātiū laterū et inter lineas equidistantes et equalis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.



Propositio .26.

Super dimidiū date linee parallelogramū designatū maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōplectionē linee simile et super diametrum cōsistens super dimidium collocati.

¶ Sit data linea.a.b.sup cuius dimidiū.c.b. cōstituat parallelogramū.c.d.cuius diameter.b.e.et ad lineā. a. b.applicet parallelogramū.a.f.cuius unū latus secet.e.c.in pūcto.g.itaq̧ ad cōplementū totius linee.a.b.desit supficies.f.b que sit similis supficiei.e. d et consistēs circa diametrū eius. dico nūc q̧ parallelogramū.c.d.ē maius parallelogramo.a.f. ¶ Est enim p primā huius.a.g.equale.g. b.et per.43.primi.c.f.equale.f.d.ergo p hāc cōem scientiā: si equalibus eq̄lia addas etc.

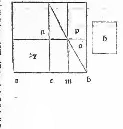


erit gnomo constans ex tribus paralellogramis que sunt .c.f.f.b.&.f.d. equalis paralellogramo .a.f. quare paralellogramũ .c.d. ẽ maius paralellogramo .a.f. in paralellogramo .e.f. q̃d est propositũ. ¶ Idẽ etiã esset si superficies .a.f. fieret altior superficie[a] .c.d. ut videre potes in secunda figura in q̃ etiam per primam huius .a.g. est equale .g.b. demptis itaq; utriq; duobus supplementis superficiei .f.b. excedet paralellogramum .c.d. paralellogramum .a.f. in paralellogramo .f.e.



¶ Castigator.

a ¶ Tunc eẽt econverso quia paralellogramo .a.f. linee .a.b. applicato deest ad cõplectionem totius linee paralellogramum .f.b. quod quidẽ ẽ maius .c.d. super dimidium collocato & sunt similia ex .22. huius. q̃d .f.b. non consistit super diametrũ collocati super dimidiũ utdelicet .c.d. imo ipsũ .c.d. consistit super diametrũ illius .f.b. quod ad cõplementũ linee deest: ut patet. Et ideo cõclusio ista .26. videt sub disiũctione intelligi .s. cui date linee applicato ad complectionem linee deest simile paralelogramũ consistens super diametrum super dimidium collocati vel super cuius diametrũ cõsistit illud sup dimidiũ collocatũ: ut in illa scda figura evidẽter apparet in qua .c.d. cõsistit super diametrũ .f.b. &c. q̃d ẽ cõverso mõ.



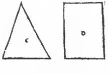
Propositio .27.

Alatera superficie proposita equum ei super quãlibet assignatã lineã paralellogramũ designare cui desit ad complẽdam lineam alij superficiei proposite simile paralellogramum quod sm eiusdẽ suũ cẽ paralellogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

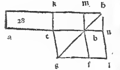
¶ Sit assignata linea .a.b. & propositus triangulus .c. propositumq; paralellogramum .d. volo super lineã .a.b. designare paralellogramum equale triangulo .c. ita q; desit ad complendam lineam .a.b. paralellogramum simile .d & sit ita conditionatum .q; triangulus c non sit maior paralellogramo simili .d. collocato super dimidium linee .a.b. alioquin[a] ad impossibile laboraretur per premissam. ¶ Divido igitur lineam .a.b. per equalia in puncto .e. & sm doctrinam .19. huius: super eius medietatem .e.b. constituo paralellogramum .e.f. simile .d. & complebo super totam lineam .a.b. paralellogramum .b.g. ¶ Quia igitur .c. non est maior paralellogramo .e.f. sed equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit ei equalis erit paralellogramum .e.g. quale intenditur[b] per .36. primi coadiuvante prima pte .9. quinti: & per diffinitionẽ similium superficierum & 20. huius ¶ Si autem minor: sit minor in superficie aliqua cui equalis & similis .d. fiat sm doctrinam .25. huius que sit .h. eritq; .h. similis .e.f. per 20. huius. quare per conversionem diffinitionis equiangula sibi & proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in paralellogramo .e.f. diametrum .b.k. & resecabo latera .k.f. & .e.k. superficiei .e.f. ad mensuram laterum superficiei .h. protractis lineis .l.m. & .n.o. equidistantibus lateribus superficiei .e.f. secantibus se in puncto .p. ut superficies .k.p. sit equalis & similis superficiei .h. ¶ Eritq; per .23. huius punctum .p. in diametro .k.b. ¶ Protracta itaq; .o n. usq; ad .a.g. dico paralellogramum .a.p. eẽ quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee .a.b. paralellogramũ .p.b. q̃d per .21. & .20. huius est simile paralellogramo .d. Sed ipm etiam paralellogramum .a.p. est equale triangulo .c Est enim per primã huius .a.n. equale .n.b. ergo per .43. primi: & hanc communem scientiam si equalibus equalia addas &c. paralellogramum .a.p. est equale gnomoni .n.b.l. & quia iste gnomo est equalis triangulo .c. propter id quod paralellogramum .e.f. positum fuit eẽ maius triãgulo .c. in paralellogramo .h. quod est equale paralellogramo .k.p. patet propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Quia premissa ostẽdit omne palellogrammum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deesser ad com



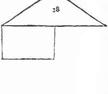
plectionem totius linee unum palellogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrū eiusdem. & ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili. d. collocato sup dimidium date linee esset imposibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date linee deesset unum parallelogramum simile. d. quādo parallelogramū deficiens ad complēdam lineam esset super diametrum collocatū: qm̄ oē tale est maius illo: & sic ad imposibile laboraretur. ut patet qm̄ semper oportet q̄ parallelogramū date linee applicatū sit minus illo super dimidium collocato & non maius &c. b ¶ Quia p. 36. primi. e. g. equatur. e. f. & per ypothe. ēt triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis: & ideo per primam partem. 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem e. f. quia utriusq̄ proportio equalitatis. Et ideo cum utriusq̄ ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equalia uidelicet. e. g. & triangulus. c. cetera sequuntur per diffinitionē & . 20. huius.



Propositio 28.

Super datam lineā date superficiei trilatere equū paralellogramum cōstituere. quod addat super cōplectiōem date linee superficiem equidistātium laterum date superficiei equidistātium laterū similem.

¶ Sit ut prius data linea. a b. & datus triangulus. c. datūq̄ paralellogramum. d. uolo super lineam. a. b. cōstituere paralellogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. paralellogramum simile. d. ¶ Diuido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. & super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. sm̄ quod docet 19. huius. ¶ Et sm̄ doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. b. similem. d. & equalem duabus superficiebus. e. f. & . c ¶ Eritq̄ per. 20. huius. k. l. similis. e. f. ¶ Superposita igitur superficie. k. l. superficiei. e. f. ita q̄ ambe cōmunicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superficiei. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. b. ¶ Cōplebo igitur parallelogramum a. b. quod dico esse quale proponitur. ¶ Quod constat ꝑtractis linea. f. b. usq̄ ad. m. & linea. e. b. usq̄ ad. n. ¶ Est enim per primam & . 36. pmi huius. a. k. equale. k. b. & ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utriq̄. e. b erit per communem scientiam. a. b. equale gnomoni. e. b. f. ¶ Sed iste gnomo est equalis triāgulo. c. quia paralellogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficiebus. c. & . e. f. ergo paralellogramū. a. b. est equale. c. & addit ad complementum linee. a. b. paralellogramum. m. n. qd̄ per. 22. & . 20. huius est simile paralellogramo. d. quare constat perfectum esse quod uolumus. Possimus autem ad lineam datam adiungere paralellogramum equale non solum trilatere superficiei posite. sed & cuilibet rectilinee figure proposite quecūq̄ ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut docet premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad īposibile per ante premissam. ¶ Vel q̄ addat ad complendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit conclusio presens. ¶ Propositam enim superficiem cui equale paralellogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complectionem linee paralelogramum simile paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. & ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. ¶ Hoc autem qualiter fiat: & si scire uolueris. require. 25. huius. ¶ Dehinc si per duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare & superficiei proposite. ¶ Huic ergo triangulo si equale paralellogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum linee aut minuat paralellogramum simile paralellogramo dato secundum q̄ docet hec & premissa: quod propositum erat te perfecisse non dubites.

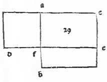


Propositio. 29.

Quamlibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium duoqз extrema secare.

¶ Sit proposita linea .a.b. quam volo diuidere secundum proportionem habentem medium et duo extrema. ¶ Ex ipsa describo quadratũ .b.c. et ad eius latus .a.c. adiungo ſm quod docet premissa paralellogrammum .c.d. equale quadrato .b.c. quod addat ad complementum linee .a.c. paralellogrammum .a.d. quod sit simile .b.c. ¶ Sitqз latus paralellogrami .c.d. quod equidistat .a.c. .d.e. et secet lineam .a.b. in puncto .f. dico lineam .a.b. esse diuisam in pũcto .f. sicut proponitur. ¶ Est enim .a.d. quadratum propter id quod est simile .b.c. ¶ Quare .a.f. est equale .f.d. ¶ Sed et .f.e. est equalis .a.b. propter id quod est equalis .a.c. per .34. primi. ¶ Et quia .c.d. est equale .b.c. dempto utrinqз .c.f. erit .a.d. equale .e.b. et angulus .f. unius angulo .f. alterius ergo p .13. huius laterа sunt mutekefia. ¶ Ergo .e.f. ad .f.d. sicut .a.f. ad .f.b. ¶ Et quia .e.f. est equalis .a.b. et .f.d. .a.f. erit .a.b. ad .a.f. sicut .a.f. ad .f.b. ¶ Ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. ¶ Idem etiam potest demonstrari ex .11. secundi. ¶ Diuidatur enim .a.b. in puncto .f. ſm quod docet .11. secundi sitqз .e.b. quod continetur sub tota .a.b. et eius pte .f.b. itaqз .f.e. sit equalis .a.b. et .a.d. sit quadratum .a.f. ¶ Est itaqз per predictam .11. secundi .e.b. equale .a.d. ¶ Quod restat arguere ut prius per .13. huius. ¶ Vel sic cum .a.b. sit diuisa in puncto .f. secundum quod docet .11. secundi. quod fit ex .a.b. prima in .f.b. tertiam est equale quadrato .a.f. secunde. ergo per secundam partem .16. huius proportio .a.b. prime ad .a.f. secundam est sicut .a.f. secunde ad .f.b. tertiam per diffinitionem itaqз diuisa est .a.b. ut proponitur. ¶ Castigator.

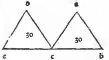
¶ Idem ostendit .11. secundi sub aliis uerbis. et unum ex corelariis .16. noni in numeris et .6. tertii decimi indifferenter in linea et numero et in .10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis cõmendatur talis diuisio.



Propositio 30.

Si fuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continẽtia duobus aliis eorum lateribus equidistent. fuerintqз illa quatuor latera secundum equidistãtiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

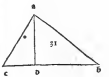
¶ Sint duo trianguli .a.b.c. .d.c.e. constituti sup angulum .a.c.d. sitqз .a.c. equidistans .d.e. et .d.c. .a.b. et sit proportio .a.c. ad .d.e. sicut .a.b. ad .d.c. dico quod due bases eorum .b.c. et .c.e. sunt linea una. ¶ Est enim angulus .a. equalis angulo .d. quia uterqз eorum est equalis angulo .a.c.d. per primã partem .29. primi ¶ Igitur per presentem ypothe. et .6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. et angulus .b. est equalis angulo .d.c.e. et angulus .a.c.b. angulo .e. quare per .32. primi; tres anguli qui sunt ad .c. sunt equales duobus rectis: ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. ¶ Ergo per .14. primi .b.e. est linea una: quod est propositum.



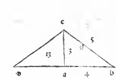
Propositio. 31.

In omni triangulo rectangulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto equalis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineatione et creatione.

¶ Quod pponit penultĩa pmi de superficiebus q̃dratis pponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata q̃drato. ¶ Sit itaqз triangulus rectangulus .a.b.c. cuius angulus .a. sit rectus: dico quod superficies
a constituta super latus .b.c. est equalis duabus superficiebus constitutis super .a.b. et .a.c. cũm omnes tres superficies fuerint [a] similes in figura et situ.

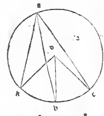


Ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c.eritq; per secundam partem correl.8.huius proportio.b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c.&.c.b.ad.b.a.sicut.b a.ad.d.b. Si itaq; super quamlibet trium linearum.b.c.c.a.&.a b.fiat superficies similis aliis i figura & situ.erit per correl.17.huius proportio superficiei constitute super.b.c.primam.ad constitutam super.c.a. secundam sicut.b.c.prime ad.d.c tertiam & item eiusdem superficiei constitute super.b.c.primam ad constitutam super.a.b.secundam sicut.b.c.prime ad.d.b.tertiam per idem correl. Quare per conuersam proportionalitatem superficiei.a.c.ad superficiem.c.b.sicut c.d.ad.c.b. Et similiter superficiei.a.b.ad.supficiem.b c.sicut.b.d.ad.b.c. Et ponatur a.c.prima &.c.b.secunda & quarta &.c.d.superficies tertia.&.a.b.superficies quinta.&.b.d.superficies sexta.& arguatur per.24.quinti quod pportio superficiei constitute super.b.c.ad duas superficies constitutas super.c.a.&.a b.simul est sicut.b.c.ad.c.d &.d b.simul. Quia igitur.b.c.est equalis duabus lineis.c.d.&.d.b.simul sumptis.erit superficies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.&.a.b.simul sumptis quod est propositum. Conuersam quoq; huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. Sit enim triangulus.a b.c.sitq; superficies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas lineas.a.b.&.a.c.sibi similibus.dico q angulus.a.est rectus. Ponam enim angulum.c.a.d.rectum.& lineam a.d.equalem.a.b.& claudo superficiem ducta linea.d.c.eritq; per hāc.31.superficies constituta super.c.d.equalis duabus constitutis super duas lineas.c.a.&.a.d.sibi similibus.quare etiam constitute super.b.c.sibi similibus hec enim posita est equalis duabus constitutis super a.b.&.a.c.sibi similibus erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare per.8.primi angulus.a.est rectus quod est propositum.

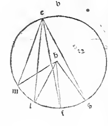


Propositio .32.

In circulis equalibus supra cētrum siue supra circūferentiā anguli cōsistāt.erit angulorū pportio tā q̄ proportio arcuū illos angulos suscipientiū.



Sint circuli.a.b.c.cuius centrum.d.&.e.f.g.cuius centrū.h.eq̄les.si p quoꝝ cētra fiāt duo anguli.b.d.c.&.f.h.g. Et super eorum circūferentias alii duo qui sint.b.a.c.&.f.e.g.dicoq; proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̄ eorum q super circumferentias est sicut arcus.b.c.ad.arcū.f.g. Cōtinuabo.n.illis duobus arcubus alios arcus.eq̄les.siue scd̄m eundem numeꝝ siue scd̄m diuersos. Sitq; arcus.k.b.eq̄lis.b.c.& uterq; duoꝝ arcuū.l.m.&.f.l.eq̄lis.f.g. Et pducam līeas.k.d.k.a.m.b.l.h.m.e.&.l.e. Eruntq; p.26.tertii anguli q sunt ad.d.adiuicē.eq̄les. Similiter quoq; & qui sunt ad.h adiuicē.eq̄les.Idē et de his q sunt ad.a.& de his q sunt ad.e. Sicut igitur arcus.k.c.est multiplex arcus.b c.ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c. Et angulus.k.a.c.anguli.b.a.c.Similiter sicut arcus.m.g.e multiplex arcus.f.g.ita angulus m.h.g.anguli.f.h.g.& angulus.m.e.g.anguli.f.e.g. Sed si arcus.k.c.est eq̄lis arcui.m.g.angulus.k.d.c.est eq̄lis angulo.m.h.g.& angulus.k.a.c.angulo.m.e.g.& si maior maiores.& si minor minores p.26.tertii. Per diffinitiōem itaq; incōtinue pportionalitatis pportio arcus.b.c.ad arcū.f.g.est sicut anguli.b.d.c.ad angulū.f.h.g.& sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g.qd̄ est ppositū. Idē intellige in eodē circulo. a



Castigator.

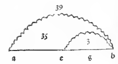
a Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata eq̄litate quēadmodum diximus supra in prima huiusde.36. primi adducta ita accidit in.26.tertii sunt.n.quattuor quātitates angulus.b.d.c.pma angulus.f.h.g. scd̄a arcus b.c.tertia arcus.f.g.quarta &.a.d. pmam & tertiā sumpta sunt eq̄ multiplicia uidelicet dupla.s.angulus.k.d.c.& arcus.k.c.&.ad. scd̄am angulus.m.h.g.triplus ad angulū.f.h.g.& arcus.m.g.triplus ad arcū.f.g.q̄rtam ergo per dictam diffinitionem in cōtinue ppor.& sic de aliis angulis ad.a.&.e.& arcubus eorundem.

Explicit liber sextus.

¶ Septimus Euclidis liber de numeris ⁊ eorum adinuicem
proportionibus ⁊ proportionalitatibus. ex optima Campani
traductione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Se-
pulcri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo. Incipit.

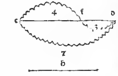
VNitas ē qua vna queq; res vna
dicitur. 2. ¶ Numerus est mul-
titudo ex vnitatibus composita.
3. ¶ Naturalis series numero-
rum dicitur in q̄ secūdum vnita-
tis additionem fit ipsorum com-
putatio. 4. ¶ Differentia nume-
rorum appellatur numerus quo
maior habundat a minore. 5.
¶ Numerus primus dicitur q
sola vnitate metitur. 6. ¶ Nu-
merus compositus dicitur quē
alius numerus metit. 7. ¶ Nu-
meri contra se primi dicuntur. q nullo numero excepta sola vni-
tate numerantur. 8. ¶ Numeri adinuicem compositi siue cō-
municantes dicuntur. quos alius numerus q̄ vnitas metitur
nullusq; eorum est ad alium primus. 9. ¶ Numerus per aliū
multiplicari dicitur q totiēs sibi coacervatur. quotiens in mul-
tiplicante est vnitas. 10. ¶ Productus vero dicitur qui ex eo-
rum multiplicatiōe crescit. 11. ¶ Numerus alium numerare
dr̄ q scd̄m aliquem multiplicatus illum pducit. 12. ¶ Pars
est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem nu-
merat. Et qui numeratur numerātis multiplex appellatur. 13.
¶ Denominās est numerus secūdum quem pars sumitur in
suo toto. 14. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem nume-
ro denominantur. 15. ¶ Prima simpla numeri ps est vnitas.
16. ¶ Sū duo numeri ptes habuerīt eēem tot partes maioris
dicetur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. tote
vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. ¶ Numeri ad numerū
dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est
maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū
q̄ eum continet ⁊ eius partem vel partes. 18. ¶ Cum fuerint
quotlibet numeri continue proportionales dicetur proportio
pmi ad tertium sicut pmi ad scd̄m duplicata. ad quartum vero
triplicata. 19. ¶ Cum continuate fuerint eedem vel diuerse pro-
portiones dicetur pportio pmi ad vltimum ex oībus ɔposita.
20. ¶ Denominatio dr̄ proportionis minoris qdem numeri
ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. que in maiore sūt.
Maioris autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel par-
tes. prout maior superfluit. 21. ¶ Similes siue vna alij eadem
dicunt̄ proportiōes q̄ eandem denoīationem recipiūt. Maior
vo q̄ maiorē. Minor aūt q̄ minorem. 22. ¶ Numeri vo quoꝝ
proportio vna. pportionales appellant̄. 23. ¶ Termini siue ra-
dices dicunt̄ qbus in eadem pportiōe minores sūt ipossibile ē.
1. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet
posse sumi equales prout libet. vel multiplices. 2. ¶ Quotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorē. 3. ¶ Seriē numerorū in infinitum posse procedere. 4. ¶ Nullū numerū in infinitum posse diminui. 1. ¶ Cōmunes animi conceptiones sunt decē. 1. ¶ Omnis pars minor est suo toto. 2. ¶ Quicūq; eiusdē siue equaliū fuerint eque multiplices. ipsi quoq; erūt eq̄les. 3. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorum eque multiplices fuerint equales. & ipsi etiam erūt equales. 4. ¶ Omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata. 5. ¶ Omnis pars est minor q̄ maiorem hȝ denominationem. maior vero que minorem. 6. ¶ Quilibet numerus totus ē ab vnitate. quota pars ipsius est vnitas. 7. ¶ Quicūq; numerus in vnitatē ducitur. seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcunq; ducta, pducit eundē. 8. ¶ Quicunq; numerus numerat duos. numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. ¶ Quicūq; numerus numerat aliquē. numerat oēm numeratū ab illo. 10. ¶ Quicūq; numerus numerat totū & detractum. numerat residuum.



¶ Castigator.

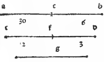
a ¶ Species ille propor. maioris inequalitatis: & p consequēs econuerso s. minoris iequalitatis que numero sunt quinq; videlicet multiplex superparticularis suppartiens. Multiplex superparticularis & multiplex suppartiens ex ista diffi. 20. sumpserunt denoīatonē. Nā cū maioris numeri ad minorē dicatur totū intelligit multiplex per diffi. 2. quinti. Et ideo pma species dicta multiplex: & cum ēt maioris ad minorem dicatur totum & pars intelligitur totū semel & pars unica: & tūc secunda spēs dicta supparticularis cū sexqui. & ēt totū & ptes: & tunc tertia spēs dicta suppartiens & intelligit totū pluries & pars unica: & tūc q̄rta species dicta multiplex superparticularis cū sexqui. & etiā totum pluries & ptes: & tūc quinta spēs dicta multiplex suppartiēs quibus denominationibus preposita ii. sub. dicēdo submultiplex sub superparticularis sub suppartiens &c. tot species minoris inequalitatis numero habebis quot maioris. b ¶ Iste cōceptiōes in. 10. libro respectu q̄titatū in genere quasi ad instar quinti: de quibus in illo agitur. allegātur p similes istis ut dicēdo p similē antepenultime: p similē penultime &c. ut patet in expositione. 9. eiusdē & secūda. c ¶ Proportio dicitur cōponi ex duabus pportionibus qn̄ denominatio illius pportionis pducit ex ductu denominationū illa℞ pportionū unius in alterā Vitellio in sua pspectiua. d ¶ Boe. 2. musice. cap. 9. dicit unitatē numerum cū dicit: maiores uero sunt numeri tres & q̄tuor minores binarius & unitas in maioribus igitur minor: & i minoribus maior pportio cōtinet &c. pportiōes aūt pncipaliter in numeris cōsiderant. I dē in. 4. musice. cap. 1. e ¶ Oium exēpla: diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. ut. 1. respectu senarii & q̄ternarii, ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. &c. semp sunt ipares: ut. 4. 6. 8. 12. 14. &c. et ipares: ut. 15. 21. 33. 39. &c. Vt. 11. & 13. V 17. & 19. & c. 12. & 7. V 20. & 63. V 21. 34. Vt. 4. & 8. V 12. & 16. 15. 21. 33. & 15. 24. 30. 63. ¶ Contra se primi & adinuicē primi. idē importat ut infra uigesimasecūda huius apparet. ¶ Quo℞ sūt q̄ aliquis sit cōpositus & alter nō. & q̄ uterq; sit primus: ut ex. 24. infra apparet: & q̄ ambo sint cōpositi sed nō adinuicē: ut. 20. & 63. ¶ Cōicantes aliq̄n oēs impares. 15. 21. 33. Et oēs pares. 12. 18. 30. & pares & ipares. 15. 24. 33. 36. 63.



Propositio

Si a maiore duorū numerorū minor detrahatur: donec minus eo supersit. Ac deide de minore ipsum reliquū donec minus eo relinq̄tur. Itēq; a reliquo primo reliquū sui quousq; minus eo superfit: atq; in huiuscemodi cōtinua detractōe nullus fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

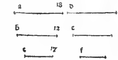
¶ Sint duo numeri.a.b.&.c.d.c.d.minor detrahaturq.c.d.ex.a.b.quotiens potest: & sit residuum.e.b.qui erit minor.c.d.alioquin posset ex ipso adhuc detrahi.c.d.detrahatur & ipse.e.b.ex.c.d.quotiens potest.sitq residuum.f.d.sed &.f.d.detrahatur ex.e.b.quotiens potest: & sit residuum g.b.q sit unitas.dico tunc duos numeros.a.b.&.c.d.esse contra se p̄mos. Si enim sint compositi numerabit cos communiter per diffinitionē aliquis numerus preter unitatem qui sit.b. ¶ Et quia.h.numerat.c.d.numerabit.a.e.per penultimam conceptionem: & quia idem numerat.a.b.numerabit etiam.e.b.per ultimam conceptiōem.ergo &.c.f.per penultimā. quare &.f.d.per ultimam.ergo &.g.e.per penultimam.ergo &.g.b.per ultimam. & quia.g.b.est unitas: sequitur numerum esse partem unitatis uel sibi equalem: quod est imposibile. ¶ Erunt igitur.a.b.&.c.d.contra se p̄mi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri.a.b.&.c.d.sint contra se primi.nō erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractione fuerit status anteq̄ perueniatur ad unitatē sit ut.g.b.sit numerus qui detrahatur ab.f.d.& nihil sit residuum.igitur.g.b.numerat.f.d.ergo per penultimam cōceptionem numerat &.e.g.& qa etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam cōceptionē totum.e.b.ergo per penultimam numerat.c.f.sed ostensum est prius q numerat.f.d.ergo per antepenultimam numerat totum.c.d.quare p penultimam numerat.a.c.& quia ostēsum est prius q etiam numerat.c.b.sequitur per antepenultimam ut etiam numeret.a.b.quia igitur numerus.g.b.numerat utrūq duorum numerorum.a.b.&.c.d.numeri.a.b.&.c.d.sunt compositi: non igitur contra se primi quod est cōtra ypothe. ¶ Per hāc ergo uiam propositis quibusq duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem: ipsi sunt contra se primi. Si autem fit status anteq̄ perueniatur ad unitatem ipsi sint compositi.



Propositio. .2.

Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cōmunem eos numerātem inuenire. Unde manifestum est q omnis numerus duos numeros numerās numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi.a.b.&.c.d.minor.c.d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem.uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantē. Secundum modum & similitudinem prioris minuo minorem de maiori quoad possum.uidelicet.c.d.de.a.b.& sit residuum.e.b. ¶ Itemq.e.b.de.c.d.quoad possum: & sit residuum.f.d.& quia huius diminutio nō potest fieri infinities per ultimam petitionem: nec potest etiam ad unitatē peruenire in proposito per precedentem: (quia tunc essent numeri ppositi contra se primi): quod est contra ypothe. ¶ Sit ut cum detraxero.f.d.ex.e.b.quoad potero q nihil sit residuum.dico tunc.f.d.esse maximum numerum numerantem.a.b.&.c.d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam & antepenultimam cōceptionem alternatim quotiēs oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedentis. ¶ Numerat enim.f.d.e.b.quia cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil sit residuū ergo &.c.f.per penultimam conceptionem: ergo &.c.d.per antepenultimam: quare &.a.e.per penultimā igitur & a.b.per antepenultimā. ¶ Q autem nullus maior.f.d.numeret a.b.&.c.d.sic patet. ¶ Si enim fieri potest: sit numerus.g.maior.f.d.numerās utrunq duorum numerorum.a.b.&.c.d. ¶ Quia igitur.g.numerat.c.d.numerabit per penul.concep.a.e.& quia numerat.a.b.numerabit per ultimam.e.b.ergo per penul.numerat c.f.& quia etiam numerat.c.d.numerabit per ultimam.f.d.maior uidelicet minorem: quod est iposibile. ¶ Ex hoc scdo pcessu liquet correl.

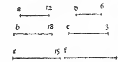


Propositio .3.

Propositis tribus numeris adinuicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̄ hanc tertiam conclusionem demonstremus demonstrandum arbitramur ipsius añs uidelicet propositis tribus numeris q̄liter poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq̃ tres numeri .a.b.c. de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquiro an duo primi qui sunt .a. & .b. sint adinuicē primi: quod si sic non erūt .a.b.c. adinuicem compositi per diffinitiōem. ¶ Si autem .a. & .b. sunt adinuicem compositi: sit per precedentem .d. maximus numerus eos numerans: qui si numerat .c. erunt per diffinitionem .a.b.c. adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum .sed ipsi .c. & .d. quidem sunt contra se primi .non erunt .a.b.c. adinuicem compositi. Nā quicūq̃ numeraret eos numeraret ēt .d. per correl. precedētis. sicq̃ essent .d. & .c. compositi quod est contra ypothe. ¶ Si autem .c. & .d. sunt compositi erunt etiam .a.b.c. adiuicem compositi. ¶ Sit enim per premissam .e. maximus numerās a
c. & .d. qui etiam p̄ penul. concep. numerabit .a. & .b. quare per diffinitionem .a.b.c. sunt adinuicem compositi. ¶ Simili quoq̃ modo scietur ꝓpositis quotlibet pluribus q̄ tribus an omnes sint adinuicem compositi. ¶ Propositis itaq̃ tribus qui sint adinuicem compositi . qui etiam sint .a.b.c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. ¶ Sumo ſm doctrinam premisse .d. maximum numerantem .a. & .b. qui si numerat .c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis sequetur maiorem numerare minorem . ¶ Si autem non numerat .c. erunt tamen .b. c. & .d. adinuicem compositi per ypothe . & correl. precedentis b
& diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans .e. dico .e. esse maximum numerantem .a.b.c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc ult. ypothe. que est ipsum esse maximum numerantem .c. & .d. & per pēult. concep. ¶ Et q̄ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri .f. maior .e. qui numeret .a.b.c. qui cum numeret .a. & .b. numerabit per correl. premisse .d. & quia etiam numerat .c. numerabit per idem correl. .e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior .e. numerās .a.b.c. quod est propositum. ¶ Simili quoq̃ modo inuenietur maximus numerus numerās quotlibet plures tribus adinuicem compositos: unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

¶ Ex ultimo aūt huius demōstrationis ꝓcessu possumus ēt istud correl. huic tertie conclusioni adiūcere. ¶ Vñ manifestum est q̄ oīs numerus numerans quotlibet adinuicem compositos: numerat maximum numerantem eos omnes. & etiā maximos numerantes binos & binos eorum.



¶ Castigator

a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicūq̃ numerus numeraret c. & .d. numeraret ēt .a. & .b. qm̄ .d. iam numerat .a. & .b. ergo ꝑ penultimā .a.b.c. essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cū sint .a.b.c. adinuicem compositi erit aliq̃s numerus eos cōiter numerās & cū .d. sit maximus numerans .a. & .b. sequitur q̄ ille numerus cōiter numerās illos tres q̄ numeret etiam .d. per correl. precedentis & per consequēs .d. & .c. sunt etiam adinuicem cōpositi.



Propositio .4.

Omnium duorum numerorum inequalium minor maioris aut pars est: aut partes.

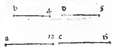
¶ Sint duo numeri .a. & .b. b. minor. dico q̄ .b. est pars uel ptes .a. Aut n. b. numerat .a. aut non . ¶ Si numerat pars eius est ꝑ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut non: si nō sunt adinuicē primi habebunt per diffinitionem partem cōem: que quotiens fuerit in .b. tot

partes.a.dicetur esse.per diffinitionē. ¶ Si autem sint adinuicem primi quia tñ oīs numeri pars est unitas ab ipso denominata. patet idē per unitates.

Propositio .5.

Si fuerint quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

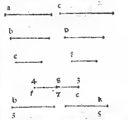
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium nō indigere sed per se ipsos stare: partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitatibus in generē: proponit per hāc quintam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitq, b.tota pars.a.quota.d.c.dico quod.b.&.d.pariter accepti sunt tota pars.a.& c.pariter acceptorum: quota.b.est.a. ¶ Diuisis enim.a.&.c.secundum quantitatem.b.&.d.argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erit enim ut totidem sint partes.a.quot.c.per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte.a.& prima.c.sit equale aggregato ex.b.&.d. ¶ Similiter quoq, & aggregatū ex secunda parte.a.& secunda.c. ¶ Et quia hec aggregatio toties potest fieri quotiens continetur.b.in.a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex.b.&.d.totiens contineatur in aggregato ex.a.&.c.quotiens.b continetur in.a.quare constat propositum.

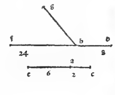


Propositio .6.

Si fuerit quatuor numeri quorum primus tote partes secūdi quote tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tote partes secundi & quarti pariter acceptorum.quote primus secundi

¶ Quod proposuit premissa de parte: proponit ista de partibus. ¶ Sint itaq, ut prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitq, ut.b.sit tot & tote partes.a.quot & quote.d.est.c.dico quod.b.&.d.pariter accepti, erunt tot & tote partes.a.&.c.pariter acceptorum: quot & quote.b.ē.a. ¶ Dico autem tot & totas: quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur: quorum alter numerator dicitur alter denominator: ut cum dicimus tres quinte: ternarius numerat: quinarius denominat. ¶ Quia igitur.b.ē partes.a.sit ut sint partes eius numerate ab.h.& denominate a.k. eritq, similiter per positionem.d.partes.c.numerate ab.h.& denominate a.k. Vna itaq, partium.b.sit.e.& una partium.d.sit.f. eritq, per ypothe.e. pars.b.denominata ab.h.& pars.a.denominata a.k. ¶ Similiter quoq, &.f.erit pars.d.secundum.h.& pars.c.secundum.k. ¶ Compositus igitur ex.e.& f.sit.g.eritq, per premissam.g.pars.b.&.d. pariter acceptorum secundum.h. ¶ Itemq, per eandem erit pars.a.&.c.pariter acceptorum secundum.k. ¶ Quare per.16.diffinitionem erunt.b.&.d. pariter accepti partes.a.&.c pariter acceptorum numerate ab.h.&. denominate a.k.eo quod eorum communis pars est.g.minoris secūdū.h.& maioris sm.k. & ita sic erat.b.a.constat propositum. ¶ Potes autem & per hanc & premissam quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: quod si quotlibet numeri minores ad totidē maiores cōparētur fuerintq, singuli singulorum tota pars aut partes: quota uel quote primus secundi: erūt quoq, omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundi. quod facile probatur per hanc & premissam quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum que hic proponit ex.15.quinti: facile demōstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum: alter enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principiis: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.





Propositio .7.

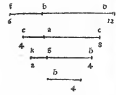
SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars detrahaturque ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti de quātitatibus in genere. ¶ Sit itaque ut quota pars est totus.a.totius.b ⁋ Totus sit.c.detractus ab.a.d.detracti a.b.dico quod tota erit.e.residuus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b. ⁋ Et hec est quasi conuersa quinte. ⁋ Sit enim per petitiōem.e.tota pars.g.quota.c.est.d. ⁋ Eritque per.5.tota pars.a.compositi ex.g.et.d quota est.c.d.quare et quota est.a.b. ⁋ Igitur per secundam cōceptionem compositus.ex.g.et.d.est equalis.b. ⁋ Dempto itaque ab utroque numero.d.erit.g.equalis.f.quare erit.e.tota pars.f.quota est.a.b.tota.nā erat.e.g.quod est propositum.

Propositio .8.

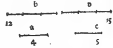
SI a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eedem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. ⁋ Ut si sit quot et quote partes ē totus.a.totius.b.tot et tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.e.residuus.a.tot et tote ptes.f.residui.b.quot et quote est.a.b. ⁋ Sit enim.g.una ptium.a. ⁋ Et.h.una ptium.c.eritque propter ypoth.g.tota pars.a.quota.h.c.et tota.b.quota.h.d. ⁋ Detrahatur igitur.h.de.g.et remaneat.k.eritque.k.per premissam tota pars.e.quota.g.a.et tota.f.per eandem quota.g.b. ⁋ Quia igitur.e.et.f.habent partem cōem que est.k.erit per.16.diffinitionem.e.partes.f.tot quidem quota pars est.k.e.et tote quota est.k.f.et.quia tot et tote erat.a.b.patet ppositum.



¶ Castigator.

¶ Quoniam in casu isto.a.fuit posita due tertie ipsius.b.et cum.g.sit una partium.a.ipse erit una tertia ipsius b.et erit una medietas ipsius.a.eadē ratione.b.erit medietas.c.et tertia totius.d.nunc sunt duo numeri.g.minor.b.maior.g.est pars.b.sicut.b.d.per premissam.k.residuus.g.est tota part.f.residui.b.quota.g.totus totius b.s.tertia que quidem tertia denominatur a ternario et iterum.g.est medietas ipsius.a.et.h.detractus.a g.est medietas.c.detracti.ab.a.sequitur per eandem premissam ut.k.residuus.g.sit medietas.e.residui.a.que quidem medietas denominatur a binario et sic.k.est pars communis.f.et.e.ergo.per.16.diffinitionē tot ptes.e.est totius.f.quotiens.k.continetur.in.e.et tote quotiens.k.continetur in.f.maiore sed in.f.continetur ter.et in.e.bis ergo sunt due tertie et idō concluditur in fine et quia tot et tote erat.a.b.patet propositum quia positum fuit quod.a.esset due tertie totius.b.et cetera. Parimodo sequeretur si positus fuisset tres quarte uel.quatuor quinte ipsius.b.et cetera.



Propositio .9.

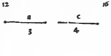
SI fuerint quatuor numeri quorum primus secundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes pmus tertii quota pars aut partes secundus quarti.

¶ Sit.a.primus tota pars.b.secundi quota.c.tertius.d.quarti.sintque a et.b.minores.c.et.d. ¶ Aliter enim esset conuerso ei quod proponit. ¶ Dico quod quota pars uel partes est.a.c.tota uel tote est.b.d. ¶ Diuidantur enim.b.quidem fm quantitatem.a.d.uero fm.c.eruntque per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d. ¶ Et quia unaqueque partium.b.est equalis.a.et unaqueque d.c. ¶ Est autem.a.c.pars aut partes per presentem ypoth.et per quartam. ¶ Erit unaqueque partium.b.sue comparis ex partibus.d.ut prima prime. ¶ Secunda secunde: sicque de ceteris. ¶ Tota pars aut partes quota uel quote est.a.c. ¶ Per.5.igitur uel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas erit tota pars aut

partes.b.d.quota uel quote est.a.c.quod est propositum.

Propositio .10.

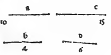
Si fuerint quatuor numeri: quorũ primus tote ptes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.



¶ Sint quatuor numeri ut prius quorũ similiter minores sint.a.&.b.sitq̃.a.tote partes.b. quote.c. est. d. dico q̃ quota pars aut partes est.a.c.tota uel tote est.b.d. ¶ Diuidãtur enim minores in partes illas qui sunt.a.&.c. eruntq̃ per presentem hypothe.tot partes.a.quot.c. ¶ Et quia unaqueq̃ ex partibus.a.ẽ tota pars.b. quota quelibet ex partibus.c.est.d. ¶ Hoc enim habemus ex nostra ypothe. erit permutatim per premissam: ut quota pars aut partes ẽ.b.d. tota uel tote sit una queq̃ ex partibus.a.sue comparis ex partibus.c ¶ Per quintam igit uel sextam sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes.b.d.quota uel quote est.a.c.quod est propositum.

Propositio .11.

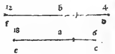
Si fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundo & tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota vel quote q̃rtus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quote quartus tertij: q̃tuor numeros pportionales esse conueniet.



¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintq̃.a.&.c.maiores: dico q̃ quota pars aut partes est.b.a.tota uel tote est.d.c & econuerso. ¶ Erit enim p conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiẽs. b.in.a. totiens sit.d.in.c.& si qua pars aut partes.b.superfluũt in.a. tota pars aut partes.d.superfluant in.c sit itaq̃ contineatur.b.in.a.sine superfluitate partis: quia totiens sine superfluitate continetur.d.in.c.erit per diffinitionẽ similiũ partium: quota pars.b.a.tota.d.c.q̃ si quotienslibet cõtinetur.b. in.a.cum superfluitate partis: quia totiens continetur. d. in.c.cum superfluitate similis partis distincto.a.sm.b. ut superfluat.e.atq̃.c.sm.d.ut superfluat.f.erit tota pars.e.b.quota.f.d. ¶ At quia totiens continetur.b.
a in differentia. a.ad.e.quotiens. d in differentia.c. ad.f. erit per * communem scientiam totiens.e.in.a. quotiens. f. in. e. ¶ Cum igitur.a. & .b. habeant. e. partem communem: similiter.c.&.d.f. sit itaq̃. e. in. b. quotiens.f.in.d.itemq̃.e. in.'a. quotiens. f.in.c. erit per. 16. diffinitionem.b.tot & tote partes.a quot & quote.d.c. ¶ Si autem. b. quotienslibet continetur in.a cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens cõtinetur.d.in.c cum superfluitate totidem & similium partium: distincto a.sm.b.ut superflat.e.similiter.c sm.d ut superfluat.f. erit.e. tot & tote partes.b.quot & quote.f.d. ¶ Sumpta itaq̃ una ex ipsis argumentãdum: ut prius: sicq̃ patet primum. ¶ Secundum sic sit.b.a.tota pars aut partes quota uel quote.d.c.dico q̃ erit pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ¶ Si enim est tota pars constat propositum. ¶ Si autem tote partes diuisis eis sm partes illas patebit totiens esse.b.in.a.quotiens.d.in.c. & totam partem aut partes.b.superfluere in.a.quotã aut quote.d.superfluunt in.c.per diffinitionem itaq̃ est proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicq̃ liquet totum.

¶ Castigator.

a ¶ Scilicet per secundam quicunq̃ eiusdem sunt equalium &c. Quia cum.e.&.f.sint partes similes.b.&.d.per diffinitionem.14. ab eodem numero denominantur: & per consequens numerus sm quem.e. cõtinetur in.b.est equalis numero sm quem.f.continetur in. d.tunc per communem scientiam dictam.differentia.a.ad.e.& differentia.f.ad. c. cum sint equalium eque multiplices.hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur.e.totiens contineri in.a.quotiens.f.in.c.



Propositio .12.

Si a duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

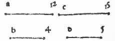
¶ Quod proposuit Euclides in .19. quinti de quantitatibus in genere: proponit hic de numeris. ¶ Ut si sit proportio totius .a. ad totum .b. sicut .c. detracti ab .a. ad .d. detractum a .b. erit .e. residui .a. ad .f. residuum .d. sicut .a. ad .b. ⁋ Si .n. a. sit minor .b. erit per presentem ypoth. et per conversionem diffinitionis .c. tota pars aut partes .d. quota uel quote est .a. b. per .7. igitur uel .8. erit .e. tota pars aut partes .f. quota uel quote est .a. b. per diffinitionem igitur erit proportio una: quod est propositum. ⁋ Quod si .a. sit maior .b. erit per primam partem premisse quota pars aut partes .b. a. tota uel tote .d. c. quare per .7. uel .8. tota uel tote erit .f. e. itaque per secundam partem premisse .e. ad .f. sicut .a. ad .b. quare constat propositum. ⁋ Cedunt autem huic .7. et .8. hec enim sola quia ambe ille continet. ⁋ Volunt autem quidam secundam partem huius probare per .19. quinti: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista proponat particulariter quod illa universaliter uane illa demonstrata in quinto proposuisset hanc hic in septimo. Et quia iterum non demonstrat eam simpliciter per .19. quinti. At uero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius cum illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatam quam infra demonstrat in numeris. Existimo autem et rationabiliter conuinci uidetur Euclidem quem uultum demonstratoris arithmetici gratia decimi in quo sine numerorum aliqua precognitione transire non poterat constat assumere. ¶ Idcirco plurima eorum que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstranda de numeris: quoniam per alia principia propria uidelicet numerorum quam magis nota sunt intellectui quam ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quantitatum incommunicantium difficilia sunt: principia uero numerorum magis ultro se intellectui applicant: faciliusque quam illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.



Propositio .13.

Si fuerint quotlibet numeri proportionales quantus erit unus antecedens ad suum consequentem: tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod proponit Euclides per .13. quinti de quantitatibus in genere proponit per hanc de numeris. ¶ Ut si sint .a. b. et .c. d. et .e. f. proportionales dico quod que est proportio .a. ad .b. ea est quam .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos. ¶ Si enim .a. c. e. sint minores .b. d. f. erit per conuersionem diffinitionis quota pars aut partes .a. b. tota uel tote .c. d. et .e. f. ¶ Per .5. ergo uel per .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes .a. b. tota uel tote .a. c. e. pariter accepti .b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionem proportio una. ¶ Si autem .a. c. e. sint maiores .b. d. f. erit per primam partem .11. quota pars uel partes .b. a. tota uel tote .d. c. et .f. e. ¶ Per .5. ergo uel .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes .b. a. tota uel tote .b. d. f. pariter accepti .a. c. e. pariter acceptorum. itaque per secundam partem .11. proportio .a. ad .b. sicut .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

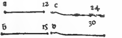


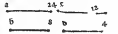
Propositio .14.

Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoque proportionales erunt.

⁋ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per .16. quinti in quantitatibus in genere et proponit hic demonstrandum in numeris. ¶ Ut si sit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit permutatim .a. ad .c. sicut .b. ad .d. ¶ Erit enim .a. maior .b. aut minor: similiter quoque et maior .c. aut minor. ¶ Sit itaque primo minor utroque: erit ergo per presentem

ypothe. & conuersionem diffinitionis.a.tota pars aut partes.b.quota uel quote.c.d per.9.itaq; uel.10.erit pmutatim.a.tota pars aut partes.c.quota uel quote.b.d.quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur.a. maior utroq; eritq; per primam partem.11.ut quota pars aut partes est.b a.tota uel tote sit.d.c.quare per.9.uel.10.tota pars aut partes erit.d.b.quota uel quote.c.a.igitur per secundam partem.11.erit.a.ad.c.sicut.b.ad.d. ¶ Sit tertio.a.maior.b.& minor.c.eritq; per primam partem.11.tota ps aut partes.b.a.quota uel quote.d.c.quare per.9.uel.10.quota uel quote e a.c.tota uel tote erit.b.d.per diffinitionem itaq; proportio una. ¶ Vltimo quoq; sit.a.minor.b.maiorq;.c.eritq; ut tota pars aut partes sit.c.d. quota uel quote est. a.b.per.9.itaq; uel.10.erit tota uel tote.d.b.quota uel quote.c.a.q̄re per secūdam ptem.11.b.ad.d.sicut.a.ad c.sicq; cōstat propositum. ¶ Huic autem cedūt.9.&.10.quia hec sola quod ambe ille pponit.

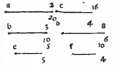


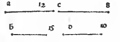


Propositio .15.

Si fuerint quotlibet numeri aliiq; secundum eorum numerum omnes eorum duo ex prioribus secundum proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportione equalitatis proportionales erunt.

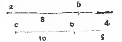
¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per.22. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per.23.quinti de quantitatibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrādum in numeris: sed eam demonstrabimus infra sup.19.huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demōstratum est p.11.quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni equales uel eedem ipsas e sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si.a.ad.c.&.e.ad.f.sit sicut.b.ad.d.erit tam.a.c.q̄.e.f.tota ps aut partes quota uel quote.b.d. ¶ Aut totiens continebit.a.c.&.e.f.quotiens.b d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent.c.in.a.&.f.in.e.quota uel quote.d. in b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est.a.c.tota uel tote est.e.f. ¶ Aut quotiēs.a.continet.c.totiens e.f. ¶ Et quota pars aut partes.c.superfluunt.in.a.tota uel tote.f.in.e. ¶ Erit per diffinitionem.a.ad.c.sicut e.ad f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri.a.b c.& alii totidem.c.d.f. sitq;.a.ad.b.sicut.c.ad.d &.b.ad.c.sicut.d.ad.f. ¶ Dico q erit in equa proportionalitate.a.ad.e.sicut.c.ad f. ¶ Erit enim per premissam.a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed &.b.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.a.ad.c.sicut.e.ad.f. ¶ Igitur per eandem.a.ad.e.sicut.c.ad f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq; constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa: coniuncta: disiuncta: euersa: nō proponit demonstrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas auctor tanq̄ facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq; demonstrabimus conuersam: ut si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d. dico q erit econuerso.b.ad.a.sicut d.ad.c. ¶ Si enim fuerit.a.minor.b.tūc quoq; erit c.minor.d.& tota pars aut partes.a.b.quota uel quote.c.d.quare per secūdam partem.11.erit.b.ad.a sicut.d.ad.c. ¶ Si autem fuerit.a.maior.b. erit quoq; & c.maior.d.& per primam partem.11.b.tota pars aut partes.a.quota uel quote.d.c.per diffinitionem igitur.b.ad.a.sicut.d.ad.c.





¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere.

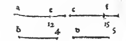
¶ Vt si sit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ¶ Erit enī permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d. ¶ Et per.11.sicut.a.ad.c. ¶ Quia ergo.a.ad.c.sicut.b.ad.d.erit permutatim.a.ad.b sicut.c.ad.d.



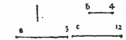
¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre.

¶ Vt si sit.a.ad.b sicut.c ad.d.erit.a.b.ad.b.sicut.c.d ad.d. ¶ Erit enim permutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.quare per.13.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d. permutatim igitur erit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.

¶ Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.
¶ Vt si sit.a.b ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. Erit.n. permutatim.a.b.ad c.d.sicut.b.ad.d.quare per.11.sicut.a.ad.c.permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. Patet itaq; totum. Ex his quoq; leue est demonstrare in numeris ꝙ Euclides proponit per.24.quinti de quantitatibus in genere uidelicet ꝙ. ¶ Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq; ad secundũ sicut sexti ad quartum:erit proportio primi ⁊ quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij ⁊ sexti ad quartum.

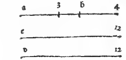


¶ Vt si sit.a.ad b.sicut.c.ad.d.itemq;.e.ad.b.sicut.f.ad.d.erunt.a.⁊.e.pariter accepti ad.b.sicut.c.⁊.f.pariter accepti ad.d. Erit enim per conuersam proportiõalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e sicut.c.ad.f.ergo coniunctim.a.⁊.e.ad.e.sicut.c ⁊.f.ad f. Itaq; per equam proportionalitatem.a.⁊.e.ad b.sicut.c.⁊.f.ad.d.qđ est propositum. Eodemq; modo probabis econuerso. Si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itemq;.b.ad.e.sicut.d.ad.f. Erit b.ad.a.⁊.e sicut.d.ad.c.⁊ f. Erit enim per conuersam proportionalitatem.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Quare per equam.a.ad.e.sicut.c.ad.f. Et coniunctim.a.⁊.e.ad.e.sicut.c.⁊.f.ad.f.igitur econuerso.e.ad.a.⁊.e sicut.f.ad.c.⁊.f. Per equam itaq; proportionalitatem erit.b.ad.a.⁊.e.sicut d.ad.c.⁊.f.quod erat propositum. Ex hoc[a] quoq; manifestum est ꝙ si fuerit proportio quotlibet numeroꝝ ad primum sicut totidem alioꝝ ad secundũ.erit aggregati ex oĩbus antecedentibus ad ꝑmum ad primum sicut aggregati ex oĩbus antecedentibus ad secũdum:ad secũdũ. Itẽq; ecõuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secũdi ad totidẽ alios:erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum: sicut secundi ad aggregatũ ex omnibus consequentibus ad ipsum. a



¶ Castigator.

a ¶ Et hoc quia semper habentur.6.numeri.quoꝝ primus ad secundum sicut tertius ad quartũ ⁊ quintus ad secũdum:sicut sextus ad quartũ: ⁊ sic primus ⁊ quintus dicuntur antecedentes ad secundum:⁊ tertius ⁊ sextus antecedẽtes ad quartũ: ⁊ sic ẽt dñr eoꝝ cõsequentes.⁊ iõ aggregatũ ex primo ⁊ qnto fit unus numerus ⁊ aggregatũ ex tertio ⁊ sexto fit alius ⁊ ulterius accipit̃ unus alius numerus ꝑ qnto ad primũ:⁊ illud aggregatũ hr̃ ꝑ primo ad secundũ ⁊ unus alius pro tertio ad quartum:⁊ illud aggregatũ habet̃ pro sexto ⁊ sic in infinitum ⁊ ecõuerso ⁊c.⁊ patet correlarium.



Propositio .16.

Si numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum:erit quoq; permutatim ut quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

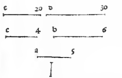
¶ Vt si sit unitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit ꝑmutatim unitas ad.b.sicut.a.ad c. ¶ Nõ superfluit aũt hec demonstrata ꝑmutata ꝓportione:nõ enim ex illa põt cõcludi quod hic ꝓponitur. Nam illa demonstrata est de.4.numeris ꝓportionalibus:unitas uero nõ est numerus per diffinitionẽ. ¶ Hoc ergo mõ pateat propositum. ¶ Diuidat̃ a.ꝑ unitates ⁊.c.ꝑm quantitatẽ.b.eruntq; per presintẽ ypothe. tot partes a.quot c. ¶ Et quia unaqueq; partiũ.a.est unitas ⁊ unaq̃q; ꝑtium.c.ẽ eq̃lis.b.erit ut quotiens unitas in.b.totiẽs unaqueq; ꝑtiũ.a.in sua cõpari ex ꝑtibus.c. ¶ Per modũ itaq; demõstrationis.S.sequet̃ totiẽs esse.a.i.c.quotiens unitas in b.quod est ꝓpositum.

Propositio .17.

Si duo numeri se inuicem multiplicantes...

¶ Sicut si ex.a.in.b.ꝓueniat.c.⁊ ex.b.in.a.ꝓueniat.d.erunt c ⁊.d.equales. ¶ Cũ enim.b.multiplicatus per.a.ꝓducat.c.erit ꝑ cõuersionem diffinitionis.b.in.c quotiẽs

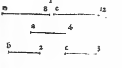
unitas in.a.ergo per premissam erit.a.in.c.quotiēs unitas in.b. ⁋ Et q̄a totiens est.a.etiā in.d.quia ex.b.in.a.fit.d.sequitur ut totiens sit.a.in.c.quotiēs in.d. ⁋ Per concep.igitur.c.&.d.sunt similes. ⁋ Possumus quoq̄ hanc conclusionē alio modo pponere. ⁋ Si duoꝝ numeroꝝ uterq̄ ducatur in alteꝝ idem numerus utrobiq̄ pueniet. ⁋ Vt si ex.a.in.b.pueniat c.idem et ex.b.in.a.pueniet. ⁋ Quia enim ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius p cōuersionē diffinitionis.b.in.c.quotiens unitas in.a.Et permutatim per pmissam.a.in.c.quotiēs unitas in.b. ⁋ Quia igitur.a.totiēs sibi coacervatur in.c.quotiēs in.b.est unitas:sequit̄ p diffinitionē q̄ ex.b.in.a.fit.c.



Propositio .18.

Si unus numerus in duos ducatur:tātus erit duorum inde pductorum alter ad alterum:quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

Multiplicet.a.utrunq̄ duoꝝ numeroꝝ.b.&.c.& prouenīat.d.&.e.dico q̄ erit pportio.d.ad.e.sicut.b.ad.c. ⁋ Sequitur enim p cōuersionē diffinitionis eius q̄d est multiplicari ut.b.in.d.&.c.in.e.sit quotiēs unitas in a.quare p diffinitionē pportio.d.ad.b.est sicut.e.ad.c. ⁋ Equaliter enim eos cōtinēt:quia quotiens.a.unitatē. ⁋ Ergo pmutatim.d.ad.e.sicut b.ad.c.q̄d ē propositum.

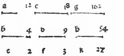


Propositio .19.

Si duo numeri unū multiplicent:erit pportio duorū inde pductorum tanq̄ duorum multiplicātiū.

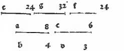
Ex conuersione antecedentis premisse cōcluditur hec eadē passio que in premissa. ⁋ Vt si uterq̄ duorum numerorum.b.&.c.multiplicet.a.& pueniāt.d.&.e.erit.d.ad.e.sicut b.ad.c. ⁋ Erit enī p ante premissam.ut ex.a.i.b.&.c.fiant.d.&.e.quare p premissam.d.ad.e.sicut.b.ad.c.quod est propositū.

Potes aūt q̄d pponit p hāc & premissam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. ⁋ Quod si unus multiplicet quotlibet erit pductorū & multiplicatoꝝ una pportio. ⁋ Similiter quoq̄ si quotlibet multiplicent unū erit pductorum & multiplicātiū una pportio. ⁋ Quod p hāc & premissam quotiens oportuerit repetitas facile pbabis. ⁋ Hic aūt ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equā pportionalitatē in quotlibet numeris duorū ordinum indirecte pportionalitatis quam demonstrat Euclides p.23.quinti in quantitatibus in genere:dicimus igitur q̄m.



Si quotlibet numeri totidē a'iis fuerint indirecte pportionales extremi quoq̄ in eadē pportione pportionales erunt.

Vt si sit.a.ad b.sicut.d.ad.f. ⁋ Et.b.ad.e.sicut.c.ad.d. ⁋ Erit.a.ad.e.sicut.c.ad.f. ⁋ Ducatur enim.c.in.d.&.f. ⁋ Et pueniant.g.&.h. ⁋ Eritq̄ per premissam.g.ad.h.sicut.d.ad.f. ⁋ Quare & sicut.a.ad.b. ⁋ Ducatur itē.f.in.d.et proueniat.k. ⁋ Eritq̄ p hanc.19.g.ad.k.sicut.c.ad f. ⁋ Et quia ex f.in.d.fit.k.fiet idē ecōuerso p.17.ex.d.in.f ⁋ Quia igitur ex.c.&.d.in.f.fiunt.h.&.k. ⁋ Erit p hāc.19.h.ad.k sicut c.ad.d. ⁋ Quare sicut.b.ad.e. ⁋ Et quia iam ostensum est q̄ ē g ad b.sicut.a.ad.b.erit p.15.a.ad.e sicut g.ad.k. ⁋ Sed sic erat etiam.c.ad.f. ⁋ Est igitur.a.ad.e.sicut.c.ad.f.quod est ppositum. ⁋ Idem probabis si fuerint in utroq̄ ordine numeri plures tribus quēadmodū pbat̄ in 23.quinti de q̄titatibus pluribus tribus.



Propositio .20.

Si fuerint quatuor numeri pportionales quod ex ductu primi in ultimū pducetur equū erit ei quod ex ductu secūdi in tertiū. Si vero quod ex primo in ultimū pducetur equū est ei quod ex secūdo in tertiū illi q̄tuor numeri sunt pportionales.

Quod proposuit Euclides per.15.sexti de quatuor lineis proportionalibus:proponit hic de quatuor numeris proportiōalibus uerbi gratia. ⁋ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad d.fiatq̄ ex.a.in.d.e.& ex.b.in.c.f.dico q̄ e.&.f.sunt equales:& econuerso. ⁋ Ducatur enim

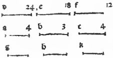
a.in.b.& fiat.g. Eritq; per.18.g.ad.e.sicut.b.ad.d. Et quia per.17. ex.b.in.a.fit.g.& ex eodem.b.in.c.f.erit per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c. Sed p.14.e.a.ad.c.sicut.b.ad.d ergo erit.g.ad.f sicut.g.ad.e Equales igit sunt.f.& e.quod est pmum. Nec oportet pdemonstrare si vnius numeri ad duos sit vna proportio q ipsi sint eqles: aut si ipsi sint equales q vnius ad ipsos sit vna proportio. Si enim est vna proportio g.ad.e.& ad.f.aut ipse erit tota pars vel partes.e.quota vel quote idem est.f.& tunc per cōceptionem patet.e.&.f.esse eqles. Aut totiēs.g.continebit.e.quotiens.f. Et supfluent in eo tota pars vel ptes.e.quota vel quote in eodē superfluent.f.& tunc ēt per conceptionem pater eos esse equales. Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q aut.g.erit tota pars vel ptes.e.quota vel quote.f.& tunc per diffinitionem erit ipsius.g.ad vtrunq; eorum proportio vna. Aut equaliter continebit vtrunq; cum superfluitate similium & tot numero partium: & tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrunq; proportio vna. Secūdum sic patet: sit.e.productus ex.a.in d.equalis.f.producto ex.b.in.c.dico q pportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d. Et est hec conuersa prime partis. Sit enim vt prius.g.qui fit ex.a.i.b. & quia.e.&.f.sunt equales.erit.g.ad vtrunq; eorum proportio vna: & quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c & ad.e.sicut.b.ad.d.erit.a.ad.c.sicut b.ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Non proponit autē Euclides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q ille qui ex ductu primi in tertium producitur sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex primo in tertium producitur si.erit equalis quadrato medii q illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis. Hoc enim facile demonstratur per hāc.20.medio illorum triū numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quarta equali medie.



Propositio .21.

Numeri secundum quamlibet proportionem minimi: numerat quoslibet in eadem pportione minor minorem & maior maiorem equaliter.

Sint.a &.b.minimi numeri in sua proportione: sitq; c.ad.d.sicut.a.ad.b.dicoq;.a.numerat.c.&.b.d.equaliter. Cum sit enim.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d. Erit igitur.a.c.tota pars vel partes quota vel quote b.d. Si itaq; fuerit pars constat propositum. At si partes sit.e.vna partium.a.&.f.una partium.b.& quia tota pars est.e.c.per ypothe.quota.f.d.erit per diffinitionem propotrio.e.ad.c.sicut.f.ad.d. Quare permutatim.e.ad.f.sicut.c.ad.d. Quare etiā sicut.a.ad.b.nō sunt itaq;.a.&.b.minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq;.



Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportione quisq; suum correlatiuum equaliter.

Vt si sint.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis. Sintq; in eadem uel eisdem.d.e.f.ita q sit.d.ad e.vt.a.ad.b.&.e.ad.f.vt.b.ad.c.dico q.a.numerat.d.&.b.e.&.c.f.equaliter. Quia enim est.a.ad b.vt.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.vt.b.ad.e.& quia.b.ad.c.vt.e.ad.f.erit etiam permutatim.b.ad.e.vt.c.ad.f.quare.b.ad.e.&.c.ad.f.sicut.a.ad.d. Et quia.a.b.c.sunt minores.d.e.f.erit.b.e.&.c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d. Si itaq; pars constat propositum. At si partes sit.g.vna partium.a.&.h.vna partium.b.& k.vna.c. Eritq; per presentem ypothe.tota pars.b.e.&.k.f.quota.g.d. Quare per diffinitionem.b.ad e.&.k.ad.f.sicut.g.ad.d. Permutatim igitur erit.g.ad.h.vt.d.ad e.&.h.ad.k.vt.e.ad.f. Quare.g.ad.h.vt.a.ad.b.&.h.ad.k.vt.b.ad.c. Quia ergo.g.h.k.sunt minores.a.b.c.& in eadem proportione sequitur contrarium positi.

Propositio .22.

[S]I fuerint duo numeri sm suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

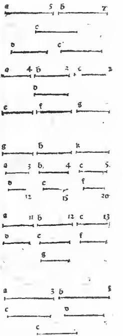
¶ Sint duo numeri .a. & .b. sm suam proportionem minimi. dico q ipsi sunt contra se primi. ¶ Si eni non. ¶ Numeret eos .c. sm .d. & .e. ¶ Eritq per .18. .d. ad .e. sicut .a. ad .b. ¶ & quia .d. & .e. sunt minores .a. & .b. sequitur .a. & .b. nõ esse sue pportiõis minimos: qđ est contrariũ positioni. ¶ Similiter quoq.

¶ Si fuerint quotlibet numeri in continuatiõe suarum proportionum siue eadem siue diuerse fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

¶ Vt si sint .a.b.c. minimi in continuatione suarum proportionum dico q nullus numerabit omnes. ¶ Si autẽ numeret eos. d.a. quidem sm e.b. uero sm .f. & .c. sm g. eritq per .18. e. ad .f. sicut .a. ad .b. & .f. ad .g. sicut b. ad .c. ¶ Quia ergo .e.f.g. sunt minores .a.b.c. & sm proportionem eorum non erunt .a.b.c. quales positi sunt: quod est inconueniens. ¶ Quã quam autem nullus numeret .a.b.c. si fuerint minimi: potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus. ¶ Ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum ac utroq eorum in aliquem tertium ad utrũq primum: prouenient tres numeri quorum quiq duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. ¶ Sint enim .a.b. c. tres numeri quorũ quisq sit primus ad alios: ducaturq .a. in .b. & .c. & proueniat .d. & .c. itemq b. in .c. & proueniat .f. dico quosq duos ex .d.e.f. esse adinuicem compositos tamen nullus numerabit omnes ¶ Duos quosq patet esse compositos. ¶ A. enim numerat .d. & .e. ¶ B. uero .d. & .f. & .c. e. & .f. Quod autem nullus numeret omnes patebit prius demonstrato q .a. est maximus numerãs .d. & .e. ¶ B. quoq maximus numerans .d. & .f. ¶ Et .c. maximus numerãs .d. & .f. ¶ Hoc autem sic constat. ¶ Si enim .a. non est maximus numerans .d. & .e. sit itaq .g. numeretq .d. sm .h. & .e. sm .k. ¶ Eritq per secundam partem .20. a. ad .g. sicut .h. ad .b. ¶ Itemq per eandem .a. ad .g. sicut k. ad .c. ¶ Quia ergo .a. est minor g. erit .h. minor .b. & .k. minor. c. ¶ Et quia .h. ad .k. sicut .b. ad .e. ¶ Vtraq enim est sicut .d. ad .e. per .18. bis assumptam ¶ Sunt autem .h. & .k. minores .b. & .c. ¶ Erit per immediate sequentem q per hãc ypothe. q .b. & .c. sint contra se primi reperire minimis minores qđ quia est impossibile. ¶ Erit .a. maximus numerans .d. & .e. ¶ Eodẽq modo probabitur q .b. sit maximus numerans .d. & .f. & .c. maximus numerãs .e. & .f. ¶ Si quis ergo numerat .d.e.f. per correl. secunde ter assumptum ipse numerabit .a.b.c. sed quisq eoꝝ primus erat ad reliquos. ¶ Accidit igitur impossibile. ¶ Similiter quoq.

¶ Quotlibet numeri quos unus non numerat sm continuationem suarum proportionum sunt minimi.

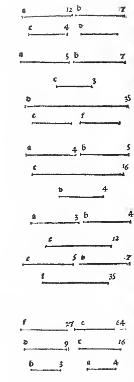
¶ Vt si sint .a b.c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico q ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. ¶ Alioquin sint minimi .d.e.f. qui per .21. numerabunt .a.b.c. quisq suum relatiuũ eq̃liter. ¶ Sit ergo ut sm .g. eritq per .17. ut uiceuersa .g. numeret. a. b.c. sm d.e.f. quare accidit contrarium positioni.



Propositio .23.

[Q]uilibet numeri contra se primi sunt sm suam proportionem minimi.

¶ Hec est conuersa premisse. ¶ Vt si duo numeri sint .a. & b. cõtra se primi: ipsi erũt sm suã pportionẽ minimi. Sin autẽ minimi in eadẽ pportiõe si possibile est .c. & .d. ¶ Constat itaq per .21. q .c. numerat .a. & .d. .b. equaliter sit igitur ut sm .e. erit per .17. ut uiceuersa .e. numerat .a. & .b. .a. quidem secundum .c. & .b. sm .d. non sunt igitur .a. & b. contra se primi: quod est contra ypoth.



Propositio 24.

Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis unus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

Sint. a. & b. contra se primi. c. vero numeret. a. dico quod c. primus est ad. b. Alioquin numeret eos. d. qui per penultimam conceptionem numerabit etiam. a. non sunt ergo. a. & b. contra se primi. d. enim numerat ambos.

Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu unius in alterum producetur. ad eundem erit primus.

Sit uterque duorum numerorum. a. & b. primus ad. c. & ex. a. in. b. fit. d. dico quod. d. est primus ad. c. Aliter enim numeraret eos. e. d. quidem secundum. f. eritque per secundam partem. 20. a. ad. e. sicut. f. ad. b. Et quia. a. & c. sunt primi & e. numerat c. ipse erit per. 24. primus ad. a. quare per. 23. a. & e. sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per. 21. ut. e. numeret. b. Et quia positum est quod ipse numeret. c. non erunt. b. & c. contra se primi: quod est contra ypothe.

Propositio .26.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex uno eorum in seipsum producitur ad reliquum est primus.

Sint contra se primi. a. & b. & ex. a. in se fiat. c. dico quod. c. primus est ad. b. Sit enim. d. equalis. a. eritque. d. primus ad. b. & ex. a. in. d. fiet. c. per premissam igitur patet. c. primum esse ad. b. quod proposuimus.

Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos comparatis uterque ad utrunque fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

Sint. a. & b. priores. c. & d. posteriores: sitque uterque duorum. a. & b. primus ad utrunque duorum. c. & d. Et ex. a. in. b. fit. e. & ex. c. in. d. f. dico quod. e. primus est ad. f. Hoc autem. 25. ter assumpta evidenter concludit. Cum enim fiat. e. ex. a. in. b. quorum uterque primus est ad. c. & ad. d. Erit per ipsam. e. primus ad. c. & item per ipsam primus ad. d. Quia item. f. fit ex. c. in. d. quorum uterque primus est ad. e. erit rursus per ipsam. f. primus ad. e. quod est propositum.

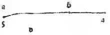
Propositio .28.

Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturque eorum uterque in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemque si in utrunque productorum suum ducatur principium: erunt quoque producti contra se primi.

Sint. a. & b. contra se primi: ducaturque uterque in se: & proveniant ex. a. quidem. c. ex b. vero. d. Itemque ducatur. a. in. c. & proveniat. e. Et. b. in. d. proveniat. f. dico. c. & d. esse contra se primos. Item quod. e. & f. contra se primos. Est enim per. 26. c. primus ad. b. Per eandem igitur erit. d. primus ad. a. & ad. c. sicque constat primum quod est. c. & d. esse contra se primos. Reliquum sic: est enim uterque duorum numerorum. a. & c. primus ad utrunque duorum. b. & d. Itaque per. 27. erit. e. primus ad. f. quod est reliquum. Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiam per. 25. ad. b. & ad. d. Itemque per eandem. f. ad. a. & c. sicque si infinities duceretur utrunque productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi & non solum hoc sed quilibet eductus ab. a. ad quemlibet eductum a. b.

Propositio .29.

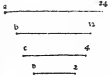
Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex ambobus coacervatur ad vtrunq; eorum erit primus. Si vero ex ambobus coacervatus ad vtrunq; eorum fuerit primus. duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.



¶ Sint.a.et.b. contra se primi: dico q ex eis compositus.a.b.ad vtrunq; eorum erit primus et econuerso. ¶ Nam si.d.numerat totum.a.b.et alterum eorum numerabit per cōem scientiam et reliquum quare non erunt contra se primi: sed hoc positū fuerat: patet ergo primū. ¶ Secundū sic: sit.a.b. primus ad vtrunq; suorum componentium q sunt a.et.b. dico q.a et.b. sunt cōtra se primi. ¶ Posito enī q.d. numeret vtrunq; duorum numerorum.a.et.b. sequitur per cōem scientiam q etiam numeret.a.b. ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum a.et.b. erit.a.b. primus: sed positum erat q esset ad vtrunq;. Accidit igitur impossibile. ¶ Eodē quoq; mō si coacervatus ex duobus primus fuerit ad alterū: primus quoq; erit ad reliquū: ideoq; et coacervati inter se. ¶ Sit.n. cōpositus ex.a.et.b. primus ad.a dico q erit et primus ad.b. alioqn numeret eos.d. qui p cōceptionē numerabit et.a. cū numeret totū et detractum hoc aūt inconueniens erat enim compositus ex.a et.b. primus ad.a.

Propositio .30.

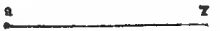
Omnis numerus compositus ab aliquo primo numeratur.



¶ Sit.a. quilibet numerus cōpositus: dico q aliquis primus numerat ipsum. ¶ Quia enim est cōpositus numerabitur ab aliquo numero qui sit.b. qui si fuerit pimus verum erit quod dicitur: si aūt compositus sit.c. qui numerat eum: qui etiam per cōem sciētiam numerabit.a. si ergo ipse fuerit primus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum. alius qui sit.d. qui etiam per communem sciētiam numerabit.a. de quo rōcinare ut prius. ¶ Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum: alioquin accidet impossibile et contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.

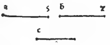
Omnis nūerus aut ē primus aut a primo nūerat.



¶ Sit.a. quilibet numerus dico ipm' eē primū vel numerari a primo. ¶ Quia si nō ē primus erit cōpositus: quilibet aūt talis ab aliquo pmo numerat p premissam.a. igitur vel primus est vel a pmo numerat: quod pponitur.

Propositio .32.

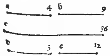
Omnis numerus primus ad omnem quem non numerat est primus.



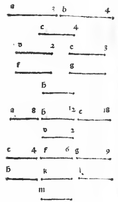
¶ Sit.a. numerus primus non numerans. b. dico q.a.et b. sunt contra se primi. ¶ Si enim.c. numerat eos non est verum q.a. sit primus.

Propositio .33.

Si numerus ex duobus productus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.



¶ Sit.c. pductus ex.a.in.b.et sit.d. numerus primus q ponat numerare.c. dico q d. numerat.a. vel. b. ¶ Numeret enī.c. fm.e. si ergo nō numerat.a. erit primus ad ipm p pmissam: et iō erūt pm suā pportionē minimi p.23. ¶ Et qa.a.ad.d. sicut.e. ad.b. p secūdam ptē.20. sequit ut.d. numeret.b. per.22. qd est propositum. Unde manifestum est q si aliquis numerus numerat pductus ex duobus vel si eidem fuerit cōmensurabilis: commensurabilis quoq; erit alteri eorum.



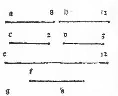
Propositio .34.

Numeros fm proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire. Unde manifestũ est maximum numerum duos cõmuniter numerãtẽ fm minimos illius ꝑportionis eos numerare.

Sint.a.ꝛ.b.numeri propositi fm quorum proportionem volumus inuenire minimos. Si ergo fuerit contra se primi sunt quales inquirimus per.23. Si aũt compositi sumatur vt docet secunda maximus eos cõiter numerãs qui sit.c. Numeretq; eos fm.d.ꝛ.e.eruntq; in eadem ꝑportione per.18. Quos dico esse quales q̃rimus. Sinautẽ sint.f.ꝛ.g.que per.21. numerabunt.a.ꝛ.b. equaliter: sit igitur vt fm.h.eritq; ꝑ scđam ptem.20.c.ad.b.sicut.f.ad.d vel sicut.g. ad e. Quare.c.est minor.h. Itaq; cũ.h.nũeret.a.ꝛ.b.nõ fuit.c.maximus eos numerãs sed erat positũ q; sic: ergo ꝛc. Similiter quoq; possumus.

Numeros fm continuitatem proportionum numerorũ assignatorum minimos reperire. Unde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet cõmuniter numerantem fm minimos proportionum eorum eos numerare.

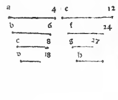
Vt si sint.a.b.c fm quorum proportiones volumus minimos inuenire siue fuerint in eadem ꝑportione siue in diuersis. Si nullus numerus numerat eos omnes: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratum est. Si autem vnus numerat omnes: sumatur vt docet tertia maximus eos communiter numerans qui sit.d. Numeretq; eos fm.e.f.g. qui erunt in eadem proportione per.18. Dico eos esse quos querimus. Alioquin sint.h.k.l.qui per.21. numerabunt. a. b.c. equaliter: sit ut fm.m. Eritq; per secundam partem.20.d.ad.m.vt.b.ad. e. vel. k.ad f.vel.l.ad.g.Minor est igitur.d.q̃.m.quare cum. m.numeret a. b. c. non fuit.d.maximus eos numerans: quare sequitur impossibile: fuit enim.d. maximus numerans.a.b.c.



Propositio .35.

Quilibet duo numeri minimos numeros sue proportionis maior minorem ꝛ minor maiorem multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producunt. Unde manifestum est minimum quẽ duo numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint duo numeri.a.ꝛ.b.minimiq; in eorũ proportione.c ꝛ.d.eritq; per primam partem.20.vt ex.a.in.d.ꝛ.b.in.c. fiat idem numerus qui sit.e. Quẽ dico eẽ minimum numeratum ab.a.ꝛ.b. Aliter enim sit.f.quem numeret.a.ꝛ.b.fm.g.ꝛ.h. eritq; per secundam partẽ 20.h.ad.g.sicut.a.ad.b.ꝛ sicut.c.ad.d.ꝛ per.18.erit.c. ad.b. sicut.e. ad.f. cum itaq; per.21.c.numeret.h.e.numerabit.f.maior minorem: quia ergo hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.



Propositio .36.

Propositis quotlibet numeris minimũ ab eis numeratum reperire. Manifestum etiam ex hoc est minimum numerum quem quotlibet numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint ꝑpositi numeri.a.b.c.d. volo inuenire minimum numerũ numeratũ ab eis. Inuenio itaq; primo minimũ numeratũ ab.a ꝛ.b.q; si.a.numerat.b.nõ erit alius q̃.b. Si aũt non numerat eũ nec ecõuerso: si ipsi sunt cõtra se primi q ex uno in alterũ ꝓuenit erit minimus ꝑ.23.ꝛ ꝑmissam. Q đ si sunt cõicantes: sumant minimi in eorũ ꝑportiõe: ut docet.34.ꝛ maiore ĩ minorẽ eorũ multiplicato ꝓueniat e q erit minimus nũeratus ab eis ꝑ ꝑmissam. Simili quoq; mõ inueniat minimus nũeratus ab.e.ꝛ.c.q sit.f.eritq;.f.minimus numeratus ab.a.b.c. Sed ꝛ minimus quẽ numerant.f.ꝛ.d.sit.g.eritq;.g.minimus quẽ numerãt numeri ꝑpositi. Q uod eni oẽs ipsum numerẽt: patet ꝑ cõceptionẽ. Sed si non est minimus ponatur ergo.h.quem q̃a numerãt.a.ꝛ.b.nu

merabit etiam ipsum per correl. premisse.e. ¶ Per idem quoq; correl. numerabit ipsum.f.sed & g. ¶ Maior itaq; numerat minorem quod est impossibile. ¶ Hec & premissa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus quarum prima equiualet premisse: secunda componit ex correlariis ambobus: tertia apponit de tribus quod hec de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

¶ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.

¶ Dati numeri sint.a.& b. quorum minor si numerat maiorem est maior quem querimus. ¶ Alioquin maior eorum numeraret minorem se. ¶ Si autem neuter neutrum numeret, si ipsi sunt contra se primi.erit qui ex.a.in.b.prouenit qui sit.e.minimus omnium quem numerant.a.& b. ¶ Nam si minorem eo numerauerint esto.d.quem numeret primum.e.& f. ¶ Eritq; per secundam partem.20.a.ad.b.sicut.f.ad.e. ¶ Et quia.a.& b.sunt sue proportionis minimi per.23.numerabit.a.f.per.21. ¶ Et quia per.18.est.c.ad.d.sicut.a.ad.f. Nam ex.b.in.a.& f.fiunt.c.& d. ¶ Sequitur.c.numerare.d. ¶ Sed erat.d.minor c.quare impossibile. ¶ Si autem.a.& b. sint communicantes: negociare propositum vt in.35. ¶ Secunda trium conclusionum ex ambobus correl.est confecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerant.a.& b.d. minimusq; ab eisdem numeratus.c.erit vt.c.numeret.d. ¶ Cum.n.sit.d.maior.c.si.c.non numerat ipsum.numerabit tamen aliquid eius. ¶ Sitq; plurimum quod numerat.e.& residuum sit.f.eritq;.f.minus.c. ¶ Quia igitur.a.& b.numerant.c. numerabunt per communem sciam & e.sed numerabant.d.itaq; per aliam communem scientiam numerabunt.f inconueniens ergo sequitur quod.c.non fuit minimus quem numerant.a.& b. ¶ Idem conuinces & eodem modo de quotlibet numerato a quotlibet pluribus.s.quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret: vltima trium conclusionum est.

¶ Propositis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire.

¶ Tres numeri propositi sint.a.b.c.minimusq; quem numerant.a.& b.sit.d. qui sumetur vt prima trium conclusionum docet. ¶ Si igitur.c.numerat d.scito.d.esse.quem querimus. ¶ Si.n.a.b.c.minorem eo numerant.sit.n. e.quem per premissam conclusionem numerabit.d.quod est impossibile. ¶ Si autem.c.non numerat.d.sumatur.e.minimus numeratus ab eis. ¶ Quod autem.e.numeretur ab.a.b.c.patet quia.c.numerat ipsum & d.similiter ergo & a.b.que numerant.d. ¶ Quare.e.numerabitur ab.a.b.c.eritq;.e.minimus quem numerant.a.b.c. ¶ Si non autem sit.f.quem per premissam conclusionem numerabit.d.sed.c.numerat.f.quia.a.b.c.numerant eum: quare.c.d.numerabunt eum quare e per premissam.e.numerabit eum & est maior eo. ¶ Sed & e. maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies & eodem modo quotlibet propositis.

Propositio .37.

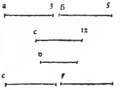
Si numerus aliquis alium numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata.

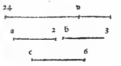
¶ Huius sensus est quod omnis numerus numeratus a ternario habet tertiam & numeratus a quinario habet quintam.sicq; de ceteris. ¶ Vt si.b.numeret.a.erit in.a.pars denominata a.b. ¶ Numeret n.ipsum quotiens vnitas in.c.eritq;.per.16.vt.c.quoq; totiens numeret.a.quotiens vnitas in.b. quare tota pars.est.c.a. quota vnitas.b. ¶ Et quia vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit.c.pars.a.denominata a.b.quod est propositum.

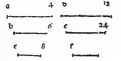
Propositio .38.

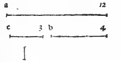
Si numerus aliquis partem quotamcunq; habeat numerabit ipsum numerus ad illam partes dictus.

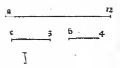
¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio quod omnis numerus habens tertiam numeratur a ternario: & habens quintam a quinario: sicq; de ceteris. ¶ Vt si.b.sit.pars.a.denominata.a.c. sequitur vt.c. numeret.a. ¶ Quia enim.b.est pars.a. denominata a.c.sed & vnitas est pars









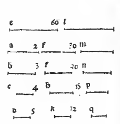


c.denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat.c. totiens.b.numerat.a. Itaq; per.16. quotiens unitas.b.totiẽs. c.numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem: cum sit.b.pars.a. si tota unitas.c.eritq; per hanc cõmunem scientiam unitatem eẽ partem omnis numeri ab ipso denominatam.c.denominans.b.in.a. & quia ẽ.b. in.a.quotiens unitas in.c. euidenter sequitur propositum per.16.

Propositio .39.

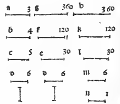
Numerum minimũ propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestũ est q minimus numerus numeratus a quotlibet ẽ minimus habẽs partes denoiatas ab ipsis.

¶ Sint.a.b.c.d.denominantes partes propositas. & .e.minimus numeratus ab eis sumptũ ꝟm.36.ipsum.e.dico esse quem querimus. Sint enim ꝟm quos numerant ipsum.f.g.h.k. eritq; ꝑ 16. & hanc cõmunem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dictatut uiceuersa. f.g.h.k.numerent.e. ꝟm.a.b.c d.quare sunt partes eius ab illis dicte. ¶ Est igitur.e. habens partes propositarum denominationum. Minimus etiam quia si alter fuerit ut.l.sint partes.l.dicte ab eis.m. n.p.q.eruntq; per.16. & predictam cõem scientiam.a.b.c.d. uiceuersa partes.l.dicte ab .m.n.p.q.quare non erat.e. minimus quem numerãt. a.b. c.d.quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secũdũ aut quotũcũq; libet: q si secũdum sume duplum minimi: si tertiũ triplũ & ad hunc modũ in aliis. Cum enim omnis multiplex. e.numeret ab a.b.c.d.per hanc cõem scientiam. Omnis numerus numerans aliũ numerat omnem numeratum ab illo. Necesse est per.37. ut omnis multiplex.e.habeat partes denominatas ab.a.b.c.d Sitaq; duplus.e. nõ fuerit secundus habens partes ꝓpositarum denoiationum: erit alius quem sicut sequitur esse maiorem.e.sic sequitur eẽ minorem duplo: & quia illum numerant.a.b.c.d.per.38.sequitur per correl.36.q.e.numeret eundẽ quod est impossibile. Cum enim numeret se.numeraret ꝑ hanc cõmunẽ scientiam omnis numerus numerans totum & detractum: numerat residuum differẽtiam illius ad se.que cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem quod esse non potest: sequitur itaq; duplum.e. esse ꝟm numerũ habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq; argues duplum.e.esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: & duplo maior: sequeretur.e. numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum: quod ut prius patet esse impossibile. Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: & sic in ceteris.



¶ Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

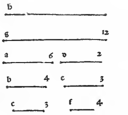
¶ Vt minimum numerum habentem tertiam que tertia habeat quartã que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercunq; cõtingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secunde: & ex eis productũ in denominatorem tertie: productum quoq; in denominatorem quarte sicq; de ceteris usq; ad ultimam a prima. Vel usq; ad primam ab ultima & qui prouenerit erit qui inquiritur: ut in proposito.60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes.a.b.c.d.uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab.a.ita q illa pars habeat partem denominatam a.b. & illa aliam denominatam a.c. sed & hec aliam dictam a.d. Ducatur itaq;.d.in.c. & proueniat.e. & .e. in . b. & proueniat. f. f. quoq; ducatur in.a. & proueniat.g. quem dico esse quem inquirimus. Cum enim ipse.g.proueniat etiam ex.a.in.f.per.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a. At quia.f.prouenit per eandem ex.b. in.e.erit.e. pars. f. dicta a.b. sed & propter hoc erit.d. pars. e. dicta a. c. & qua unitas est pars. d. dicta ab ipso



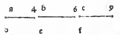
d. patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. h. sitq. k. pars eius dicta ab. a. & l. pars. k. dicta a. b. & m pars. l. dicta a c. n. quoq. pars. m dicta. a. d. ¶ Eritq. p. 18. & 14. g. ad. f. ut. h. ad. k. & f. ad. e. ut. k. ad. l. & c. ad. d. ut. l. ad. m. sed & d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. 15. erit in proportione equalitatis. g. ad unitatem ut h. ad. n. ergo permutatim erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum h sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partē numeri minorem eē unitate. ¶ Erit itaq. g. minimū habēs ptes ut ꝑponit. Quo inuēto si cura fuerit hr̄e secūm aut quotū quelibet ꝑ minimi multiplices ut prius dcm̄ est sumēdi erūt hec aūt. 39. ꝑponitur in alio ſm hunc modum.

¶ Propositis partibus quotiscumquelibet minimum numerum eas continentium inuenire.

¶ Vt si partes proposite sint. a. b. c. sintq. eas denominantes d. e. f. & sumatur minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse quem querimus. ¶ Erunt enim in eo proposite partes per. 37. ¶ Qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo. h. quē numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur nō erit. g minimus numeratus ab eis quod est incōueniēs quia erat. ¶ Intelligo uero partes. a. b. c. indeterminate poni & nō sub quantitate certa: aliter enim non eēt necessarium ut minimus numerus quem numerāt. d. e. f. esset minimus continens partes ꝑpositas. ¶ Plurimas enim cōtingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaꝝ denominatoribus non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q̄ sunt. 120. 90. & 72. sunt eiusdē numeri ptes. primus quidē tertia. secūdus uero q̄rta. & tertius quinta: nec tñ minimus quē numerāt denoīatores eoꝝ qui ē. 60. partes istas cōtinet. ¶ Intellandū igitur est si ptes sub certa quātitate ponanī prime cōsequentie huius demonstrationis. ¶ Nō enim sequitur ut arguit ꝑ. 37. si ternarius hūc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. ¶ Sed ergo hēt tertiam. ¶ Quapp idem est qđ ꝑponitur ſm utrūq. modum: sed ſm primū cōuenientius uidet qđ intenditur ꝑponi. ¶ Attēdere aūt oportet q cū oīs ps habeat q̄titatē in ea contingit ponere quotlibet & quaslibet ptes ſm quātitatē: & inquirere qs minimus eas cōtinet & sub quibus denominationibus. ¶ Minimū aūt eas cōtinērē cōstat eē minimū numeratū ab eis. ¶ Secūdum quos uero numerant sunt qui illos in illo denoiant. ¶ Contingit iteꝝ ponere quotlibet & quaslibet denominationes: & inquirere in quo minimo hee denominationes repiuntur & ſm quas q̄titates. ¶ Minimū quoq. cōstat eē minimum numeratū ab illis. ¶ Secūdū quos uero numerant sunt qui q̄titates determinant. ¶ Vtrobiq. aūt idcirco inquirit minimus: quia infiniti sunt hinc quidē qui has ptes cōtinent. Inde uero in q̄bus hee denoiationes repiuntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet ptes & totidē denoiationes. Vel quotlibet denoiationes & totidem partes. ¶ Nō aūt quaslibet cū quibuslibet: sed certas cū certis. ¶ Si enim ponam ptes tres quatuor quinq. & denoiationes eaꝝ. 6. 7. 8. & inquiram quis nūerus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: similis ero inquisitori uano q̄renti impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoīationibus certis & nō ut contingit & inquirere quis numerus positas ptes sub positis denominationibus contineat: nō aūt quos. ¶ Minimus unicus enim est nam siue ꝑposita fuerit una pars & una denoiatio siue plures & plures: non erit sumere plures numeros quod ꝑpositū erit continētes. Solus enī est cuius ternarius est quinta nō plures. Solus quoq. cuius ternarius octaua: & senarius quarta non plures. ¶ Ideoq. ꝑponentem partes & denoiationes ipsarū in toto non est querere quis minimus contineat has ptes sub istis denoīationibus: sed quis unus cōtinet. ¶ Proponētē aūt ptes tm̄. Cōtingit querere quis minimus eas continet & a quibus in eo denoīantur. ¶ Solas quoq. ꝑponentē denoīationes conuenit querere q̄ partes ab illis dicte & in quo minimo repiunt. Conueniētius aūt ur̄ partes ꝑ denoiationes inquirere: q̄ deniationes ꝑ partes: diuersitatē quidē denoiationū nō partiū comitatur ꝑportionū diuersitas. Explicit liber septimus.



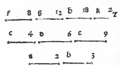
¶ Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue q̄titatis denominationibus ⁊ ipsorum ad/inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordi/nis Minorum Castigatore diligentissimo. Incipit.



Latera numerorum dicunt̃ quorum multiplicatione numeri ꝓducũt̃. 1. ¶ Supficialis appellatur numerus q ex duobus lateribus continet̃. 2. ¶ Solidus vo q sub tribus ex quorum cõtinua multiplicatione h3 procreari. 3. ¶ Quadratus est numerus supficialis equalibus lateribus consistens. 4. ¶ Cubus est solidus equalibus cõsistens lateribus. 5. ¶ Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi quorum latera sunt proportionalia.

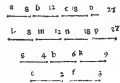
Propositio. 1.

Si numerorum quotlibet continue ꝓportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos oẽs secundum suam ꝓportionem minimos esse necesse est. ¶ Sint cõtinue ꝓportionales. a. b. c. duoq; extremi q sunt a. c. sint cõtra se pmi. dico ꝙ in eadem proportione non reperientur totidẽ minores. Si aũt cõtingit sint. d. e. f. eritq; per. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. & quia. a & c. sunt minimi in sua proportione p. 23. eiusdem sequitur p. 21. ut. a. numeret. d. & c. f. maiores. s. minores quod esse non potest.



Propositio. 2.

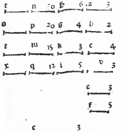
Numeros quotlibet continue ꝓportionalitatis sm proportiõem datam minimos inuenire. vnde manifestum erit: ꝙ si fuerint tres numeri continue ꝓportionalitatis sm eam minimi duo extremi erũt quadrati. ꝙ si fuerint q̃tuor erũt extremi cubi. ¶ Sint date ꝓportionis minimi. a. & b. ducaturq; a. in se & fiat. c. & in. b. & fiat. d. b. quoq; in se. & ꝓueniat. e. eruntq; c. d. e. continue ꝓportionales in proportiõe. a. ad. b p. 18. & 19. septimi: & quia. c. & e. sunt contra se pmi p 28. eiusdem erunt. c. d. e. sm datam proportionem minimi p premissam. ¶ Ducatur iterum. a. in oẽs illos. & ꝓueniãt. f. g. h. & b. in. c. & ꝓueniat. k. erũt ẽt. f. g. h. k. cõtinue ꝓportionales in ꝓportiõe. a. ad b. p. 18. & 19. septimi: minimi quoq; p. 28. eiusdem & pmissam hac uia & rõne inueniẽt. 5. uel. 6. uel quotlibet.



Propositio. 3.

Si numeri quotlibet cõtinue proportionales secundum suam ꝓportionem fuerint minimi: duos eorum extremos ꝯ se primos esse necessario cõprobatur. ¶ Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue ꝓportionales & sm suam ꝓportionem minimi. dico ꝙ. a. & d. extremi erũt adinuicem pmi. ¶ Mimi. n. in ꝓportiõe a. ad. b. sint. e. & f. eruntq; p. 22. septimi cõtra se pmi p hos ergo duos sm doctrinam pmisse inueniant̃ totidẽ cõtinue ꝓportiõales & mimi quot sunt numeri ꝓpositi. ¶ Primo qdem tres q sunt. g. h. k. deinde q̃tuor q sunt. l. m n. p. & ad hũc modum cõtinue p additionem unius quousq; fiãt tot quot sunt numeri ꝓpositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequit̃ ergo. l. m. n. p. eq̃les esse. a. b. c. d. eo ꝙ in eadem ꝓportiõe sunt utrinq; minimi. ¶ Et quia. l. & p. sunt contra se primi p. 28. septimi: erunt quoq; a. & d. illis equales contra se pri

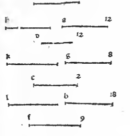
mi.quod est propositum.



Propositio .4.

Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris fm ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

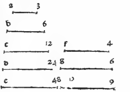
¶ Assignate pportiões in minimis termis inueniant ut docet.34.septimi. Sintq; pma inter.a.ff.b.scda inter.c.ff.d tertia inter.e.ff.f.sic quoq; de plurbus si fuerint plures.uolo has pportiones in q̃tuor minimis numeris cõtinuare. Sumo ergo.g. minimum quem numerat.b.ff.c.ff quotiens.b.numerat ipsum g.totiẽs a.numerat.h.d.quoq; totiens numeret.k.quotiẽs.c.g.itaq; si.e.numerat.k sit ut.f.totiẽs numeret.l.erũtq;.h.g.k.l.quos q̃rimus. ⁋ Cõstat.n.p.18.septimi q; sit.h.ad.g.sicut.a.ad.b.ff.g.ad.k.sicut.c.ad.d.at.k.ad.l.sicut.e.ad f. ⁋ Minimi quoq;.nã si alii sint minimi ut.n.p.m.q.oportebit p.21.septimi bis assumptã ut uterq; duoꝝ.b.ff.c.numeret.p.q̃re ff.g.numerabit eũdem.p correl.35.sep.quod est inconueniens. ⁋ Sunt igr̃.h.g.k.l.minimi. ⁋ At uero si.e.non numerat.k.sit.m.minimus numeratus ab eis.s.e.ff.k. quem.m.quotiens numerat.k.totiens.b.numeret.n.ff.g.totiens.p.erũtq; per.18.septimi.n.p.m.in pportione.b.g.k. quare.n.ad.p.ut.a.ad.b.ff.p. ad.m.ut.c.ad.d sed quotiens.e.numerat.m totiens.f.numeret.q.ff erit p eundem.m.ad.q.sicut.e.ad.f. ⁋ Manifestum est igitur q; assignate pportiones cõtinuate sunt in quatuor numeris qui sunt.n.p.m.q. ⁋ Qui si nõ fuerint minimi.sint si possibile est alii qui sint.r.s.t.x.quia itaq; per.21.septimi bis assumptam uterq; duoꝝ numerorum.b.ff.c.numerat.s.sequitur p cortel.35.sep.ut.g.numeret eundem quare ẽt.k.numerabit.t.at q̃a p.21 septimi.e.numerat eundem.t.nõ erit.m.minimus quem numerant.k.ff.e hac rõe q̃rtã illis ff quotlibet alias sine oĩ offendiculo cõtinuare poteris.



Propositio .5.

Omnium duorum numerorum compositorum proportio vnius ad alterum est ex laterum suorum proportionibus producta.

¶ Quod proponit.24.sexti de superficiebus equidistantium laterum proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri cõpositi.a.b.latera.a.sint.c.ff.d.latera.b.sint e.ff.f.dico itaq; q; proportio.a.ad.b.constat ex ea que est.c.ad.e.ff ea que est d.ad.f. ⁋ Sit enim ut ex.d.in.e.fiat.g.quia ergo ex.d.in.c.fit.a.ff ex f.in.e.fit.b.per.conuersionem diffinitionis laterum erit per.18.septimi.a. ad.g.sicut.c.ad.e.ff.per.19.eiusdem.g.ad.b.sicut.d.ad.f.quare per diffinitionem proportio.a.ad.b.composita est ex ea que est.c.ad.e.ff.ea que ẽ d.ad.f.quod est propositum. ⁋ Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum uidelicet eam que est.c.ad.e.ff.eam que est.d ad.f.in minimis numeris repertis fm doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est proposito preter necessarium. ¶ Arguunt enim posito q; illi minimi sint.h.k.l.ita q; sit.h.ad.k.sicut.c.ad.e.ff.k.ad.l.sicut.d.ad f.proportionem.h.ad.l.esse compositam ex propositorum laterum pportionibus. ⁋ Sumptoq;.g.fieri ex.d.in.e.arguunt.a.ad.g.ut.h.ad.k.quia ut.c.ad.e.ff.g.ad.b.ut.k.ad.l.quia ut.d.ad.f.ideoq; fm equam propo.ff.a ad.b.ut.h.ad.l.concludunt igitur.a.ad.b.componi ex quibus.b.ff.l.ueꝝ quidem sed non necessario assumpto.

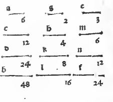


Propositio .6.

Si numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret:nullus eorum numerabit vltimum.

¶ Sint.a.b.c.d.e.continue proportionales.dico q; si.a. non numeret.b.nullus eorum numerabit.e.Manifestum aũt est q; si ipsum numeret oẽs numerabũt.e.ff simpliciter

quilibet precedentis quēlibet sequentē. ℣ Si autem nō numerat ip̄m pate g.d.non numerabit.e.nec simpliciter aliquis eorum proximo sequētem quia sunt positi continue ꝓportionales. ℣ Sed ꝙ nullus alius ut.c. numeret ipsum sic constat. ¶ Sumantur ſm doctrinam secūde huius totidem minimi continue ꝓportionales in ꝓportione eadē quot sunt ipse.c. ⁊ oēs sequentes qui sunt.f.g.h.eruntq̄ p.3.huius.f.⁊.h.contra se primi: ⁊ quia ꝑ equam ꝓportionalitatem.c.ad.e.ut.f.ad.h. cum.f.non numeret.h.nec.c. numerabit.e.eodē mō nec aliqs alioꝝ: quare liquet qđ ꝓpositum est.



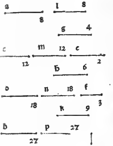
Propositio .7.

Si numerorum continue proportionalium primus ultimū numeret: idem ipse ⁊ secundū numerabit. ¶ Sint qui prius continue ꝓportionales. dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b. alioquin ex premissa nō numeraret.e.quod est contrarium ⁊ impossibile. Non solum aūt numerabit.b.sed ⁊ oēs ⁊ quisq̄ eoꝝ quēlibet ip̄m sequētē.

Propositio .8.

Si inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint: totidē inter omnes duos in eadē proportione relatos cadere necesse est.

Sint.a.⁊.b.inter quos cadunt.c.⁊.d. in cōtinua ꝓportiōe habentes se in ꝓportione.e.ad f.dico ꝙ totidē cadūt inter e.⁊.f.⁊ in eadem ꝓportione quot inter.a.⁊ b. Sint enim.g.h.k.l. totidē minimi quot sunt.a.⁊.b.⁊ qui inter eos cadunt sumpti: quēadmodū docet secunda huius cōtinue ꝓportionales in eadē ꝓportione: eruntq̄ p.3.g.⁊.l.cōtra se primi: ⁊ per equā ꝓpor.erit.g. ad l.sicut.a.ad.b.ideoq̄ ⁊ sicut e.ad.f.⁊ quia ipsi sunt in sua ꝓportione minimi per.23.septimi: sequitur per.21.eiusdē ut.g.numeret.e.⁊.l.f.equaliter: totiēs igiť numeret. h.m.⁊ k.n.positisq̄.m.⁊.n.inter.e.⁊.f.constat per.18.septimi.e.m.n.f.eē continue ꝓportionales: quēadmodum sunt.g.h.k.l.⁊ ideo quēadmodum. a.c.d.b.quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā supticularem posse per equalia diuidi: si enim hoc eēt oporteret inter duos numeros sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest: ideoq̄ tonus in musica quē sexquioctaua cōtinet ꝓportio ĩ duo uera semitonia diuidi non pōt: sed necessario diuiditur in minus semitonium ⁊ maius.



Propositio .9.

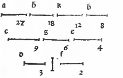
Si inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter utrunq̄ eorum ⁊ unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint.a.⁊.b. cōtra se primi.inter quos cadat in cōtinua ꝓpor.c ⁊ d.dico ꝙ totidē erunt continue ꝓportionales inter.a.⁊ unitatē: itemq̄ totidē inter.b.⁊ unitatē Sint enim in illa ꝓportione minimi.e.⁊.f.sumpti ut docet.34.septimi: ex quibus sumant tres continue proportionales ⁊ minimi in eorum ꝓportione: put docet secūda huius qui sint.g.h.k.deinde quatuor qui sint.l.m.n.p.⁊ hoc totiens fiat usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri peopositi: ut sunt hic.l.m.n.p.Constat itaq̄ cum sint.a c.d. b. in sua ꝓportione minimi ꝑ primam huius: sintq̄.l.m.n.p.totidem ⁊ minimi in eadem. Non sit aūt possibile eē aliquid minus minimo ꝙ numeri.l.m.n.p.equales erūt numeris.a.c.d.b.quisq̄ suo relatiuo ē igitur.l.equalis.a.⁊.p.b. Manifestum autem ex secunda huius ꝙ ex.f.in se fit.k.⁊ ex eodem in.k. p. per diffinitionē igitur eius quod est multiplicari: erit.f.in.k.k. quoq̄ in. p. quotiēs unitas est in.f.itaq̄ unitas.f.k.p.sunt continue peoportionales. Similiter autem ⁊ unitas.e.g.l.sumptis ergo.a.⁊.b.loco.l ⁊.p.sibi equalium erunt inter.a.⁊ unitatem.g.⁊.e.⁊ inter.b.⁊ unitatem.k ⁊.f.continue proportionales totidem quot sunt inter.a.⁊.b.quod est propositum.

Propositio .10.

Si inter vtrunq; eorum & vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

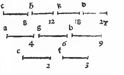
¶ Sint duo numeri.a.& b.sintq;.c.& d.inter.a.& vnitatem.e.quoq;.& f.inter.b.& vnitatem continue proportionales.dico totidem esse inter.a.& b.continue proportionales: hec est conuersa prioris excepto ꝙ ad subiectum premisse appositum erat.a.& b.esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem: qua propter vniuersalior est passio huius subiecto illius. ¶ Quia igitur quotiens vnitas in.d.totiens est.d.in c.& totiens.c.in.a.constat quod ex.d.in se fit.c.& ex eodem.d.in.c a.Similiter quoq; ex.f.in se.& in.e.fient.e.& b. ¶ Ducat itaq;.d.in.f.& productus sit.g.itemq; idem.d.ducatur.in.g.& e.& sint producti.h.& k. Constat igitur ex.18.septimi ꝙ.c.ad.g.vt.d.ad.f.& ex.19.ꝙ g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionales in proportione.d.ad.f.item per.18.iterum sunt.a.ad.h.sicut.c.ad.g.& h.ad.k.sicut g.ad.e.& per.19.k.ad.b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.h.k.b.continue proportionales: quare constat propositum.



Propositio .11.

Si fuerint ambo quadrati erit proportio vnius ad alterum tanꝗ sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi erit proportio alterius ad alterum tanꝗ sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

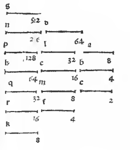
¶ Sint duo quadrati.a.& b & duo cubi.c.& d.latera tam quadratorum ꝗ cuborum sint.e.quidem.a.& c.f.vero.b.& d.dico ꝙ proportio.a.ad.b erit sicut.e.ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadem triplicata. Manifestum enim est ꝙ ex.e in se fit.a.& ex ipso.e.in.a.c.sic quoq; ex.f.in se fit.b.& ex ipso in.b.d.ducatur igitur.e.in.f.& prouenit.g & in g.& b.& proueniant.h.& k.eritq; per.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f.& ꝑ 19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f.duplicata quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. sunt enim ꝑ 18.iterum.c.ad.h.sicut.a.ad.g.& b.ad.k.sicut.g.ad.b.& per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c h.k.d. sunt etiam continue proportionales in proportione.e.ad.f.per diffinitionem igitur erit.c.ad.d.sicut.e.ad.f.triplicata quod est secundum.

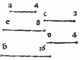


Propositio .12.

Si numerorum continue proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq; productos continue proportionalitatis eẽ necesse est. idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

¶ Sint.a.b.c.continue proportionales quorum quisq; in se ducatur & ꝑueniant ex.a.quidem.d.ex.b.vero.e.& ex.c.f.dico ꝙ.d.e.f.sint cõtinue proportionales: ꝙ si item.a.ducatur in.d.& proueniat.g b.quoq; in.e.& proueniat.h.& c.in f.proueniat.k.dico etiam ꝙ.g.b k.erunt continue proportionales. ¶ Sit enim ex.a.in.b.l.& ex.c.in eundem.m.eruntq; ꝑ 18.& 19.septimi.d.l.e.m.f cõtinue ꝓportõales in ꝓportione.a.b.c.itaq; ꝑ equam proportiõalitatem argue.d.ad.e.sicut.e.ad.f.quod est primum. ¶ Reliquum sic.ducatur.a.in.l.& e.& proueniãt.n.& p.c.quoq; ducatur in.e.& m.& proueniant.q.& r.eruntq; per easdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoq; proportionales in proportione primorum: per equam igitur propotional itatem conclude.g.ad.h.sicut.h.ad.k.quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscunq; primi in productos ducantur.





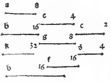
Propositio .13.

Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoq; suum latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratum.

Sint duo numeri .a. & .b. quadrati: lateraq; eorum .c. & .d. dico q; si .a numerat .b. c. quoq; numerabit .d. & econuerso. Constat enim q; ex .c. in se fit .a. ex .d. quoq; in se .b. fiat igitur .e. ex .c in .d. eruntq; per .18. & .19. septimi .a. e. b. continue proportionales in proportione .c. ad .d. Si igitur .a. numerat .b. idem ipse per .7. huius numerabit .e. quare & .c. d. quod est primum. Conuersa sic patet. si .c. numerat .d. a numerabit .e. propter id quod proportio .a. ad .e. sicut .c. ad .d. & si numerat .e ipse numerabit .b. propter hoc q; sunt continue proportionales.

Propositio .14.

Si cubus alium cubum numeret: latus quoq; suum latus alterius numerabit. Si vero latus suum latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

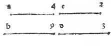


Sint duo numeri .a. & .b. cubi lateraq; eorum .c. & .d. dico q; si .a. numerat .b. c quoq; numerabit .d. & econuerso. Ducatur enim .c. in se & fiat .e. d. quoq; in se fiat .f. cōstat igitur q; ex .c in .e fit .a. & ex .d in .f. b. fiat itaq; .g. ex .c. in .d. eruntq; per .18. & .19. septimi .e. g. f. continue proportionales in proportione .c. ad .d. sed .d. & .h. & .k. proueniant ex .c. in .g. & .f. Per easdem igitur erunt .a. h. k. b. cōtinue quoq; proportionales in eadem proportione. Itaq; si .a. numerat .b. idē per .7. huius numerabit .h. quare & .c. d. est n .c. ad .d. sicut .a. ad .b. cōstat igitur prima pars. Conuersa patet sicut conuersa prioris. Nam si .c. numerat .d. a. quoq; numerabit .h. quem si numerat necesse est ut numeret .b.

Propositio .15.

Si numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum nō numerare ex necessitate conuincitur.

Hec .5. proponit negationes conuerti: que affirmationibus quas .13. huius conuerti proposuit opponuntur ut si sint duo numeri quadrati .a & .b. quorum latera .c. & .d. si .a. non numerat .b. c. quoq; non numerabit .d. & econuerso etiam si .c. non numerat .d. nec .a. b. Sit enim primo ut .a non numeret .b. si itaq; .c. numerat .d. per secundā partem .13. huius & .a. numerabit .b. quod est contrarium positioni: sicq; patet primū.

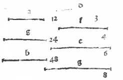


Secundum quoq; sic: sit ut .c. non numeret .d. itaq; si .a. numeret .b. per primam partem .13. necesse est ut .c. numeret .d. necesse ē igitur ut numeret ipsum cum nō numerat ipsum: quod est impossibile. Quemadmodum aūt necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas .13. demonstrauit conuerti: sic quoq; necesse est eas negationes que opponūtur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubū nec latus eius numerabit latus illius ecōuerso quoq; si latus unius non numerat latus alterius nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per .13. ideoq; hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.

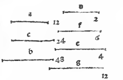
Si duo numeri superficiales fuerint similes necesse est tertium numerum sub proportionalitatē cōtinuam eis interesse: eritq; proportio unius numeri ad alterū sibi similes velut unius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

Sint duo numeri .a. & .b. superficiales & similes: dico



g. inter ipsos cadet unus numerus in continua ꝓportione: latera enim. a. sint. c. & d. b. uero latera sint. e. & f. eruntq; ex conuersione diffinitiōis numerorum similium. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aūt ꝙ ex. c. in. d. fiat. a. & ex. e. in. f. b. fiat itaq; g. ex. e. in. d. eritq; per. 19. septimi. a. ad g. sicut. c. ad. e. & per. 18. eiusdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut g. ad. b. est itaq; g. continua proportionalitate medius inter. a. & b. quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum sit. a. ab b per diffinitionem: sicut. a. ad. g. duplicata: que eadem est illi que est. c. ad. e.

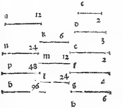
Propositio .17.



Si sm continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt & similes.

¶ Hec est conuersa premisse: ut si inter. a. & b. sit. c. sm cōtinua proportionalitate constitutus. a & b. erunt superficiales & similes. ¶ Sint enim. d. & e. minimi in proportiōe qua continuantur a. c. b. qui per. 21. septimi numerabunt. a. & c. equaliter: sitq; ut sm. f. & per eandem. c & b. equaliter: & sit ut sm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. & b. superficiales: & erunt etiam per diffinitionem. d. & f. latera numeri a. e. quoq; & g. latera numeri b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex d in. g sit. c & ex e. in. f. sit idem. c. erit per secundam partem. 20. septimi. d. ad e sicut. f. ad g per diffinitionē igitur. a. & b sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimū quod est. a. & b. esse similes: potest etiam haberi per. 19. & 18. septimi: & per hasypothe. ꝙ a. c. b. sunt cōtinue proportionales in proportione. d. ad. e minimorum numerantium. a & c sm. f. & c. & b. sm g.

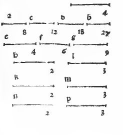
Propositio .18.



Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse ē eis duos numeros sm continuam proportionalitatē interesse. eritq; proportio vnius solidi ad alterū sibi similē. velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ꝓportionaliter ꝓportio triplicata.

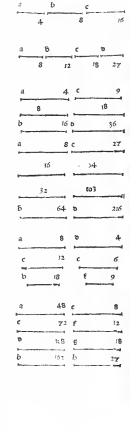
¶ Sint duo numeri. a. & b. solidi similes dico ꝙ inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri. a. c. d e. latera uero. b. sint. f. g h eruntq; ex conuersione diffinitiōis numerorum similium c. ad. f. & d. ad. g sicut e. ad. h. Sit igitur ex. c. in. d. k. & ex. f. in. g. l. erūtq; ex diffinitione. k. & l. superficiales & similes. quare ꝑ 16. huius unus numerus cadet inter eos medius sm proportionem. c. ad f. qui sit. m. Manifestum autem est ꝙ ex. e. in. k. fit. a. & ex. h. in. l. b. si igitū ex e. in. m. & l fiant. n. & p. erūt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. & n. ad. p sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue ꝓportionales in ꝓportione c. ad. f. ¶ Et quia per. 19. eiusdem. p. ad b. sicut. e. ad. h. & ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue ꝓportionales sm proportionem. c ad. f. ¶ Sunt itaq; inter. a. & b. duo numeri. n. & p. medii in continua proportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum proportio. a ad b. sit per diffinitiōem sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi: que est. c. ad. f.

Propositio .19.



Si eis sm cōtinuam ꝓportionalitatē duo nūeri interiacēt quilibet duo nūeri solidi sunt atq; similes.

¶ Hec est cōuersa ꝑmisse ut si inter. a. & b. sint duo numeri c. & d. medii in cōtinua ꝓportione: erūt. a. & b. solidi & similes. ¶ Sumātur enī tres minimi in eadē ꝓportione cōtinue ꝓportiōales q sint. e. f. g. erūtq; ꝑ 17. e. & g superficiales & similes. ¶ Sint ergo. h. & k. latera. e. at. l. & m. latera. g. eritq; ꝑ corre. 16. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū aūt est ex tertia ꝙ. e. & g. sunt cōtra se primi: ideoq; ꝑ. 23. septimi in sua proportione minimi: & quia ꝑ equā ꝓportionalitatem sint. a. ad. d & c. ad. b. sicut e ad. g.



sequitur per.11.septimi tuc ipsi numerent.a.& d. equaliter quod sit p m.n. & item.c.& b.equaliter q̃d sit p m p Quia igitur ex.h in.k.fit.e. & ex.e.in n.fit.a.sequitur p diffinitionem ut.a.sit solidus eiusq; latera.h.k.n. similiter quia ex.l.in.m.fit.g.& ex.g.in.p.b.sequitur & ut.b.sit solidus & eius latera.l.m.p. Ipsos aũt esse similes sic constabit cum ex.g.in.n.fiat.d.& ex eodẽ i.p.b.erit p.18.septimi n.ad p.sicut.d.ad.b.& quia sic erãt.h.ad.l. &.k.ad m.p diffinitionẽ manifestũ est.a.& b.eẽ similes:q̃d ẽ ppositum.

Propositio .20.

Si triũ numeroꝝ continue ꝓportionaliũ primus fuerit quadratus tertiũ quoq; quadratum eẽ.

Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.sitq;.a. quadratus dico q.c.est etiam quadratus. Sunt enim p.17.a.& c.sup ficiales & similes cũ igitur.a. sit quadratus p ypothe.erit.c.q̃dratus. Propositio.21.

Si quatuor numeroꝝ continue proportionalium. primus fuerit cubus: quartũ cubum eẽ necesse ẽ.

Sint q̃tuor numeri cõtinue ꝓportionales.a.b.c.d.sitq;.a.cubus:dico q.d.est ẽt cubus. Cõstat enim p.19. q a.& d.sint solidi similes:& quia a.est cubus p ypothe.erit etiam.d.cubus. Propositio.22.

Si duorum numerorum quoꝝ proportio sicut q̃drati ad quadratum fuerit vnus quadratus: alterum quoq; quadratum eẽ.

Sint duo numeri.a.& b in ꝓportione duorũ quadratorũ qui sint.c.& d.sitq;.a.uel.b.quadratus:dico reliquũ eẽ quadratũ.Cum enim.c.& d sint quadrati sequitur eos eẽ sup ficiales similes:ideoq; per.16.cadet unus medius inter eos in continua ꝓportione:quare p.8.& inter.a.& b.per.20 igitur constat ꝓpositum.

Propositio .23.

Si duorum numerorum quorum proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus & alterum cubicum eẽ.

Sint duo numeri.a.& b.in proportione duorum cuborum qui sint.c.& d.sitq;.a uel.b cubus:dico reliquum esse cubum. Necesse ẽ enim q.c.& d.sint solidi similes. quippe oẽs cubi sint similes & solidi:itaq; per.18.inter ipsos cadent duo medii in cõtinua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.& b. itaq; per.21.manifestum est quod dicitur.

Propositio .24.

Omnium numeroꝝ superficialium similiũ est ꝓportio vnius ad alterum sicut ꝓportio quadrati ad q̃dratũ.

Sint.a.& b.superficiales similes: dico q unius ad alterum ẽ proportio sicut quadrati ad quadratum. Erit.n. per.16.inter eos unus numerus medius in continua ꝓportione qui sit.c. Sumptis itaq; tribus minimis in ꝓportione eoꝝ: qui sint.d.e.f.erunt p correl.2.d.& f.quadrati:& quia p equã ꝓportionalitatem est.a.ad.b.sicut.d. ad.f. constat uerum eẽ q̃d ꝓponitur.

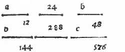
Propositio .25.

Omniũ duoꝝ solidoꝝ similiũ est proportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubũ.

Sint.a.& b.solidi similes: dico q ꝓportio unius ad alterum est sicut cubus ad aliquem alium cubũ. Sunt quidem per.18.inter eos duo numeri medii s m continuam proportionem qui sint.c.& d. in eorum proportiõe sint minimi: quatuor.e.f.g h.quorum.e & h.erunt cubi per correlarium secũde:quia igitur per equam proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.e.ad.h.liquet propositum. Explicit liber Octauus.

¶ Liber nonus Euclidis de quinqꝫ numerorũ precipuis speciebus. ꝛ de perfecto habũdante ac diminuto ẽm Campani optimã traductionem. Magistro Luca paciolo de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.

Par numerus est qui põt ĩ duo equalia diuidi. 2. ¶ Impar numerus est, qui in duo equalia diuidi non potest, additaqꝫ supra parem vnitatem. 3. ¶ Pariter par est quẽ cuncti pares eũ numerãtes paribus vicibus numerant. 4. ¶ Pariter ĩpar est quem cuncti pares eũ numerãtes ĩparibus vicibus numerãt. 5. ¶ Pariter par ꝛ impariter est quem pares eum numerantes quidam paribus quidã imparibus vicibus numerant. 6. ¶ Impariter impar quem cuncti impares eum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. ¶ Perfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis q̃bus numeratur est equalis. 8. ¶ Habundans dicitur q̃ oĩbus suis p̃tibus minor est. 9. ¶ Diminutus vero q̃ maior.



¶ Castigator.

¶ Diffinitiones iste respectiue sunt parium ꝛ impariũ. 1. ¶ Vt. 4. 6. 8. 10. ꝛ similes. 2 ¶ Vt. 3. 5. 7. 9. ꝛ similes. 3. ¶ Vt. 8. 16. 32. 64. ꝛ similes. 4. ¶ Vt 6. 10. 14. 18. 26. 30. 42. 54 ꝛ similes. 5. ¶ Vt. 12. 24. 36. 48. 60. ꝛ similes. 6. ¶ Vt. 15. 21. 27. 33. 35. ꝛ similes. 7. ¶ Vt. 6. 28. 496. ꝛ similes. 8. ¶ Vt. 12. 24. 36. ꝛ similes. 9. ¶ Vt. 8. 10. 16. ꝛ similes.

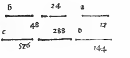
Propositio .1.

Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterius producetur numerꝫ quadratum eẽ necesse est.

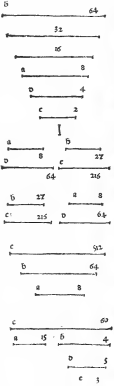
¶ Sint. a. ꝛ. b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proueniat. c. dico. c. eẽ quadratum. fiat enim. d. ex. a. in se. eritqꝫ per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. ꝛ quia inter. a. ꝛ. b. cadit unus medius ẽm continuam ꝓportionalitatem per. 16. octaui. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoqꝫ cadat inter. d. ꝛ. c. itaqꝫ cum d. sit quadratus erit per. 20. eiusdem. c. quoqꝫ quadratus quod ẽ ꝓpositum.

Propositio .2.

Sex ductu alterius in alterum tetragonus producatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. ¶ Ex his itaqꝫ patens est: quia si tetragonus in tetragonũ ducatur qui ex eis producet tetragonũ eẽ. 2. ¶ Si vero ex ductu tetragoni in numerꝫ aliquem tetragonus producat illũ numerum aliquem eẽ tetragonũ. 3. ¶ Itemqꝫ si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producatur eum numerum aliquem non tetragonum eẽ. 4. ¶ Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producetur nõ tetragonum eẽ necesse est.



¶ Hec est conuersa prioris: ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritqꝫ. c. quadratus erũt a. ꝛ. b. superficiales similes: sit enim. d. ex. a. in se. eritqꝫ per. 18. septimi. d. ad



c.sicut.a.ad.b.per.16.autem octaui cum.d.et.c.sint superficiales similes: et eo q sunt ambo quadrati: erit inter eos unus numerus medius secundum cōtinuam propor.per.8.itaq eiusdem erit etiam unus inter.a.et.b.igitur per.17.eiusdem.a.et.b.sint superficiales similes: quod est propositum. Prima pars correl.patet per premissam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet ex prima ipsius correl.parte a destructione consequentis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.

SI numerus cubus in seipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.

¶ Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico.b.esse cubū. ⁋ Sit enim.c.latus cubicum.a.ex.c.uero in se fiat.d.patet itaq q ex.c.in.d.fit.a.sunt igitur unitas.c.d.a.continue proportionales: quod ex.18'.septimi et presentibus ypothesibus manifestū est. ⁋ Et qa est.a.ad.b.sicut unitas ad.a.eo q quotiens vnitas est in.a.totiēs.a.in.b.erūt inter.a.et.b.duo numeri medii secundum proportionalitatem continuam per.8.octaui. ⁋ Cum igitur ex ypothesi sit a.cubus erit per.21.eiusdem.b.quoq cubus: q̄d oportebat demonstrare.

Propositio .4.

SI cubus in alium cubum ducatur: qui inde producetur erit cubus.

¶ Sint.a.et.b.cubi: fiatq.c.ex.a.in.b.dico.c.esse cubum. ⁋ Fiat enim.d.ex.a.in se: eritq per premissam.d.cubus: et quia per.18.septimi est.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex 23.octaui.c.esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.

SI numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq productus cubus in quem ductus est numerum cubum eē necesse est: vnde et manifestum est: qr ex ductu cubi in non cubum producitur nō cubus. Ductoq cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est eē non cubum.

¶ Sit enim ex.a.cubo in.b.numerum productus.c.cubus dico.b.esse cubum: fiat enim.d.ex.a.in se qui per ante premissam erit cubus: et qa igitur ē per.18.septimi.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estq.a.cubus: sed et.d.et.c.cubi erit per 23.octaui.b.cubus: quod est propositum. Prima pars correl. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premissam similiter a destructione consequentis.

Propositio .6.

SI ex ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus producatur eum eē cubum necessario comprobatur.

¶ Sit ut ex.a.in se fiat.b.sitq b.cubus: dico ergo.a.esse cubum: fiat enim.c ex.a.in.b.eritq ex diffinitione.c.cubus.et quoniam constat ex.18.septimi q sit.a.ad.b.sicut b.ad.c.cum sint.b.et.c.cubi: sequitur ex.23.octaui.a.esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.

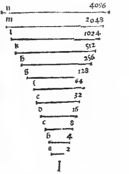
SI numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

¶ Sit.a.numerus compositus: qui ducatus in.b.et proueniat.c.dico.c.esse numerum solidum. Cum enim.a.sit cōpositus numeratur ab aliquo numero qui sit.d.numeret q eum secundum.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.et ex.a in.b.c.erit ex diffinitione solidorum.c.solidus cuius latera.e.d.b.q̄d est propositum.

Propositio .8.

Si fuerint numeri ab vnitate continue proportionales: tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq septimus ab vnitate est quadratus cubicus: ac deinceps: quinq semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

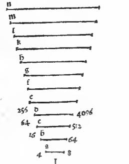
¶ Sint continue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m. n. dico b. esse quadratum & d. omisso.c. & sic alios vno semper omisso. vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus & septimus. ¶ Dico item.c. esse cubum & f. duobus omissis: & sic in ceteris. ¶ Omnisq simpliciter est cubus cuius ab vnitate locus addit super ternarium: vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii vnitatem: vt sunt quartus septimusdecimus tertiusdecimus & sextusdecimus. in his.n. conueniunt omnes qui duos transmittunt. ¶ Itemq dico.f. ab vnitate septimum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinq numeris intermissis: ideq in ceteris. ¶ Simpliciter aut dico cuius locus ab vnitate addit super senariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipsius vnitatẽ: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus & vigesimusquintus: illum esse quadratũ cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impar: cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit vnitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est ẽe multiplices. ¶ Que autem proposita sunt sic constant. ¶ Est enim ex ypothesi.a. in.b. quotiens vnitas in.a. itaq. b. ex diffinitione quadratus, quia igitur.b.c.d. sunt continue pportionales cum.b. sit quadratus: patet ex.18. vel.20. octaui.d. esse quadratũ. Eadem ratione & f. quia.d.e.f. sunt continue proportionales: & d. ẽ quadratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq primum. ¶ Secundũ sic cum sit.b. in.c. quotiens.a. in.b. ex ypothe. sequitur a diffinitione: vt ex.a. in.b. suum quadratum fiat.c. igitur ex diffinitione cubi.c. est cubus. At quia.c.d.e.f. sunt continue proportionales: sed & f.g.h.k. est autem.c. cubus: necesse ẽ per.19. vel.21. octaui. vt.f. quoq sit cubus. ideoq & k. idẽ q in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. ¶ Quoniam autem in.f. septimo & in.n. tertiodecimo: ceterisq quinq medios omittentibus: simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit vnitatem: terminantur quadratorum & cuborum computationes: in his quidem vnius: in illis autem duorum omissione sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte & cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

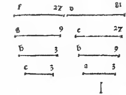


Propositio .9.

Si numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis vnitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoq omnes erunt quadrati. Si vero qui vnitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoq omnes erunt cubi.

¶ Sunt qui prius continue proportionales ab vnitate sitq.a. quadratus: dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premissam: quia ergo.a. ad b. sicut.b. ad.c. ex.20. octaui sequitur.c. esse quadratum. idem quoq ex eiusdem.18. vel.20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq modo probabis: quare patet primum. ¶ Secundum autem sic: cum.b. fiat ex.a. in se si fuerit.a. cubus erit per.3. ipse quoq cubus.c. vero constat esse cubum per premissam. itaq per.23. octaui.d. omnesq sequentes cubicos esse probabis: est enim.a. ad.b. sicut.c. ad.d. Idem quoq arguere potes ex.19. vel.21. eiusdem: sunt enim.a.b.c.d. sed & b.c.d.e. singuliq quatuor continue sumpti continue proportionales.

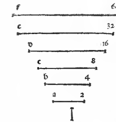




Propositio .10.

In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitatē sequēs nō quadratus fuerit: nō erit aliorum quisq̄ quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper intermisso reperiunt̄ tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps his qui duorum semper intermissione formantur cubici.

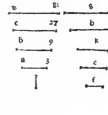
¶ Hec ex oppposito subiecti premisse infert partem oppositi passionis dico autem partem quā ex.8. constat omnes impares esse quadratos: omnesq̄ quorum locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicē addit unitatem esse cubos. ¶ Sint itaq̄ qui prius ab unitate continue ꝓportiōales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus eē quadratum aut cubicum nisi quos octaua proponit. ¶ Si enim quis aliis ponatur quadratus: sequitur per.22. octaui .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per.23. eiusdem .a. esse cubum quorum utrunq̄ contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.



Propositio .11.

In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: eum quoq̄ qui unitatem sequitur numerare necesse est.

¶ Sint usq̄ ad .d. continue proportionales ab unitate: sitq̄ .e. numerus primus de quo ponat̄ ipsum numerare .d. dico q̄ idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus p. 32. sep. et quia ex .a. in se fit .b. sequitur ex.26. eiusdem ut ipse quoq̄ sit primus ad .b. sed et ad .c. et ad .d. sequitur ipsum eē primum per.25. eiusdem: eo q̄ ex .a. ī b. fit .c. et ex eodem in .c. d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipm: quare accidit contrarium ypothe. ¶ Idem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per.32. sep. itaq̄ per.23. eiusdem erunt minimi in sua proportione: quia autem .e. ex ypothe. numerat .d. sit ut sm̄ f. constat uero q̄ ex .a. in .c. fiat .d. ergo p scd̄am partē .20. sep. erit .a. ad .e. sicut .f. ad .c. quare p.21. eiusdem .e. numerabit .c. et sit ut sm̄ .g. et quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoq̄ per easdem et eodē modo ut .e. numeret .b. esto ergo q̄ sm̄ .h. et quā rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum p easdē: ut e. numeret .a. sed positum erat non numerare: ergo accidit impossibile.



Propositio .12.

A numeris ab unitate continue proportiōalibus minor maiorem numerat sm̄ aliquem in illa proportionalitate dispositum.

¶ Sint ab unitate usq̄ ad .f. cōtinue proportiōales: dico nullū ipsorum numerare .f. nisi sm̄ aliquē aliorum: cōstat .n. q̄ e. numerat ipm̄ .f. sm̄ .a. est eni .e. ad .f. ut unitas ad .a. sed et .d. numerat eūdē .f. sm̄ .b. est nāq̄ p equā ꝓportionalitatē .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoq̄ patet eodē modo q̄ sm̄ seipsum numeret eū. Ecōuerso quoq̄ .a. numerat eū sm̄ .e. eo q̄ sicut unitas ad .e. ita .a. ad .f. b. uero sm̄ d. est eni ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. uez igit̄ est qd̄ ꝓponit̄. Quippe, quotus quisq̄ q ꝓponit̄ ultimū numerare fuerit sub ultimo sm̄ totū supra unitatē: numerare ipm̄ conuincit̄ p equā ꝓportionalitatem et diffinitionem.

Propositio .13.

Quotlibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatē sequit̄ fuerit numerus primus maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

¶ Sint ut prius usq̄ ad .d. continue proporiōales ab unitate: sitq̄ .a. numerus primus: dico q̄ nullus numerabit ultimum nec sim

pliciter aliquem eoꝝ nisi aliquis eorū qui antecedit ultimū vel eū qui ponitur numerari. Sit enim si possibile est .e. diuersus ab eis qui numeret .d. qui si fuerit primus per .n. numerabit .a. nō igitur est .a. primus quod ē cōtra ypothe. ⁋ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p .30. septimi: ut aliquis primus numeret eū qui non erit nisi .a. Nam si est alius ab .a. ut .f. cū necesse sit ipsum numerare .d. arguetur et eundē numerare .a. p .n. sic quoq; .a. nō erit primus. Est igit. a. primus numerans .e. qm̄ aūt .e. numerat .d. sit ut ꝑm .g. eritq; p secūdā partē .20. sep. .a. ad .e. sicut .g. ad .c. fit enim .d ex .a. in .c. q̄re cū .a. numeret .e. ē .g. numerabit .c. sitq; ut ꝑm .h. sequiturq; ut .a. numeret .g. sicut sequebatur ut numeraret .c. alioquin si .g. quidē est primus cum numeret .c. sequitur p .n. ipm numerare .a. Si aūt cōpositus p eādem sequitur numeꝝ primū numerantē .g. numerare .a. q̄d est inconueniens itaq; .a. numerat eū: sequitur ergo p secūdā partē .20. septimi: ut .b. numeret quoq; .b. eo q̄ tā ex .a. in .b. q̄ ex .g. in .h. constat pduci .c. ⁋ Numeret .b. itaq; ipsum .k. Constat aūt ut prius de .g. q̄ .a. numeret .b. Nā si non non erit .a. pmus itaq; p secundā partē .20. sep. sequitur ut .k. numeret .a. fit enim tā ex .a. in se q̄ ex .h. in .k .b. Manifestū est aūt .k. nō eē .a. nullus enim numeroꝝ .g .h .k. est aliquis ex .a .b .c .d. si enim .g. eēt aliquis ex eis cū ipse numeret .d. ꝑm .e. eēt per premissam .e. quoq; aliquis ex eis: sed non erat: nec igitur .g. ⁋ Similiter cū .h. numeret .c. ꝑm .g. non erit .h. aliquis ex .a .b .c. Nā eēt p pmissam ē .g. ostensum est aūt q̄ non. ⁋ Nec igit. .h. eadē rōne nec .k. ⁋ Cū .n. ipse numeret .b. ꝑm .h. si ipse eēt .a. conuinceret p premissam .b. quoq; eē .a. At non erat. ⁋ Nec igitur .b. erit .a. ⁋ Numeret aūt ipsum. Nō est itaq; .a. primus quod est impossibile. ℂ Aliter idem si .e. diuersus ab .a .b .c .d. numerat .d. sit ut ꝑm .f. ē quia .a. numerus primus numerat .d. pductum ex .e. in .f. sequitur ex .33. sep. q̄ ipse numeret .e. uel .f. numeret ergo .e. ⁋ Quia igitur tā ex .a. in .c. q̄ ex .e. in .f. fit .d. erit per sc̄dam partem .20. septimi .a. ad .e. sicut .f. ad .c. nūerat itaq; .f .c. sit ut sc̄dm .g. eritq; per .33. septimi ut .a. quoq; numeret .f. uel .g. sitq; ut .f. sequiturq; per secundam partem .20. eiusdem: ut .g. numeret .b. sitq; ut secundum .h. ut prius igitur .a. numerabit .g. uel .h. ē sit ut numeret .g .h. ergo per secundam partem dicte .20. numerabit .a. si itaq; .h. non est equalis .a. non erit .a. primus: quod est contra ypothe. Si autē equalis erit unusquisq; numerorum .g .f .e. aliquis ex .a .b .c .d. p pmissam quotiens oportet assumptam. Non est igitur .e. diuersus ab eis: q̄d est etiam contra ypothe. itaq; constat ueꝝ esse quod proponitur.

Propositio .14.

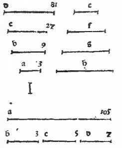
S J propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati nō numerabit eū aliquis numerus primus preter illos assignatos.

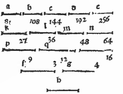
ℂ Sit .a. minimus numerus numeratus a numeris primis q̄ sunt .b .c .d. dico q̄ alius primus preter eos non numerabit .a. Si autem sit .e. primus numerans eum ꝑm .f. quia ergo quilibet numerorum .b .c .d. numerat .a. productum ex .e. in .f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex .33. septimi: ut quilibet eorum numeret .e. uel .f. sed .e. nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat .f. cum itaq; sit .f. minor .a. utpote qui numerat eum ꝑm .e. nō erit .a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.

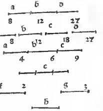
S J quotlibet numeri continue proportionales ꝑm suam proportionem fuerint minimi: quicunq; aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit commensurabilis.

ℂ Sint .a .b .c .d .e. continue proportionales ē minimi ꝑm proportionem .f. ad .g. qui sint in sua proportione minimi: ē ponatur .h. numerare .c. dico q̄ .h. est cōmēsurabilis .f. uel .g. ⁋ Sumantur enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt .k .l .m .n. constat autem ex secunda octaui q̄ ex .f. in .m. fit .c. alioquin contingeret





eſſe minus minimo quod eſſe non poteſt: itaq̃ per correl.33. ſeptimi erit h.cōmenſurabilis.f.vel.m.q̃ ſi.f.conſtat propoſitum: ſi autem.m. ſumantur in eadē proportiōe tres minimi qui ſint.p.q.r.eritq̃ ex ſecunda octaui vt.m.fiat ex.f.in.r.ne minus minimo aliquid eſſe cogamus concedere: quare per predictum correl.h.eſt commenſurabilis.f.vel.r.ſed nō erat f.ſic enim conſtabat propoſitum: commenſurabilis igitur eſt.r.qui cum ex ſecunda octaui fiat ex.g.in ſe ſequitur ex dicto correl.vt.h.ſit commēſurabilis.g.quod eſt propoſitum.

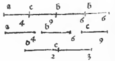


Propoſitio .16.

Si fuerint duo numeri quotlibet continue proportionales in ſua proportione minimi quilibet eorū ad compoſitum ex reliquis primus eſſe neceſſario comprobatur.

¶ Sint.a.b.c.d.continue proportionales & minimi.dico compoſitum ex.a.b.c.primum eſſe ad.d. Si enim nō numerabit aliquis numerus qui ſit.e.compoſitum ex.a.b.c.&.d.per premiſſam igitur erit.e.cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui ſunt.f.&.g.erit itaq̃ numerus aliquis numerans.e.& alterum duorum f.g.qui ſit.h.quia ergo.h.numerat.e.numerabit.d.& compoſitum ex.a.b.c.& quia numerat.f.vel.g.quorum vterq̃ numerat vtrun q̃ mediorum & ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint: ex ſecunda octaui ſequitur vt ipſe numeret.b.&.c.ergo &.a.quia numerat totum.a.b.c.non ſunt igitur a.&.d.contra ſe primi quod eſt inconueniens per.3.octaui. Similiter quoq̃ conſtabit compoſitum ex.a.b.d.primum eſſe ad.c.ſi enim vt prius.e.numerat ambos ſequitur per premiſſam vt aliquis numerus qui etiam ſit b.numeret.e.& alterꝫ duorꝫ.f.g.itaq̃.b.numerat.c.& totū.a.b.d.ſed &.b.cū vtraq̃ radicū numeret oēs medios: igitur & cōpoſitū ex.a.&.d.quia neceſſario numerat alterꝫ duorꝫ.a.d.cū numeret alterꝫ duorꝫ.f.g.numerabit & reliquum. Non ſunt igitur.a.&.d.contra ſe primi: & ita idem vt prius.

¶ Demonſtrant autem idem aliter de tribus continue ꝓportionalibus & minimis ſine adminiculo premiſſe: probant enim ex quibuſq̃ duobus compoſitum primum eē ad reliquum: ſint itaq̃.3.continue proportionales & minimi.a.b.c.quorum termini.d.&.e.dico tunc compoſitum ex.a.&.b.primū eē ad.c.& compoſitum ex.b.&.c.ad.a.itemq̃ ex.a.&.c.ad.b.manifeſtū enim eſt ex ſecunda octaui qđ ex.d.in ſe fit.a.& in.e.fit.b.& ex e.in ſe.c.& ex.22.ſeptimi: quod.d.&.e.ſunt contra ſe primi: itaq̃ ex prima parte.29.eiuſdem erit totus.d.e.primus ad vtrunq̃ eorꝫ quia igitur vterq̃ duorꝫ numerorꝫ.d.&.d.e.primus eſt ad.e.erit per.25.eiuſdem qui ex.d.in.d.e.producitur & ipſe eſt compoſitus ex.a.&.b.primus ad.e.ſequitur ergo per.26.eiuſdem: ut etiam compoſitus ex.a.&.b.ſit primus ad.c.fit enī c.ex.e.in ſe. ¶ Simili quoq̃ demonſtratiōe ꝓbabis cōpoſitum ex.b.&.c.primum eē ad.a. At vero cōpoſitum ex.a.&.c.primum eē ad.b.ſic habeto: cū ſit enim vterq̃ duorꝫ.d.&.e.primus ad totum d.e.erit ꝑ.25.ſeptimi q̃ ex.d.in.e.ꝓducitur: & ipe eſt.b.primus ad.d.e.itaq̃ ꝑ.26.eiuſdem qui ex d.e.in ſe ꝓuenit: & ipe eſt qui componitur ex.a.&.c.& duplo.b.ꝑmus erit ad.b.ſequitur ergo compoſitum ex.a.&.c.primum eē ad.b.neceſſe enim ē vt ex duobus compoſitus cū primus fuerit ad vnum eorum ex q̃bus componitur: ſit primus ad reliquum. Demonſtratum autem eſt hoc ſupra.29.ſeptimi. Oportet aūt ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitum ex.a.&.b.produci ex.d.in compoſitum ex.d.&.e.ſuppoſito q̄ ex.d.in ſe fit.a.& ex eodem in.e.b.itemq̃ q̄ ex.d.e.in ſe producatur compoſitum ex.a.&.c.& duplo.b.ſuppoſito eo quod prius & q̄ ex.e.in ſe ſit.c.huius itaq̃ gratia proponimus hec demonſtranda.



¶ Quod fit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: quātum quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

¶ Idem ꝓponit prima ſecundi de lineis. Sit enim vt ex.a.in.b.& in.c.& in.d.ꝓueniant.e.&.f.&.g.dico q̄ ex.a.in cōpoſitū ex.b.&.c.&.d.prouenit

compositũ ex.e.&.f.&.g.sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius q̈d multiplicaĩ vt tota pars sit.b.e & tota.c.f.sed &.d.tota.g.quota est vnitas.a.per quintã itaq; septimi:tota quoq; pars erit cõpositus ex.b.&.c.&.d. compositi ex.e.&.f.&.g.quota est vnitas.a. ergo per diffinitionem ex.a. in cõpositũ ex.b.& c.& d.fit compositus ex.e.&.f.&.g. q̈d est propositum.

¶ **Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum equum est ei quod fit ex composito eorum in eundem.**

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demõstratum est: vt si ex.b.&.c.&.d.in.a.fiant.e.&.f.&.g.fiet quoq; compositus ex composito in eundem q̈d ex.17.septimi & predemonstrato facile concluditur.

¶ **Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: equũ ẽ ei quod fit ex cõposito horum in cõpositũ illorum.**

¶ Vt si.a.b.c.multiplicent.d.e.f.quilibet quẽlibet iungãturq; producta dico aggregatũ ex productis esse quale producto ex composito ex.a.&.b.&.c.in compositum ex.d.&.e.&.f.𝓨 Est enim p premissam quod fit ex cõposito ex.a.b.c in.d.quãtum quod ex singulis in illum.d.sic & in.e.& in f.ex composito autem horum.a.b c.in quemlibet illorum.d.e.f.p añ premissam fit quantũ ex cõposito in cõpositũ:itaq; constat propositum.

¶ **Numero in quotlibet partes diuiso: tantũ est quod fit ex toto eo in se:quantum quod ex eo in omnes suas partes.**

¶ Idem pponit secũda secundi de lineis:vt si.a.diuidatur in.b.&.c.&.d. dico q̃ tm̃ fit ex.a.in se quãtũ in oẽs illos. b.c.d.Posito enim.e.equali.a. constat ex prima harum incidentium tm̃ fieri ex.e.in.a. quantũ in oẽs ptes a.sed per cõcep.ex.e.in.a. fit quantũ ex.a.in se.& ex.e.in partes.a.quantũ ex.a.in easdem.Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ **Numero in duo diuiso quod fit ex toto in alterum diuidẽtiũ tantum est quantum quod ex eodem in se & in alterum.**

¶ Idem proponit tertia secũdi de lineis. Sit enim.a. diuisus in.b.&.c.dico tm̃ fieri ex.a.in.c.q̃tum ex.c.in se.& in.b.Nã q̈d ex.a.in.c. est q̃tum q̈d ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaq;.d.equali.c.erit.a.in.c.quantũ.d.i.a. At p primã harum.d.in.a.est quantum in.b.&.c.quia ergo.d.in.a.& in.b.& i c.est quantũ.c.in.a.& in.b.& i se pp equalitatem.c.&.d.cõstat ppositum.

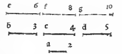
¶ **Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq; diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum.**

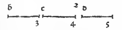
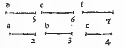
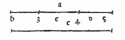
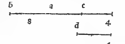
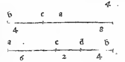
¶ Idem proponit quarta secundi de lineis: vt si.a.diuidatur in.b.&.c.dico tantum fieri ex.a.in se:quãtum ex.b.in se.&.c.in se:& ex.b. bis in.c. est enim per quartam harum q̃ ex.a.in se quantum quod ex eo in.b.& in.c. ex eo aũt in.b.per premissam est quantum ex.b.in se & in.c.at ex.a. in.c. per eandem est quantum ex.c.in se:& in.b.& quia ex.c.in.b. tm̃ est quantum ex.b.in.c.per.17.septimi liquet verum esse quod proponitur.

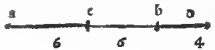
¶ **Numero per duo equalia duoq; inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cũ quadrato intermedij equum est quadrato medietatis totius.**

¶ Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si.a.b. diuidatur in duos numeros equales qui sint.a.c.&.c.b.itemq; in duos inequales quorum sit maior.a.d.& minor.d.b.dico q̃ illud quod fit ex toto.a. d.in. d. b. cum quadrato.c.d.equale est quadrato.c.b.per premissam enim quadratum c.b.ẽ equale quadrato.c.d.& quadrato.d.b. & ei quod fit ex.b. d.in. c.d. bis:sed ex.b.d.in se & in.c.d.tantum fit quantum in.c. b.per primam harum:& ideo quantum in.a.c.itaq; ex.b.d.in se:& in.c. d.bis quãtum ex ipso.b.d.in.a.d.per eandem igitur quadratum.c.b.superat id quod fit ex.b. d.in.a.d.in quadrato.c.d.constat ergo propositum.

¶ **Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus eiq; alius numerus adiunctus: quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.**



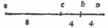


¶ Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim.a.b.diuisus in duos eq̄les numeros q̄ sint.a.c.& c.b.addaturq̄ ei numerus.b.d. dico illud qđ fit ex toto.a.d.in.d.b.cum quadrato.c.b.esse equale quadrato.c.d.est enim ex sexta harum quadratum.c.d equale quadrato.d.b.& quadrato.b.c.& ei quod fit ex.d.b.in.b.c.bis. sed per primam harum ex.b.d.in se & in.b.c.bis est quantū ex.b.d.in.d.a. Sunt enim.a.c.&.c.b.equales:itaq̄ quadratū.c.d.superat id qđ fit ex.b.d.in.d.a.in quadrato.c.b. quod est ppositū.



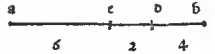
¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cū eo quod ex altero diuidentium in se:est equum ei quod ex toto i eū dem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus.a.diuisus i b.&.d.dico quadratum.a.cum quadrato.d.tm̄ esse quantum quod fit ex a.in d.bis cum quadrato.b.constat quidem ex sexta harum q̄ quadratū a.tantum est quantum quadratum.d.& quadratum.b.& quod fit ex.d.in b.bis:itaq̄ quadratū a.cū quadrato.d.tm̄ est quantum quod ex.d. bis in se.& bis in.b.cum quadrato b.sed ex.d.bis in se & bis in.b.fit quantum ex d.bis in.a.per primam harum:ergo quod fit ex.d.bis in.a.cum quadrato b.est quantum quadratum.a.cum quadrato.d. quare patet propositum.



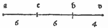
¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq̄ȝ equalis vni diuidē tium additus:quadratus totius cōpositi equum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶ Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus.a.b.diuisus in.a. c.&.c.b.cui addatur.b.d.qui ponatur equalis.c.b.dico quadratum.a.d. tantum esse quantum est id quod fit ex.a.b.in.b.d. quater cum quadrato.a.c.est nāq̄ per sextam haȝ quadratum.a.d.equum quadrato.a.b. & quadrato.b.d.& ei quod fit ex.a b.in.b.d.bis:& quia quadratum.b.d. est eq̄le q̄drato.c.b.erit q̄dratū.a.d.eq̄le q̄drato.a.b.& q̄drato.c.b.& ei qđ fit ex.a.b.in.b.d.bis:per premissam autem est quadratum.a.b.cum quadrato.c.b.quantum quadratum.a.c.cum eo quod fit ex.a.b in.b.c.bis: itaq̄ quadratum.a.d.tantum est quantum quod ex.a.b.in.b.d.bis:& ex a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.& quia ex.a b.in.b.c.tantum fit quantum in.b.d.constat verum esse quod propositum est.



¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duoq̄ȝ inequalia diuisus:quadrata amborum iequalium pariter accepta dupluȝ sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo iequalis portio excedit equalem pariter acceptis.

¶ Idē pponit nona secūdi de lineis Sit enim.a.b.diuisus p duos equales q̄ sint.a.c.&.c.b.& p duos inequales q̄ sint.a.d.&.d.b.dico q̄ quadrata duoȝ numeroȝ.a.d.&.b.d.pariter accepta sint duplū duobus q̄dratis duoȝ numeroȝ.a.c.&.c.d.pariter acceptis Est enim p sextā haȝ quadratū.a d. quantū q̄dratū.a.c.& quadratū c.d.& duplū eius qđ fit ex.a.c.in.c.d q̄a aūt.a.c.est equalis.c.b.erit q̄dratū a.d.q̄tum q̄dratū.b.c.& q̄dratū.c d.& duplū eius qđ fit ex b.c.i.c.d.itaq̄ q̄dratū.a.d.cū q̄drato.b.d.sint q̄ntum q̄dratū.b.c.& quadratum.c. d.& duplū eius qđ fit ex.b.c in.c.d.& q̄dratū.b.d.duplū aūt eius qđ fit ex.b.c.in c.d.cū quadrato.b.d.est equale q̄drato.b.c.& quadrato.c.d.p.9.harū:ergo quadrata duoȝ numeroȝ.a.d.&.d.b.sint quantū quadrata duorū numeroȝ b.c.&.c.d duplicata:& quia.b.c.&.c.a.sint equales.patet ppositū.



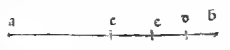
¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusq̄ȝ ei adiūctus quadratum totius cōpositi cū quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratuȝ medietatis ipsius cū quadrato cōpositi ex medietate ⁊ adiuncto.

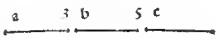
¶ Idē pponit.10 secundi de lineis. Sit enim numerus.a.b.diuisus in duos equales.a.c.&.c.b.sitq̄ sibi adiunctus numerus b.d dico quadratum.a.d.cum quadrato.b.d duplum eē ad quadratum a.c.cum quadrato.c.d.cum sit enim numerus.c.d.in duo diuisus sibiq̄ sit a.c.equalis vni diuidentium additus erit per.10.harum quadratum a.d. quantum quod fit ex.c d.in.c.a.quater cum quadrato.b.d. quia vero.a. c.est equalis.c b.erit q̄dratū.a.d.quantū qđ fit ex.d.c.in.c. b.q̄ter cū qua

drato.b.d.itaq. quadratum.a d.cum quadrato.d.b.erit quantum quod fit ex.d.c.in.c b.quater cum duplo quadrati.b.d. hoc autem per.9.barū duplum est ad quadratum c.d.cum quadrato.c.b cum igitur sit quadratum c.b.equale quadrato.a.c.constat propositum.

C Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

C Quod 11.secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b. dico impossibile eū ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur s'm pportionē habentem medium & duo extrema: vt patet ex diffinitione &.29. sexti. Si autem potest diuidatur in.c sitq.a.b.ad.b.c sicut.b.c.ad.c.a. erit itaq. a.c minor.c b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit.c d.quia igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c.detracti ab.a.b. ad c.d. detractum ab.b.c.erit eadem.a.c.residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare.b.c.ad.c d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b. detracto itaq.d.e.de.c.d.vt sit d.e.equalis.d.b.erit etiā proportio.b c.ad.c.d.sicut c.d.ad.d e.quare sic.d b.residui c.b.ad.c.e residuum c.d.potest igitur c.e detrahi ab c.d.non erit itaq. finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

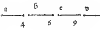




Propositio .17.

Si fuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum eē secundus ad tertium quemq̃ impossibile est.

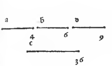
C Sint.a.& b.contra se primi: dico impossibile eē aliquē eis in continua proportionalitate adiūgi. Si enim potest sit.c.quia igitur.a.ad.b sicut.b.ad.c.sunt autem.a.&.b.in sua proportione minimi per.23.septimi: sequit per.21.eiusdem ut.a.numeret.b.qui cum & numeret se nō erūt.a.&.b.cōtra se primi: quod ē contrarium positioni.



Propositio .18.

Si quotlibet numerorum continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum eē vltimum ad aliquem alium est impossibile.

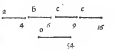
C Sint.a.b.c.continue pportionales.sintq.a.&.c.contra se primi: dico q. in eadem pportione nō pōt eis adiungi aliust si enim potest sit.d.quia igitur est.a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit pmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.sunt aūt.a.&.c.in sua pportione minimi p.23.septimi: itaq. p.21 eiusdem.a.numerat.b.quare & numerat.c.numerorū.n.continue pportionaliū: si pmus numerat scdm: ipse numerat oēs: & simpliciter qlibet pcedēs quēlibet sequētē: at qa & numerat se: nō erūt.a.&.c.cōtra se pmi: qd est incōueniēs.



Propositio .19.

Propositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.
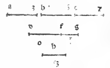
C Sint.a.&.b.duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua pportionalitate adiūgi. Igitur si ipsi sint cōtra se primi ipossibile ē per.17. Si uero compositi: ducat.b.in se.& pueniat.c.quē si.a.numerat erit. Si uero nō nūerat nō erit. Nūeret n.eū s'm.d.q erit quē q̃rimus p.2.ptē.20.septimi. Sit ergo ut nō numeret eū: ē mut.a.ad.b.sicut b.ad.d. itaq. qa ex.b.in se fit.c.sequtur p primā ptē.20.septimi.ut ex.a.in.d.fit idē. igitur a.numerat.c.s'm.d.sed erat positū q. nō: quare sequitur ipossibile.



Propositio .20.

Datis tribus numeris cōtinue pportōalibus an sit aliquis q̃rtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

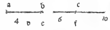
C Sint continue pportionales.a.b.c.uolo inquirere an aliuis eis sub continua pportiōalitate possit adiūgi. Igitur si.a.&.c.sint contra se primi .impossibile est per.18.si



compositus sit.d. qui prouenit ex.b.in.c. quem si numerat.a. erit si uero nõ numerat non erit. ¶ Numeret enim eum sm.e. qui erit quem quen mus per secundam partem.20.septimi ¶ Sit ergo ut non numeret eum : est tñ ut.a.ad.b.sicut.c.ad e.itaq; quia ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primá partẽ 20.septimi: ut ex.a.in e sit idem ¶ Ergo.a.numerat.d.sm.e. sed positum erat q̃ non. ¶ Idem potes perscrutari quotlibet continue proportionalibus propositis.si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per 18.si autem compositi ducto secũdo in ultimum si productum numeret primus ipsius secundum quẽ eũ numerat est quem querimus p secũdã partem.20.sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus erit: quolibet enim posito per primam partem eiusdem sm ipsum positum numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

Propositio .21.

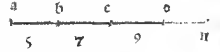
Datis quotlibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum eẽ necesse est.



¶ Nihil aliud intenditur nisi q̃ numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidẽ.d.f minimus quẽ numerant cui addita unitate fiat d g. qui est primus aut compositus si primus constat ppositum. ¶ Si compositus numerat eũ aliquis primus qui sit.h.quẽ non est possibile eẽ aliquẽ ex primus ppositis, si enim eẽt aliquis eoꝝ cũ quilibet ipsoꝝ numeret.d.f. ipse quoq; numeraret eundẽ: at quia numerat.d g.oporteret ipsum numerare f.g. qui ẽ unitas q̃d est impossibile. ¶ Idẽ sequitur posito.d.f.quolibet nũero quẽ numerat.a.b.c quare constat ppositum.

Propositio. .22.

Si coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.



¶ Sit quisq; numerorum a.b c par: dico ex eis compositum eẽ parem. ¶ Habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum medietatem ¶ Sint ergo eoꝝ medietates.d.e.f.quia igitur sicut.a.ad.d.sic.b.ad.e.&.c ad.f.erit ex 13.septimi sicut.a.ad.d.itaq; totus a.b.c.ad totum.d.e.f. itaq;.d.e.f.est medietas,a.b.c.ergo per diffinitionem.a.b.c. ẽ par: quod ẽ propositum.

Propositio .23.

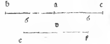
Si numeri impares numero pares coaceruentur totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.



¶ Sit quilibet numeroꝝ.a.b c.d.impar: dico ex eis cõpositum eẽ parem. ¶ Dempta enim a quolibet unitate cõstat residuos eẽ pares: & quia ille unitates dempte componunt parẽ: cũ sint numero pares: constat propositũ per premissam.

Propositio .24.

Si numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eẽ.



¶ Sit quilibet numeroꝝ.a.b.c.impar: dico totũ ex eis cõpositum eẽ imparem ¶ Erit.n.p p̃missam compositus ex a.&.b.par: & quia c.dẽpta unitate ẽ par: erit p ante p̃missam totus.a.b.c.dempta unitate par: per diffinitionẽ itaq; constat totum eẽ imparẽ.

Propositio .25.

Si a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.

¶ Sit totus.a. par a quo detrahatur.b. qui quoq; sit par & residuus sit.c dico.c.eẽ parẽ. ¶ Sit enim.d. medietas.a. e.quoq; sit medietas b detractoq;.e. de. d. sit reliquus. f. erit per.13.septimi c ad.f.sicut.a. ad.d.quare.f.ẽ medietas c.itaq;.c.est par: quod est propositum.

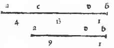
Propositio .26.

SI a nūero ipari detrahat̃ ipar reliquus erit par.
¶ Sit.a b.numerus impar a quo detrahatur. b.c. qui et sit impar: dico reliquum qui ē.a.c.eē parem. ⁊ Detrahatur enim ab utroq duoꝝ numeroꝝ.a.b.ꝛ.b.c.unitas que sit.b.d.eritq uterq duoꝝ residuoꝝ q̄ sunt.a.d.ꝛ.d c. par per premissam itaq constat.a.c.eē parē: qđ ē ꝓpositum.



Propositio .27.

SI a numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.
¶ Sit.a,b.impar a quo detrahatur.a.c. qui sit par: dico c.b.residuum eē imparem. ⁊ Sit enim.b.d.unitas: eritq a.d.par.ꝛ quia.a.c. est par erit per.25. c.d. par. cum itaq sit.d.b.unitas erit.c.b.impar: quod est propositum.



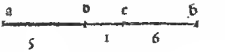
Propositio .28.

SI de numero pari imparem tollas qui relinquit̃ impar est.
¶ Sit.a.b.par a quo tollatur.a.c. qui sit impar: dico. c.b. residuum eē imparem. ⁊ Subtrahatur enim ab.a. c.unitas que sit.c.d.eritq.a.d. par itaq per. 25. d. b. quoq erit par: quia igitur d.c.est unitas, sequitur.c.b eē imparem: quod est propositum.



Propositio .29.

SI numerus impar in numerū parem ducatur q̄ inde producetur erit par.
¶ Ex.23.manifestum est quod dicitur.



Propositio .30.

SI in imparē ducat̃ impar qui ꝓducet̃ erit impar.
¶ Hec quoq ex.24.manifesta est.

Propositio .31.

SI numerus impar numeꝝ pareꝫ numeret: num ero pari eum numerabit.
¶ Si enim numero impari eum numeraret ex impari in imparem fieret par: quod est inconueniēs per premissam.

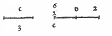
Propositio .32.

SI impar imparē numeret impariter eum numerat.
¶ Si enim pariter eum numeraret ex numero ipari in numerum parem fieret impar quod est inconuenniens per.29.



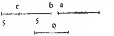
Propositio .33.

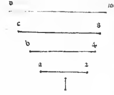
SI numerus impar numeꝝ parem metiatur eiusdē quoq dimidium ipsum metiri necesse est.
¶ Sit.a.numerus par cuius dimidium.b. sitq.c. numerus impar qui numeret a.dico q.c.numerabit. b. ⁊ Numeret enim.a.p̄m.d.eritq per.31.d.numerus par. Esto igitur eius dimidium.e.ducaturq.c.in.e.ꝛ proueniat. f.erit q. per.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.e.ꝛ quia etiam est.a.ad.b.sicut.d. ad.e. sequitur.b.ꝛ.f.esse equales.cum itaq.c.numeret.f.idem numerabit.b. qđ est propositum.



Propositio .34.

SI numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplum erit primus.
¶ Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplum sit.c. dico q.a.est primus ad c. ⁊ Si autem numeret eos.d.cū q.a.sit impar sequitur.d.eē imparem: quicumq enim iparem numerat impar est. ⁊ Per premissam itaq.d. numerabit.b.non sunt igitur.a.ꝛ.b.contra se primi: qđ est contra ypothesim.

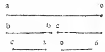




Propositio .35.

Numeri a duobus dupli sunt pariter pares tātū.

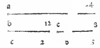
¶ Sint vnitas.a.b.c.d.cōtinue proportionales.sitq̄.a.binarius: dico oēs eos esse pariter pares eisq̄ ſm hāc ꝓportionem in infinitum auctis nullum aliū eē pariter parem. ¶ De hisq̄dem constat ꝑ diffinitionem cū ꝑ.12. quilibet ꝑcedens numeret quemlibet sequētem ꝑ aliquem eorum. quos oēs oportet esse pares: ꝙ nullus alius numeret aliquem eorum per.13 eo q̄.a.qui est binarius vnitatem sequens ē primus. ¶ Quod autem nullus alius ab his sit pariter par constat: sic. ¶ Posito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq̄ medietas in duas: ꝙ hoc totiēs fiat quousq̄ numerus aut vnitas diuisionem impediat quod est necesse euenire per vltimam petionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ē pariter par. si autem vnitas non erit.13. vel.15. alius a continue duplis ab vnitate.



Propositio. .36.

Numerus cuius medietas ē impar ē pariter ipar.

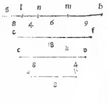
¶ Sit.a.numerus cuius medietas que sit.b.sit impar dico. a esse pariter imparē. ¶ Sit enim.c.binarius manifestum est itaq̄ q̄m ex c in.b.fit.a.sit aūt d.quilibet numerus par numerās.a.q numeret eū scdm.e.eritq̄ ꝑ scdam ptem.20. septimi.e.ad.b.sicut.c.ad d.igit̄.e.numerat b.nā q̄a c.numerat.d.erit itaq̄.e.numerus impar.erat enim ꝙ.b.ꝑ diffinitionem igitur a est pariter impar.



Propositio .37.

Omnis numerus a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par ⁊ impariter.

¶ Sit numerus.a.non duplus a duobus cuius medietas q̄ sit.b.ponatur par.dico ipsum esse pariter parem ꝙ ipariter. ¶ Sit enim.c.binarius de quo manifestum est q̄ ipse numerat.a.ſm b.quia uero a.nō est duplus a duobus: necesse est si eius medietas que est.b.in alias duas medietates diuidatur: medietatisq̄ medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc q̄ diuisionem non recipit erit impar. ¶ Sitq̄ is in quo sistit diuisio.d.in numero quippe necesse est stari q̄a si usq̄ ad unitatem peruenirët diuisio esset.a.de numeris duplis a binario de quibus ñ est: de.d.uero manifestum est q̄ ipse numerat.a.per hanc cōem scientiam ois numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Numeret ergo eum ſm.e.eritq̄.e.par. Alioquin cum d sit numerus impar seq̄retur per.30.a.esse imparem: quia igitur.b.numerus par numerat a.ſm.c q quoq̄ ē par ē eni binarius At uero.e.numerus par numerat eūdem ſm d.qui est impar.constat ex diffinitione numerum.a.esse pariter parem ꝙ impariter: q̄d est propositū.



Propositio .38.

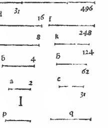
Si de secundo atq̄ vltimo numerorum cōtinue ꝓportionalium equale primo dematur quantum ē reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū vltimi ad coacernatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.

¶ Sint cōtinue ꝓportionales.a.b c d.e.f.g h.demaīq̄ de c.d.eq̄lis a b.qui sit c.k.ꝙ de.g.h.qui sit g.l.dico tūc q̄ ꝓportio.k.d.ad.a b.est sicut l h.ad cōpositum ex.e f.c.d ꝙ.a b ¶ Sumat̄ ex g.h eq̄lis e.f q̄ sit.g.m.ꝙ eq̄lis.c.d.qui sit. g.n.eritq̄.l n.eq̄lis.k.d. ¶ Mānifestum aūt est ꝑ.11.sep.q̄ cum sit g h ad.g m.sicut.g.m.ad g.n.erit.h.m.residuum ad m.n.residuum sicut.g h.ad g m. ¶ Ideoq̄ sicut.e.f.ad.c.d. ¶ Simili quoq̄ modo erit.m.n.ad l.n.sicut.c.d ad.a.b.permutatim igitur erit.h.m.ad e.f.ꝙ m.n.ad c.d.sicut.n.l.ad.a.b.itaq̄ coniunctim per.13.sep.erit.l.h. compositus ex.h m m n ꝙ.l.n.ad compositum ex e.f.c.d ꝙ.a.b.sicut.l. n.ad.a.b.ideoq̄ sicut.k.d ad.a.b.quod est propositum.

Propositio 39.

Um coaptati fuerint numeri ab vnitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

Sint ab vnitate continue dupli.a b.c.d.ex eis autem & vnitate coacervatus sit.e.qui ponatur esse numerus primus
a in quem.e.multiplicet.d.& proveniat.f.g dico.f.g.esse numerum [a] perfectum. Sumatur igitur h k.l.continue dupli ad.e.ut tot sint.e.h k l.quot sint continue dupli ad vnitatem si mpti.eritq; per equam proportionalitatem.l.ad.e.sicut d.ad.a.quare per primam partem.20 sep.ex.a.in l.provenit.f.g.Nam ipse.f.g.provenit ex.d.in.e.& quia.a.est binarius est.f.g.duplus ad.l.sunt igitur.e.h.k.l.&.f.g.continue proportionales.dematur igitur ex.h.equalis.e.qui sit.m.h.& residuus h.n.qui erit etiam equalis.e.itemq; ex.f.g.dematur eidem equalis qui sit.f.n eritq; per premissam.n.g.quantum aggregatum ex e.&.h.&.k &.l.sed &.f.n.cum sit equalis.e.est quantum aggregatum ex.a.&.b.&.c.&.d &.vnitate.itemq; totus.f.g.est quantus aggregatus ex oibus his scilicet.a.b.c.d & vnitate & illis.e.h.k.l.de quibus omnibus manifestum est q; numerat eum scilicet.f.g.e quidem fm.h.&.b.fm.k.quod ex prima parte.20.sep.coniuncitur adiuuate equa proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim vt.d.ad.c.sic.h.ad.e.& vt
b d.ad.b.sic.k.ad.e.per equam [b] proportionalitatem:quare & ex c.in h & ex.b.in.k.necesse est provenire.f.g.quem dudum produxerat.d in.e.si igitur nullus alius ab his numerat.f.g.ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum nueret sic pates si enim hoc possibile est sit.p.qui numeret eum fm.q.eritq; per.33.sep.vt.e.numeret alte-
c rum eorum ponaturq; & q; numeret.p.& quia per secundam partem.20.sep.est.q.ad.d.sicut.e.ad.p.sequitur vt.q.numeret.d.quare cum.a.qui sequitur vnitatem sit primus est enim binarius erit.q.per.13.huius aut.a.aut.b
d aut.c.quicuq; autem horu fuerit erit p.aut [d] l.aut k.aut.h.si enim.q.fuerit.a.constat q;.p.erit.l.quod si fuerit.b.p.erit.k.si autem.c.p.quoq; erit.h non est igitur.p diversus ab illis vt fuerat positum:relinquitur ergo q;.f.g.sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.



Castigator.

a Ex hac habetur esse perfectorum primus senarius secudus.28.tertius 496.ac deinceps alternatim terminado in octonarios & senarios in infinitum & non poterit esse perfectus nisi termineturin altero dictorum.

b Quia in vtroq; ordine sunt numeri in dupla proportione dispositi & ideo p equa ppor.siue puersim siue directe sunt.d.b.&.k.e.pporticales.

Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm.l.k.h e.& iste fm.d.c.b.a.& vnitas fm se totum per concep.quia omnis numeri pars est vnitas ab ipso dicta.

c Et si poneret aduersarius.e.numerare.q.tuc quia est per primam partem.20.septimi.q.ad d.sicut.e.ad.p.erit permutatim per.16.quinti p.ad d.sicut.e.ad.q.sed q.numeratur ab.e per aduersariu ergo d.numeratur etiam ab.p & tunc per.13.erit.p.aliquis illorum a.b.c.d.& sic viceuersa q.erit aliquis illorum.l.k.h.e.quemadmoqum dictum est de p.adeo &c.

d Cum quilibet eorum numeset.f.g fm illos.s.l.k.h.& ideo.q si fuerit.a.p.esset.l.cum.a.numeret.f.g.fm.l.q; si.q.esset.b.p.esset.k.cum.b.numeret eundem.f.g.fm.k.& si.q.esset.c.p.esset.h.quia.c.numeset.f.g.fm.h.& ideo semper p.esset aliquis illorum cum.q.numeret eundem.f.g.fm.p.&c. Latius in his que de proportione & proportionalitate posita sunt in calce.s diffinitione li.5.& circa diffinitiones.12.13.14.15.16.eiusdem ibi clare habes qualites quantitates comunicantes & comensurabiles se habeant in longitudine & potentia. Explicit liber Nonus.

k

¶ Decimus prealijs difficilimus Euclidis liber de tredecim irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore acuratissimo. Incipit.

Quantitates quibus fuerit vna quantitas cōis eas numerans, dicent̄ cōicantes. quibus vero nō fuerit vna cōis quātitas eas numerans dicent̄ incōmensurabiles. 2 ¶ Linee ī potētia cōicantes dicūtur quaꝝ supficies quadratas vna cōis supficies nūerat 3 ¶ Linee incōmēsurabiles ī potentia dicuntur quaꝝ supficies quadratas non nūerat vna cōis superficies. que cum ita sint manifestum est ꝙ omni linee posite multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tm̄. quedam in longitudine ꝛ potentia. 4 ¶ Oīs aūt linea cum qua rōcinamur posita vocetur rōnalis. 5 ¶ Lineeꝗ ei cōicantes dicūtur rōnales. 6 ¶ Eidem aūt in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 ¶ Oīs vo quadrata supficies de qua p ypotesim rōcinamur dicitur rōnalis. 8 ¶ Supficies vero ei cōicantes dicūtur rōnales. 9 ¶ Eidem aūt incōmensurabiles supficies dicunt̄ irrationales siue surde. 10 ¶ Latera vero que in illas quadratas possunt dicūtur irrōnalia. 11 ¶ Quālibet quātitatem totiens posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quantitatem positam excedat.

Propositio .1.



Si a duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur. itēꝗ de reliquo maius dimidio demātur deinceps queꝗ codem modo: necesse est vt tandem minore posita rum minor quantitas relinquatur.

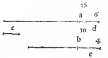
¶ Sint due quātitates ineq̄les. a. ꝛ. b.c. b.c. maior dico ꝙ totiēs pōt maius dimidio detrahi a.b.c. uel eius residuo ꝙ necesse erit relinq quantitatem minoré a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b.c. sitꝗ eius multiplex d e f. maius. b.c. detrahatur itaꝗ a.b.c. maius dimidio ꝙ sit. b g. itēꝗ ex residuo quod est. g c. maius dimidio quod sit. g.h. hoc quoꝗ totiens fiat quousꝗ. b.c. diuisa fuerint in tot ptes quotiens. a. continetur in d.e.f ☞ Dico tūc ꝙ ultimum residuum ut est hic. h.c. est minus. a. multiplicetur namꝗ. h.c. quotiens est multiplicata. a. in. d.e.f. sitꝗ eius multiplex. k.l.m. ☞ Quia igitur unaqueꝗ quantitatum. k.l.m. est equalis h.c. sequit̄ ut ꝛ. k. sit minor. b.g sed ꝛ. l. minor. g.h. at quia. m. est equalis. h.c. erit p conceptionem. k.l.m. minor. b.c. quare minor. d.e.f. cū sit ergo. d.e.f. ad. a. sicut. k.l m. ad. h.c. sitꝗ. d.e.f. maior. k.l.m. sequit̄ p. 14. quinti ꝙ. a. sit maior. h.c quod est ppositum. Ideꝗ sequit̄ si de maiori dimidium dematur. itēꝗ de reliquo dimidium sicꝗ totiens quousꝗ maior diuidat̄ in tot partes quotiens continet̄ minor in quolibet suo multiplice. maiorē positaꝝ quantūlibet excedente. ¶ Attendere aūt oportet ꝙ huic videt̄. i . tertii contradicere pponens angulum contingentie minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angulo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat̄. itēꝗ de residuo maius dimidio. necesse videtur hoc totiens posse fieri quousꝗ angulus

rectilineus minor angulo contingentie relinquatur: cuius oppositum 15. tertii syllogizat: sed hi non sunt uniuoce anguli: non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcunq; rectilineum excedat: quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet: ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum infinitis angulis contingentie esse maiorem.

Propositio .2.

Si fuerint due quantitates inequales detrahatur quam a maiori equale minori donec minus eo supersit ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquatur deinde quoque a reliquo primo equale reliqui secundi donec minus eo supersit auferatur: atque in huiusmodi commune detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret: inueniatur: eas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.

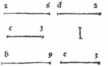
Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint due quantitates inequales. a. & b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad pot detractio: non occurrat etsi infinities fiat aliqua quantitas detractionem impediens siue ante relictum numerans dico eas incommensurabiles esse. Si autem sit communis earum mensura. c. detrahatur igitur. b. ex. a quotiens pot. sitque residuum d. quod residuum detrahatur ex. b quotiens pot sit residuum. e. fiatque totiens ista detractio quousque ex alterutra duarum quantitatum. a. & b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitque hic. e. minus. c cum igitur. c mensuret. b. detractam ab. a. & etiam. a mensurabit per conceptionem. d. residuum. ideoque cum mensuret. d. detractum a b. & etiam ipsum b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.



Propositio .3.

Propositis duabus quantitatibus inequalibus communicantibus maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaque manifestum est: que duas metitur quantitates maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

Huius demonstrationem si secundam septimi non ignoras non potes ignorare: processus enim vtrobique idem.



Propositio .4.

Propositis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas communiter numerantem inuenire.

Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.

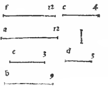
Omnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.

Sint due quantitates. a. & b. communicantes: dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit n. c. maxima quantitas communiter mensurans. a. & b. reperta vt docet. 3. huius que mensuret. a. secundum numerum. d. & b. secundum numerum. e. eritque. a. ad. c. vt d. ad vnitatem. eo quod sicut. a. est multiplex. c. ita. d. est multiplex vnitatis. ac. c. ad b. vt vnitas ad e. quoniam sicut. c. est submultiplex b. ita vnitas est submultiplex. e. igitur per equam proportionalitatem. a. ad. b. ut. d ad. e. quod est propositum.

Propositio .6.

Si fuerint due quantitates quarum sit proportio vnius ad alteram tanquam numeri ad numerum: eas duas communicantes esse necesse est.

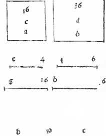
Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numerum. d. erunt due quantitates. a. & b communicantes. Sit enim. c. totiens mensurans. b. quotiens est vnitas in. d. & totiens



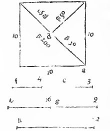
mensurans. f.ᵃquotiens unitas in.c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad unitatē ac.e.ad.b.ut unitas ad.d.erit ꝑ equam ꝓportionalitatem .f.ad b.ut.c.ad d. quare ē ut.a.ad.b.igitur ꝑ primam ꝑtem.9.quinti.f.est equalis.a cum itaq; .e mensuret.f.per conceptionem mensurabit.a.igitur.a.& .b. cōicantes: mensurabat enim & .b. quod est propositum.

Propositio .7.

Omnium duarum superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cōmunicant ē ꝓportio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerum quadratum. Si vero fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam: tanquā ꝓportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratā non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.



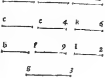
Sint a.& .b. due linee quadrate quarum quadrata sint.c.& .d.dico q si a.& .b.cōmunicant in longitudine erit ꝓportio c.ad.d. sicut numeri quadrati ad numerum quadratū & ecōuerso. Si aūt ꝓportio.c.ad d.nō sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum.a. & .b erunt incōmensurabiles in longitudine & econuerso. Verūtn̄ istud argumētum quartū nō ꝓponit. Primum patet sic. si.a.& .b.cōmunicant in longitudine ipsi ꝑ.5 erunt in ꝓportione duorum numerorum q sint.e.& .f.quorum quadrati sint.g.& .h. Quia ergo est.c.ad.d. sicut.a.ad.b.duplicata per.18. sexti: sequit̄ ut sit ēt.c.ad.d. sicut.e.ad.f. duplicata. Sed ēt ꝑ.11.octaui.g. ad h.ut.e. ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad h.quod est primum. Secundum sic: sit.c. ad d. sicut g.nūerus q̄dratus ad.h.numerum.q̄dratū dico q.a.& .b.erūt i longitudine cōicantes. Cum enim sit.c.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata ꝑ.18.sexti & .g. ad.h.ꝑ 11.octaui ut.e.ad.f duplicata: quare & simpla.a. ad.b.sicut simpla e.ad.f.ꝑ.6.igitur sunt.a.& .b.cōicantes quod est secundum. Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. Ex tertia parte huius nota diametrum eē incōmensurabilē coste.ᵃCum.n.sit quadratū diametri duplū quadrato coste: dupla uero ꝓportio non sit sicut numerorum quadratorum sequit̄ diametrum eē incōmensurabilem coste in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus eēnt oēs pariter pares quadrati & etiā alii infiniti q nō sunt q̄drati. Ducit aūt Azprio priorum ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste q impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter.a.b .commensurabilis lateri.a.c.eritq; per.5.a.b.ad.a.c.sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri.e.& f.qui sint minimi i sua ꝓportione.eritq; ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq; par non erūt minimi: quadrati quoq; eorum sint.g.& h.si ergo.e.est. impar.erit quoq; ex.30. noni.g. impar sit itaq;.k. duplus ad.h. eritq;.k.ex diffinitione par. Quia igitur.a.b.ad.a.c.ut e.ad.f.erit per.18. sexti & .11.octaui quadratum.a.b.ad quadratum.a.c. ut.g.ad.h.est itaq;.g.duplus ad.h.sic enim est quadratū a.b ad quadratum a.c.ꝑ penultimam primi: & quia etiam.k.est duplus ad.h.sequitur ꝑ 9.quinti ut.g nūerus impar sit equalis.k.nūero pari. Quod si.e.sit par & .f impar.erit ꝓportio.f ad dimidiū.e.qđ sit.l.sicut.a.c.ad dimidiū.a.b. qđ sit.a d.& ideo erit ꝓportio q̄drati.a.c. ad quadratū.a.d. sicut ꝓportio numeri.h.qui est impar per.30.noni ad quadratum numeri.l. qui sit .m. cui.k.ponatur esse duplus.eritq;.k.per diffinitionem par. At quia q̄dratū a.c.est duplum ad quadratum.a.d.per penultimam primi erit .h. duplus ad.m.cūq;.k sit etiam duplus ad m.erit.per.9.quinti numerus impar.h. equalis.k.numero pari quod est propositum.



Castigator.

a Videlicet quātum ad ꝓportionem aritmethicam nō aūt quātum ad

pportionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. collocabit tertia subcõtinua pportionalitate per.9.sexti. & sic prima & tertia cõmunicabunt medie.per consequens.prima que est diameter. communicabit.tertie que est costa.&c.geometrice.



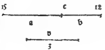
Porpositio .8.

SI fuerint due quantitates vni quãtitati cõicantes ipsas quoq; inuicem cõmensurabiles eẽ necesse ẽ. ¶ Sit vtraq; duaꝝ quantitatum.a.&.b. cõicans a quantitati.c.dico.a.&.b.esse cõmensurabiles. ¶ Est enim per.5. a.ad.c.sicut numerus ad numeꝝ: similiter quoq; per eandem.c.ad.b.sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus.d.ad numerum.e.sicut.a.ad.c.numerusq; .f.ad numerum .g. sicut .c. ad.b. At proportiones que sint.d.ad.e. & f.ad.g. continuentur in tribus terminis qui sint.h.k.l.ut docet.4.octaui: eritq; perequã proportionalitatem.a.ad.b.sicut.h.numerus ad.l.numerum. Per.6.igitur sint.a.&.b.cõicantes qđ ẽ propositũ. ¶ Ex hac quoq; sequitur q; si fuerint due q̃ntitates sibi inuicem cõicantes.cuicunq; vna earum communicat & reliqua: & cuicunq; vna non cõmunicat nec reliqua. ¶ Sint enim due quantitates.a.& b.cõmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit.c. cum qua cõmunicet.a dico q;.b.cõmunicabit cum eadem: quod ex hac octaua patet cũ vtraq; earum cõmunicet cũ.a.ex ypothesi. ¶ Quod si iterum.a.& .b.sint cõmunicantes vt prius: ponatur.c.quelibet quantitas cum qua non communicet.a.dico q;.b.non communicabit cum eadem Si enim.c. cõmunicaret cum.b.cum.a quoq; per ypoth.communicet cum eodem.b.essent per hanc octauam.a.& c.comunicantes. sed positum erant q; non essent quare constat quod diximus.

¶ Castigator

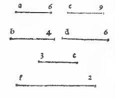
a ¶ Communicãtia proprie dicitur numeroꝝ.ut in septimo & octauo & nono libris apparet.sed commensurabilitas proprie compent quantitati continue. Et ideo nimirum si auctor indifferẽter aliquando vtitur vno & alio termino ut in ista octaua apparet.

Propositio .9.



SI fuerint due quantitates cõicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum erit cõmunicans. Si vero fuerit totum vtriq; commensurabile erũt ambe commensurabiles.

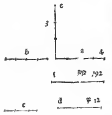
¶ Sint due qantitates.a.&.b.commmensurabiles: dico totum ex eis cõpositum quod sit.c. vtriq; earum eẽ commensurabile & econuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis compositum vni earum communicet dico q; communicabit alteri: & ipse similiter iter se. Idem quoq; in cõtrario.si enim.a.& b.sint incõicantes: dico q;.c. vtriq; earum erit incõmunicans & ecõuerso: ac si. c.alteri earum sit incommunicans erit quoq; incõmunicans & alteri & ipse etiam inter se. Sint itaq; primum.a.&.b communicantes: sitq; earum cõis mensura .d. qui cum vtraq; eaꝝ numeret p conceptionem similẽ antepenultime numerabit.& c.quare p diffinitiõem.c.cõicabit vtriq; eaꝝ.scilicet.a.&.b. Ecõuerso quoq; si.c.communicet vtriq; eaꝝ.sit oim cõis mensura.d.cõstat itaq; p diffinitionem.a.&.b.cõicantes esse. Sed cõmunicet c.cũ altera eaꝝ que sit.a. dico q; cõicabit cũ.b.&.a.ẽt &.b.communicabũt adinuicẽ. Sit.n.d.communitet mensurans.c.&.a.qa igitur.d.mensurat totum & detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet.b.p deffinitionem ergo & c.cõicat cũ.b.&.a.communicat quoq; cum.b. ¶ Si aũt.a.&.b.sint in communicantes erit.c.incommunicans vtriq; eaꝝ.si enim cũ vtraq; seu ẽt cum altera eaꝝ communicaret & ipse communicarẽt adinuicem.quod est contra ypothesim. ¶ Similiter quoq; econuerso si.c.ẽ incõicans vtriq; eaꝝ seu etiam alteri eaꝝ: erit quoq; incommunicans reliquę: & ipse inter se quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.



Propositio .10.

Omnium quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima communicans secunde: tertia quoq; erit cōicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoq; incommensurabilis erit quarte.

Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico q̄ si.a.cōmunicat cum.b.c.quoq; cōmunicabit cum.d.q̄ si.a.est incōmensurabilis.b.c quoq; erit incōmensurabilis.d.Et si.a.cōicat cum.b.in potentia tm̄.c.quoq; cōmunicabit cum.d.in potentia tantum.Verū illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim.a.cōicat cū.b.erit per.5.a.ad.b.sicut numerus ad numez. Sit ergo sicut.e.ad.f.At quia est per ypotesim.a.ad b.sicut.c.ad.d.erit.c.ad.d.sicut numerus.e.ad numez.f.Per.6.igitur est.c.cōicans cum.d.quod est primum. Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim a.est incommensurabilis.b.oportet.c eē incōmensurabilem.d.nam si esset ei cōmensurabilis cū sit ut.c.ad.d sic.a.ad.b.p ypothesim: eēt p primam ptem.a.cōmunicans cum.b.sed non erat: quare constat totū quod proponit auctor. Quod aūt adiunximus videlicet q̄ si.a.cōicat cum.b.in potentia tm̄.c.cōmunicat cū.d.in potentia tm̄.sic patet. Cū enim.a non cōicet cum.b.in longitudine: nec.c.quoq; ex parte secūda huius cōicabit cum.d.in longitudine. At vero cum quadratum.a.cōicet cum quadrato.b.ex ypothesi erit per.5.quadratum linee.a.ad quadratū linee.b.sicut numerus ad numez qui sint.e.&.f. Et quia quadratum.c.ad quadratum.d.est sicut q̄dratum.a.ad q̄dratum.b.erit ēt quadratū.c.ad quadratum.d.sicut numerus e.ad numez.f.per.6.igitur.c.&.d.cōicant i potentia: & quia non communicant in longitudine: constat ppositum.



Propositio .11.

Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

Sit linea.a.proposita: volo duas lineas reperire quaz vna communicet cum.a.in potentia tm̄: altera vero sit incōmensurabilis ei in longitudine & in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaq̄ se habentes in pportione aliquoz numerorum quadratoz: sintq; hi.b.&.c.quos facile est sumere cū q̄libet q̄dratus numerus ad q̄libet non quadratū eā habeat ppoertionē quā nequaq̄ habent aliqui numeri quadrati cōfirmante hec.22.octaui: duobus talibus numeris sumptis inuenio lineā.d.ad cuius quadratū se hēat quadratū linee a.sicut nūerus.b.ad numez.c.Hanc aūt lineā ita repio diuido lineā.a.in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero.b.quod facile facio adiuuante.11.vel.12.sexti dehinc sup extremitatē linee.a.erigo lineā.e.ppendicularīter in qua totiēs cōtineat vna ex ptibus.a.quotiens vnitas est in.c. Quia igit ex prima sexti pportio quadrati linee.a.ad supficiē que fit ex a.in.e: ē sicut.a.ad.e.& ideo sicut numeri.b.ad numez.c. Si ponatur.d.in medio loco propoertionalis inter.a.&.e.sicut docet.9 sexti: qr tunc per primam partem.16.eiusdem quadratū.d.erit equale superficiei producte ex a.in.e.& erit propoertio quadrati linee.a.ad.quadratum linee.d.sicut numeri.b.ad numerum.c quare.a &.d.sunt commensurabilet in potentia ex diffinitione & per vltimam ptem.7.ipse sunt incōmensurabiles in longitudine. Reperta est itaq;.d.prima linea quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio interpono ut docet.9.sexti lineam.f.medio loco proportionalem inter.a.&.d.eritq; per correl.17.sexti quadratum.a.ad quadratum.f.sicut.a.ad.d. Itaq; per secundam partem.10.quadratum a est incommensurabile quadrato.f.igitur linea.f est incommensurabilis linee.a.in potentia quare & in longitudine est itaq;.f.secunda linea quā propositum erat reperire. Et sic patet propositum.

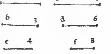
¶ Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad q̃dratū .f. nō ē sicut nūeri q̃drati ad numeꝝ quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem numeꝝ. q̄uis si sic eēt. Tunc p̱ iuxta huius cōuersam .5. eēnt quadratū .f. & q̃dratū .a. cōicantia Et commensurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad .d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. & .f. latera dictoꝝ quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi &c. quare linee .a. & .f. sunt in longitudine & potentia incommensurabiles, vt queritur.

Propositio .12.

Omnium quatuor lineaꝝ ꝓportionaliū si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq; tanto amplius posse quarta quātum est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: q̃ si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incommensurabilis sibi i longitudine. erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incōmensurabilis in longitudine.

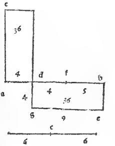
¶ Sint quatuor linee ꝓportionales .a.b.c.d. sitq; .a. maior .b. & .c. maior .d. Sit quoq; .a. potentior .b. quadrato linee .e. & .c. potentior .d. quadrato linee .f. dico q̃ si .a. cōicet .e. in longitudine .c. quoq; cōicabit .f. in longitudine q̃ si .a. non cōicat .e. in longitudine nec .c. cōicabit .f. in longitudine. Quod & si .a. cōicat .e. in potētia tm̄ .c. quoq; cōicabit .f. in potētia tm̄. Veꝝ tn̄ illud vltimū nō ꝓponit auctor q̃a facile patet ex prioꝝ demonstratiōe. Cū sit n. ꝓportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit q̃drati .a. ad quadratū .b. sicut quadrati .c. ad quadratū .d. & quia quadratū .a. est equale quadratis duaꝝ lineaꝝ .b. & .e. similiter quadratum .c. quadratis duaꝝ linearum .d. & .f. erit ꝓportio quadratoꝝ duarū lineaꝝ .b. & .e. ad q̃dratū .e. sicut quadratorū .d. & .f. ad quadratū .f. ergo disiūctim erit quadratū .b. ad quadratum .e. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .e. sicut .d. ad .f. Item p̱ equam ꝓportionalitatē erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ergo p̱ primā ptē decime cōstat pria ps huius & p̱ sām s3. & p̱ tertiā ibi adiūctā tertia: hic adiūcta.

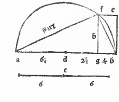


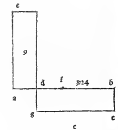
Propositio .13.

Si fuerint due linee inequales quarum longiorem in duo cōicantia diuidat supficies sibi adiuncta eq̄lis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius posse quantū est quadratū alicuius linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati linee cōicantis sibi in longitudine adiungaturq; ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui desit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due linee .a.b. & .c. maior .a.b. & adiungat ad lineā .a.b. supficies eq̄lis q̄rte pti q̃drati linee .c. ita q̃ desit ad cōplēdā lineā .a.b. supficies q̃drata: hoc enim est possibile per .27. sexti quod facile fiet hoc modo ¶ Diuidatur .a.b. in duas lineas .a.d. & .d.b. ita q̃ inter eas cadat medietas linee .c. continue proporitonalis ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur: Eritq; ex .16. sexti superficies .a.d. in .d.b. que sit .d.e. equalis quadrato medietatis linee .c. quare ex .4. secundi erit eadem sub quadrup'a quadrati linee .c. ¶ Deest quoq; ad compl'ēdam lineam .a.b. supficies quadrata: cū & .a.d. sit equalis .d.g. & .d.b. equalis .g.e. Dico itaq; q̃ si supficies .d.e. diuidat lineam .a.b. in duo cōicātia erit linea .a.b. potē





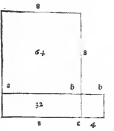


tior linea.c.in quadrato alicuius linee secum cōmunicantis in longitudine ⁊ econuerso. ¶ Cū aūt sit linea.a.b.maior linea.c.non erit.a.d. equalis.d.b.sic enim esset superficies.d.e.quadrata: ⁊ quia ipsa est equalis quadrato medietatis linee.c.esset.a.d.equalis medietati.c.⁊ tota.a.b.toti.c. quod est contra ypoth. Non est igit̄.a.d.equalis.d.b. Itaq; de maiori earū que sit.d.b.abscindatur.d.f.equalis.a.d.eritq; per.8.scđi quadratum totius.a.b.equale his que fiunt ex.d.b.in.d.a.quater ⁊ quadrato.f.b. Quare linea.a.b.erit potētior linea c.in.quadrato linee.f.b. Quā necesse est cōicari toti.a.b.si linea.a.d.est cōicans linee.d.b. Si enim hoc fuerit erit d.b.cōicans.d.f.sue equali quare p.9.b.f.cōicat cum.f.d.⁊ ideo toti.b.d.⁊ pp hoc cū tota.a.f.igit̄ ⁊ cū tota.a.b.sicq; patet primū. ¶ Cōuersum huius sic patet: sit.a.b.potentior.c.i linea.f.b.que cōicet secum in lōgitudine.dico tūc q̄ supficies equalis quarte parti quadrati linee.c.addita ad lineam.a.b.ita q̄ desit superficies quadrata diuidet lineam.a b.in duo cōmunicantia. Diuidatur enim.f.a.per equalia in.d.⁊ fiat superficies.d.e. ex.d.b.in.d a.⁊ deerit ad complendam lineam.a.b.superficies quadrata: eritq; per.8.secundi quadratum.a.b.equale quadruplo superficiei d e. et quadrato.f b.igitur quadruplum superficiei.d.e.est equale quadrato c.quare superficies d.e.sit equalis quarte parti quadrati.c.dico igit̄ q̄.d. b.est cōicans cū.a d.cū sit.f.b.communicās cum.a.b. Si enim hoc fuerit vt q̄.f.b.sit communicās cū.a.b.erit ēt communicans cū.a.f.p.9.quare ⁊ cum.a.d.sed ⁊ cū.d.f.sibi equali itaq; ⁊.d b.est communicans cum.a.d. qđ est secundū. Nunc aūt monstrandū est qualiter linea.a.b cū ipsa posita fuerit maior linea.c.possit sic diuidi vt inter ptes eius cadat medietas linee.c.continue pportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa: supficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis linee.c.⁊ ipsa erit supficies equalis quarte parti quadrati linee.c.adiuncta ad lineam.a.b.ita q̄ desit supficies q̄drata. Hoc enim sic fiet diuisa.a.b.per equalia in.d.lineet super eā semicirculus.a.f.b.⁊ similiter.b.e ppendicularis ad.a.b.q̄ ponat̄ equalis medietati linee.c.⁊ ducatur.e.f.equidistans ad.a.b.vsq; quo secet circūferentiā semicirculi in puncto.f.necesse est enim vt secet eā: cū linea.a.b sit maior linea.c. ¶ Et ducat̄.f.g.ppendicularis ad.a.b.q̄ cū per 34.primi sit equalis linee.e.b.erit quoq; equalis medietati linee.c. ¶ Ducant̄ itaq; linee.f.a.f.b.eritq; per primam partē.30.tertii angulus.a.f.b.rectus: ⁊ ideo p primam partē correl.8.sexti erit linea.f.g.medio loco proportionalis inter.a.g.⁊.g.b.quare medietas linee.c.que ē sibi equalis erit etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio 14.

Si fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incommēsurabiles superficies equalis quarte parti quadrati brevioris sibi adiūcta ita q̄ desit ad eius complectionē: superficies quadrata erit longior potentior breuiori augmento quadrati linee incommēsurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vō longior potētior fuerit breuiori q̄drato linee incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiungaturq; ei superficies equalis parti quarte quadrati brevioris defueritq; longiori superficies quadrata necesse est vt ipsa superficies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

¶ Hec.14.ex contrario antecedentis premisse infert contrariū consequentis pmisse ⁊ non differt eius dispositio a dispositione illius. sed ⁊ modus argumentādi vtrobiq; idē. Si eni.a.d.nō cōicet cū d b.nec.d.f.sibi equalis cōicabit cū eadē.d b.itaq; p.9 d.f nō cōicabit cū.f.b.q̄re neq;.a.f.sunt enim.a.f.⁊ d.f.cōicantes tanq̄ numerans ⁊ numeratū: ideo neq;.a.b.cōmunicabit cū linea.f.b ¶ Q đ si hoc fuerit videlicet si.a.b.non cōicet cū f.b.non cōicabit cū.a.f.quare neq; cū.a.d.aut.d.f. Neq; igit̄.a.b.cū.d.a.



Potest quoq; hec.14. demonstrari per premissam. pma pars huius ex secũ da illius & secunda ex prima a destructione consequentis. si enim.a.d.&.d b.non coicent nec etiam.a.b.&.f.b.cõicabũt: nam si.a.b.&.b.f.cõicarent oporteret per secundam partem premisse vt a.d.cõicaret cum.d.b. sed po situm est q non. Eodem modo de secũda pte. si enim.b.a.&.b.f.non cõ municant nec.a.d.&.d.b communicabunt. nam si sic sequitur per primã ptem premisse vt.a.b &.b.f.cõicent q̃ ñ.cõicant: quare patet ppositum.

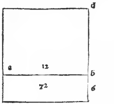
¶ Castigator.

¶ Diuidere i duas portiones incõmensurabiles & diuidere in duo incõ municãtia conuertunt vt patet ex secũda pte huius decimequarte & quin quagesimaprima huius decimi infra vbi linea.d.b.rõalis diuidit in pun cto.f.in duo icõicantia ex quo patet q quis rationale cõicet rationali tñ ratioale potest diuidi in duas ptes tales ptes q neutra illaz cõmunicabit alteri vt si diuidat.10.in tales duas q pductum vnius in alteram sit.20. vna ps erit.5.plus.℞.5.& altera.5.minus.℞.5.q̃rum vtraq; ẽ incommẽsura bilis alteri & ẽt toti.10.ideo.&c.

Propositio .15.

Omnis superficies rectãgula quam continẽt due linee in longitudine rõnales rõnalis eẽ probatur.

¶ Sint due linee.a.b.&.b.c. continentes superficiem re ctangula.a.c.rationales in longitudie, dico supficiem.a.c. esse rationalem. Descripto enim quadrato cuius vis ea rum.vt.c.d.linee.b.c.erit per primam sexti.c.d.ad.a.c.si cut.b.d.ad.a.b quia igitur.b.d.cõmunicat in longitudine cũ.a b.ex ypo thesi eo q.b.c.sua equalis communicat cum ipsa erit per primam partem 10.c.d.communicans.a.c.cum sit itaq.c.d.rationalis per diffinitionem erit &.a.c.rationalis quod est propositum.



Propositio .16.

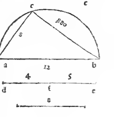
Cum ad iũcta fuerit linee in longitudine ratiõali su perficies rationalis rectangula latus eius secun dum erit in longitudine rationale laterique primo ĩ longitudine commensurabile.

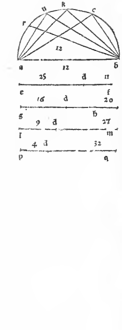
¶ Hec est quasi conuersa prioris vt si superficies.a.c.adiũ cta ad lineam.a.b. rationalem in longitudine fuerit ra tionalis: dico q latus eius secundum quod est.b.c.erit etiam rationale in longitudine & communicans lateri primo sit enim.a.d.quadratum.a.b. erit q rationale ex diffinitione & propter hoc erit communicans cum su perficie.a.c.rationali: quia igitur p pmam sexti sicut.a.d.ad.a.c.ita est ẽt. d.b.ad.b.c.cõicat aũt.d.a.cũ.a.c.erit p primam partem.10.b.d.cõmuni cãs cum.b.c.ergo cum.b.a.sua equali sed.b.a.rationalis est quare per dif finitionem &.b.c.constat itaq; propositum.

Propositio .17

Duas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles quarum longior plus possit bre uiori quadrato linee sibi commensurabilis in lon gitudine.

¶ Propositum est inuenire duas lineas rationales poten tia tantum communicantes quarum longior sit potenti or breuiori quadrato linee sibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalem que sit.a.b.super quam describo semi circulum.a.c.b.& sumpto aliquo numero vt.d.e.diuido ipsum ĩ duos nu meros.d.f.&.f.e.ita q sit proportio.d.e.ad.d.f.sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio.d.e.ad.f.e.vt numeri q̃ drati ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadra tus diuisibilis in quadratum & non quadratum.vt.9.qui diuiditur in.4. &.5.& o ss hoz eque multiplices: & inuenio lineam ad cuius quadratum sehẽat q̃dratũ linee.a.b.sicut numerus.d.e.ad numez.d.f.q̃liter aũt ipsa reperiatur in demonstratione.5.&.11.dictum est: hanc lineam inuentam q̃





necessario est minor.a.b. coapto ꝑ primam quarti intra semicirculum.a.c.b.sitq̃.a.c. ꝶ subtendã lineã c.b dico duas lineas.a.b.ꝶ.c.b.eẽ quas querimus. Erit igit̃ ꝑ primã ptẽ.30.tertii angulus.c.rectus.ꝶ iõ ꝑ penultimã primi quadratũ.a b.equale est q̃dratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.ꝶ.c.b.ꝶ.qa ꝓportio q̃drati linee.a.b.ad.q̃dratũ linee.a.c.ẽ sicut.d.e.ad.d.f ꝑ ypoth.erit ꝑ euersam ꝓportionalitatẽ ꝓportio q̃drati linee.a.b.ad q̃dratũ linee.c.b.sicut.d.e.ad f.e.ergo q̃dratum.c.b.cõicat cũ quadrato.a.b.ꝑ.6.huius.Erit igit̃ q̃dratũ.c.b.rõnale ꝑ diffinitionẽ cũ cõicet rõnali ſupficiei. Et qa.c.b.ꝶ.a.b.sunt incommẽsurabiles ꝑ vltimã ptem.7.constat duas lineas.a.b.ꝶ.c.b.eẽ rõnales potẽtia tm̃ cõicantes. ¶ At qa linea.a.b.ẽ potentior linea.c.b.in quadrato linee.a.c.que ꝑ secũdam ptem.7.cõicat secũ i longitudine constat habitũ eẽ ꝓpositum. ¶ Si aũt libeat plures duabus potẽtia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝ vna potentior sit qualibet aliaꝝ in quadrato alicuius linee secũ cõicantis in longitudine repire.sit vt ꝑus linea a.b.rõnalis in longitudine sup quã describat̃ semicirculus.a.c.b.sumaturq̃ nũerus.d.q̃dratus qui sit diuisibilis i multos q̃dratos ꝶ non q̃dratos quoꝝ non q̃dratoꝝ mime sit ꝓportio sicut aliquoꝝ numeroꝝ q̃dratoꝝ. tales aũt nũeri vltro se offerunt vt.36.qui ẽ diuisibilis.in.25.ꝶ.11.itẽq̃ i.16.ꝶ.20.rursusq̃ in.9.ꝶ.27.ac iteꝝ in.4.ꝶ.32.istoꝝ ꝯo non q̃dratoꝝ q sunt 11.20.27.32.ad inuicẽ non ẽ ꝓportio sicut alicuius numeri q̃drati ad aliũ. ¶ Esto igit̃ vt numerus.d q̃dratus diuidat̃ in.e.q̃dratũ ꝶ.f.non q̃dratũ sitq̃ q̃dratũ linee a.b.ad q̃dratũ linee.a.c.sicut nũerus.d.ad numeꝝ.e.ꝶ ducatur linea.c.b.ꝶ constat ꝓpositum vt prius demonstratũ ẽ.a.b.ꝶ.b.c.eẽ duas tales lineas quas inquirimus ¶ Similiter quoq̃ diuidã.d.in.g.q̃dratum ꝶ.h.non quadratũ sitq̃ quadratũ linee.a.b.ad quadratũ linee.a.k.sicut d ad g.ꝶ ducatur linea.k.b.erũtq̃ vt prius due linee.a.b ꝶ.b.k.q̃les inquirimus. ¶ Eodẽ mõ si rursus diuidatur.d.i.l.quadratũ ꝶ l.m.non q̃dratũ ꝶ ponatur ꝓportio quadrati linee.a.b ad quadratũ linee.a.n.sicut d.ad.l.ꝶ ꝓducatur.n.b.erũt due linee.a.b.ꝶ.b.n.quales inquirimus. Quod si rursus diuidatur.d.in.p.quadratũ ꝶ in.q.non quadratũ ꝶ fuerit ꝓportio quadrati linee.a.b ad quadratũ linee.a.r.sicut.d.ad.p.ꝶ ꝓtracta fuerit linea r.b.erũt ẽt due linee.a.b ꝶ.b.r.quales inquirimus. ¶ Sunt itaq̃ linee.a.b.b.c.b.k.b.n.b r potentia tm̃ rationales ꝶ in ea cõicantes quaꝝ vna videlicet a.b.ẽ potentior q̃libet aliaꝝ in quadrato linee secũ cõicantis in longitudine. Si igitur quatuor b lineaꝝ.b c.b.k.b.n.b r.nulla cõicat alii in longitudine constat ꝓpositũ. Istud aũt sic ꝓbatur. Patet.n.ex premissis q̃ quadratũ linee.b.c.ad quadratũ linee.a.b.ẽ sicut nũerus.f.ad numeꝝ.d.ꝶ quadratũ linee.a.b.ad quadratũ linee.b.k.est sicut numerus d.ad.numeꝝ.h.ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem quadratum linee.b.c.ad quadratum linee b.k.est sicut numerus.f.ad numerum h.sed nullus quatuor numerorum.f.h.m.q.se habet ex ypothesi ad alium sicut numerus quadratus ad numerum quadratum.quare per.3.partem.7.due linee b.c.b.k.sunt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem ratione queilbet due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine ꝶ liquet ergo quod volumus. b

¶ Castigator

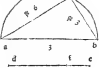
b ¶ In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearũ.b.c.b.k.b.n.ꝶ b.r.nulla comunicat alii ꝶc. ¶ Nam si vna comunicaret alteri vtputa.b.c.cum.b.k.sequeretur q̃ linea.a.b.comunicaret cum eadem.quia si communicant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem.7.huius.ꝶ tunc quadratum vnius earum ad quadratum linee.a.b.etiam esset sicut numeri quadrati ad numerum quadratum ꝶ tunc per secundam partem.7.huius essent eorum latera scilicet linee.a b ꝶ b.k.seu.b c.in longitudine commensurabilia quod est falsum. Vt prius conclusum fuit oppositum. ¶ Et sic de quacunq̃ alia ꝶc. ¶ Et ideo Euclides probat eas esse ad inuicem incommensurabiles vt ibi patet ꝶc.

¶ Castig: tor.

c ¶ De necessitate oportuit ponere duas lineas iequales. ad hoc vt essent in longitudine incõicantes & solum in potentia cõicantes rõnales. quia possunt esse due linee solum in potentia rõnales. Et non tñ in potentia cõicantes, sed et in longitudine cõicant vt sunt latera duaꝝ superficierum quadrataꝝ quarũ vna sit. 12. pedũ & alia trium pedũ que cũ sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. & 9. 36. p primã ptem. 7. latera sunt cõmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter ℞. 12. & ℞. 3. qm̃. ℞. 3. est medietas de ℞. 12. & p consequens quarta ps quadrati. de ℞. 12. vt. 3. Idem dicitur de illis decimeoctaue sequentis

d ¶ Cum quadratum linee. a. b. rõnales se debeat habere ad quadratum linee inueniende sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. hoc est sicut numerus quadratur ad numeꝝ quadratum linea. a b. & linea inuenienda erunt cõicantes in longitudine ex secunda pte. 7. huius. Et erit pportio eaꝝ. sicut lateris numeri quadrati. d e. & lateris numeri quadrati. d. f. cum numeroꝝ quadratoꝝ. d. e. & d. f. sit duplicata suoꝝ correla tiuoꝝ lateꝝ p. 11. octaui ac et dictaꝝ lineaꝝ quadrata p. 18. sexti sunt suoꝝ correlatiuoꝝ lateꝝ in duplicata pportione que est similis illi lateꝝ dictoꝝ numeroꝝ Et cum dicti numeri ponantur quadrati. 9. & 4. coꝝ latera erunt. 3. & 2. inter q̃ ponatur vnitas. vt supra 15. huius apparet. Modo q̃cunq; fuerit illa linea. inuenienda erit cõicans linee. a. b. posite. vt dictum ē. Et eaꝝ cõis mensura erit in. a. b. toties quoties vnitas in. 3. & ĩ illa inuenienda erit. vt vnitas in. 2. Et sic illa mẽsurabit. a. b. secundũ numeꝝ. 3. & illam inueniendã secundũ numeꝝ. 2. ergo diuisa. a. b in tot ptes eq̃les. quod sunt vnitates ĩ. 3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se hẽbit quadratum linee. a. b sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. rõnibus aductis quam postea ĩ dicto semicirculo vt pmittitur coaptabis cetera sunt plana intuẽti &c. Sed ponendo. a. b. 12. numerus. d. e. deret eẽ. 144. eius. ℞. ē. 12. & diuideretur. a. b. in. 12. ptes & d. f. 64.

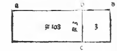
e ¶ Linea inueniẽda faciliter habetur per. 11. huius.



Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quantum est quadratum linee sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

¶ In hac quoq; rimaneat eadẽ dispositio eedẽq; ypotheses que in premissa hoc solũ mutato q̧ pportio numeri. d. e. ad neutrũ duoꝝ numerorum. d. f. & f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: hoc autẽ facile fieri posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. & d. f. 6. & f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q̧. a. b. & a. c. sint incõmensurabiles in longitudine per vltimam partem. 7. ¶ Et sciendum q̧ due linee quales hec & premissa docent inuenire componunt binomiũ & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuũ. Nota etiam q̧ linee tantum potentia rationales communicantes possunt esse vna rationalis & alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit. 25. pedum & alia. 24. sunt rationalia potentia tantum communicantia: latus enim prime superficiei est. 5. latus vero secunde non numeratur & possunt esse ambe irrationales vt latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit. 24. pedum & alia. 23. neutrius enim numeratur latus. suntq; ĩ longitudine incõmensurabilia ex vltima parte septime. ¶ Quod si libeat et inuenire plures lineas duabus potentia tantum rõnales communicantes quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum non communicantis in longitudine: sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q̧ ipsius ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri



quadrati ad numerum quadratum vt.25.potest diuidi in.2. et.23.item in 5. et.20. et rursus in.7. et.18. Et sit processus idem que fuit in premissa.

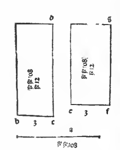
Castigator.

f Vt in premissa per quintam huius sed facilius per.11.huius inueniatur linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee.a.b. sicut numerus d.e.scilicet.9.ad numerum.d.f.scilicet.6. et quia numerus.d.e. ponitur quadratus eius latus erit notū.s. eius radix que in casu est.3. rationalis in longitudine. et latus numeri.d.f.s.6.ē irrōnale et dicit radix surda. Itaq inter.3. et ℞.6.ponatur vnitas. Tunc per quintam vel.11. diuidatur linea a.b.in tot partes quotiēs vnitas in.3. et vna illarum erit eius mensura que in linea inueniēda erit totiens quotiēs vnitas in ℞.6. Et sic linea inueniēda erit. ℞ .6. et linea. a.b.erit ī casu.3. eius quadratum .9. Et quadratum linee inuente .a.c. erit .6. Ideo per tertiam partem .7. incommensurabiles in longitudine. V Sed ponendo lineam.a.b.12.numerus.d.e. deberet esse.144. et.d.f.96. et.f.e.48.tunc arguendo per euersam propor.concluditur ut in precedenti.

Propositio. .19.

Omnis superficies quam cōtinēt due linee potentialiter tantum rōnales cōicantes est irrōnalis diciturq superficies medialis eiusq latus tetragonicum scilicet quod in eam potest ē irrationale diciturq linea medialis.

Sint due linee.a.b.b.c.cōtinētes supficiem.a.c.rōnales potētia tm̄ cōicantes:que qliter repiātur ex premissa. et añ pmissa manifestum ē dico supficiē.a.c eē irrōnalem. Sit.n.c.d. quadratum.b.c.eritq rōnale p ypothesim eo q linea.b.c.ē rōnalis ī potētia. et qa ex prima sexti.a.c.ad.c.d.sicut.a.b.ad.b.d.non cōicat aūt.a.b.cū.b.d.qa ex ypothesi non cōicat cum sua equali que ē.b.c.sequtur p secundā ptem.10.ut ēt.a.c. non cōicet cū.c.d.q̄re p diffinitionem supficies a.c.est. irrationalis. ideoq et suū latus tretagonicū est ēt irraōnale.Dicit aūt hec supficies medialis qm̄ ipsa est medio loco pportionalis inter duas supficies rōnales videlicet inter q̄drata duaꝝ lineaꝝ ipsam continentiū et lineā potēs in ipsam dicitur medialis.qm̄ ipsa quoq ē medio loco pportionalis inter duas lineas potētia tm̄ rationales communicantes et he due linee sunt latera dicte superficiei. Et hoc est q volumus.



Propositio .20.

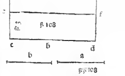
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies equalis quadrato linee medialis latus eius secundum potētialiter tantum erit rationale laterique primo in longitudine incommensurabile.

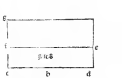
Hec ē quasi conuersa pmisse. Sit.a. linea medialis. sitq linea.b.c.rōnalis in longitudine cui adiungatur supficies b.d.eqlis quadrato linee.a.q hoc mō fiet:subiungat duabus lineis b.c. et a.linea.c.d.in continua proportionalitate: vt docet.10.sexti: eritq superficies ex.b.c.i.c.d. eqlis quadrato linee.a.p.16.eiusdē: dico latus eius pm qd est.d.c.esse rōnale in potētia tm̄ et incōmensurabile in longitudine lateri.b.c. V Eritq ex pmissa p diffinitionē linee medialis vt linea.a. possit in aliquā supficiē contentā a duabus lineis potentia tm̄ rōnalibus cōmunicantibus q sit supficies.e.g.cuius latera.e.f. et.f.g.eruntq due superficies b.d. et.e.g.p primam ptem.13.sexti:lateꝝ mutuoꝝ pp hoc q ipse sunt eq̄les et rectangule: pportio ergo.b.c.ad.e.f.est sicut.f g.ad.c d. quare p.10. cum.b.c.cōicet in potentia cū.e.f.eo q quadrata vtriusq eaꝝ sunt rationalia ex ypothesi.f g.cōicabit in potentia cū.c.d.Cum igit q̄dratum.f.g. sit rōnale p ypothesim: eritq quoq quadratū.c.d.rōnale p diffinitionem at qa supficies. b.d.est irrationalis sicut sua equalis.e.g.p premissam sequtur vt quadratū linee.c.d.nō cōicet cū supficie.b.d Et qa q̄dratū linee.c.d.ad supficiē.b d.ē p primā sexti:sicut.c.d.ad.c.b erit p secūdā partē.10.ut c.d.nō cōicet cū.b c.q̄re cū.b.c.sit rōnalis ī longitudie ex ypothesi erit.c.d.irrōnalis ī longitudie et potētia tm̄ rōnalis.patet ergo pposita cōclusio.

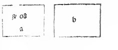
Propositio .21.

Omnis linea cōmunicans mediali est medialis.

¶ Sit linea. a. medialis cui ponatur linea. b. esse cōicans siue in longitudine siue in potentia tm̄: dico q etiā linea b. est medialis. Sit enim linea. c. d. rōnalis in lōgitudine cui adiungatur superficies. c. f. equalis quadrato linee. a. et item superficies. e. g. equalis quadrato linee. b. hoc aūt qualiter fiat in premissa demonstratiōe dictum est. Eritq; per premissam linea. d. f. rōnalis in potentia tm̄ et incōmensurabilis linee. c. d. et quia p primam sexti. e. g. ad. c. f. sicut. f. g. ad d. f. cōicat autem. e. g. cum. c. f. eo q quadratum. b. cōmunicat cū quadrato. a. per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales: sequitur per primam partem. 10. vt linea. f. g. cōmunicet cum linea. d. f. quare. f. g. est rōnalis in potentia tantum sicut est. d. f et incōmensurabilis in longitudine linee. c. f. cum linea d. f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem. c. f. eo q sue equali: hoc enim probatum est in. 8. q si fuerint due quantitates cōicantes cuicumq; vna earum non cōicat nec reliqua: itaq; per. 19. erit superficies. e. g. medialis et eius latus tetragonicum quod est. b mediale quod est propositum. ¶ Similiter quoq; omnis superficies cōicans superficiei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies. a medialis cui ponatur superficies. b. eē cōicans dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea. c. d. rōnalis in longitudine: adiungaturq; ei superficies. c. e. que sit equalis superficiei a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea. c. f. ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superficiei. a. sicut linea. c. d. se habet ad reliquum hec autem linea qualiter reperiatur in. 10. sexti dictum ē. Eritq; ex. 15. eiusdem superficies. d. f. equalis. a. Itemq; eodem modo ad lineam. e. f. adiūgat superficies. e. g. q sit eq̄lis b. erit itaq; p. 20. linea. c. f. potētia tm̄ rōnalis: erit quoq; linee. c. d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et qa. a. et. b. erant cōmunicantes ex ypothesi: erunt quoq;. c. e. et. e. g. eis equales cōicantes: itaq; per primam sexti et per primam partem. 10. huius erunt due linee. c. f. et f. g. cōicantes in longitudine. ¶ Est igitur linea. f. g. rōnalis in potētia tantum et linee. e. f. incōmensurabilis in longitudine: quare per. 19. superficies e. g. erit medialis: cum linea. e. f sit ratiōalis in longitudine sicut. c. d. sibi equalis. ¶ Cum sit ergo b. equalis. e. g. erit quoq;. b. medialis: quod est propositum ¶ Et nota q omnes superficies mediales cōmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota. d. g. est medialis: quia cum due linee. e. f et. f. g. sint rationales in potentia tm̄ et non cōmunicantes in lon-
g gitudine sequitur vt tota. c. g. sit rationalis in potentia tantum et non cōmunicans. c. d in longitudine: itaq; per. 19. d. g. ē medialis. Eodemq; modo si sint plures.







¶ Castigator.

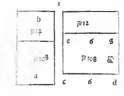
g ¶ Quia per nonam compositum ex. c. f. et. f. g. quod est. c. g. cōmunicat vtriq;. c. f. et. f. g. tunc per octauam cum. f. g. non cōicet in longitudine cum. e. f. nec etiam. c. g. cōicabit ipsi. e. f. cum c. g. per. 9. cōmunicet ipsi. f. g. et ideo per octauam cuicumq; non cōicat vnum nec reliquum communicabit etc. et ideo due linee. c. g. et. c. d. cum sint rationales potētia tm̄ cōmunicantes continent superficiem. d. g. totam medialem p. 19. etc.

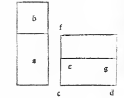
h ¶ Si vis scire an due linee seu quantitates irrationales sint communicantes siue commensurabiles. primo videas vtrum sint equales: si sic semper cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sint equales: tunc vide que pars aut partes sit minor maioris redigendo eas ad vltimam earum depressionem per viam fracti schisando: vt vulgo dicitur: et si earum vltima depressio habeat radicem discretam erunt cōmunicantes: si non: non erunt: vt si sint. ℞. 90. et. ℞. 40. earum vltima depressio erit ℞ $\frac{4}{9}$ cuius radix est $\frac{2}{3}$ hoc est. ℞. 40. est due tertie. ℞. 90. ergo se hn̄t sicut duo ad tria. s sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius sunt communicantes etc.

Propositio .22.

Omnis differentia qua habūdat mediale a mediali: irrationalis esse probatur.

¶ Sit vtraq; duarum superficierum .a b. & .a. medialis: dico q superficies .b. que est earum differentia est irrationalis. ¶ Sit enim linea .c.d. rationalis in lōgitudine cui adiungatur superficies .d.e. equalis superficiei .a. & superficies .d.f. equalis totali superficiei .a.b. Hoc autem equaliter fiat i premissa docuimus. Quia ergo .d.f. est equalis .a.b. & .d.e. equalis .a. erit per cōceptionem .g.f. equalis .b. Si itaq; superficies .b. non est irrationalis sed rationalis erit & .f.g. sibi equalis rationalis. At cum linea .e.g. sit rationalis in lōgitudine sicut sua equalis .c.d. erit per .16. linea .e.f. rationalis in longitudine & communicans linee .e.g. Per .20. autem est vtraq; duarum linearum .c.e. & .c.f. potentialiter tantum rationalis & linee .c.d. incōmensurabilis in longitudine: itaq; .e.f. linea est incommensurabilis linee .c.e. in longitudine. ¶ Et quia per primam sexti quadratum linee .e.f. ad superficiem: que fit ex .e.f. in .c.e. est sicut .e.f. ad .c.e. sequitur per secundā partem .10. vt quadratum linee .c.f. sit incommensurabile superficiei facte ex .e.f. in .c.e. quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo [b] superficiei ex .e.f. in .c.e. Quadratum vero .c.e. cum sit rationale est communicans quadrato .e.f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per .9. cōmunicans quadrato .e.f. & ideo incommēsurabile duplo superficiei ex .e.f. in .c.e. ¶ Et quia per quartam secundi quadratū linee .c.f. est equale duobus quadratis duarum linearum .c.e. & .e.f. & duplo superficiei ex .c.e. in .e.f. Et duplum superficiei .c.e. in .e.f. est incōmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum .c.e. & .e.f. sequitur per ea que addita sunt in .9. vt quadratum .c.f. sit incōmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum [a] linearum .c.e. & .e.f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum linee .c.f. non esse rationale: & ideo linea .c.f. non est rationalis in potentia: & idcirco non erit superficies .d.f. medialis neq; .a.b. sibi equalis quod est inconueniens cum sit cōtrarium positis: relinquitur igitur q superficies .b. est irrationalis: quod est propositum.





¶ Castigator.

¶ Quia oē mediale est irrationale sed non econuerso. ut supra .19. huius.

a ¶ Scilicet si quātitates sint incommunicantes totum quoq; ex eis confectum seu compositum vtriq; earum erit incommunicans. & quia quadratum linee .c.f. est confectum ex duobus quadratis .e.f. & .c.e. & duplo superficiei ex .c.e. in .e.f. sequitur per nonam tota .a.b. pro .192.

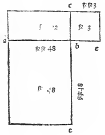
b ¶ Cum sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.

Omnis superficies quam continent due linee mediales potentialiter tantum communicantes: aut rationalis est aut medialis.

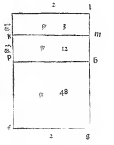
¶ Sint due linee .a.b. & .b.c. mediales potentia tantum communicantes: dico q superficies .a.c. ab eis cōtenta aut est rationalis aut medialis. Sint enim .d.c. quadratum linee .b c. & .a.e. quadratum linee .a.b. eruntq; ex ypothesi hec duo quadrata communicantia: & erit per primam sexti superficies .a.c. medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea .f. g. q sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies .f.h. equalis quadrato [k] .a.e. & .h.k. equalis superficiei .a.c. & .k.l. equalis quadrato .d.c. eruntq; hee tres superficies .f.h. .h.k. & .k.l. continue proporionales sicut sunt sue equales .a e. .a.c. & .d.c quare per primam sexti erunt etiam tres linee .g.h. .h.m. & .m.l. que sunt bases earum continue proportionales. Et cum superficies .f.h. & .k.l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata .a.e. & .c.d. eis equalia: sequitur per primam sexti & .10. huius vt linea .g.h. sit communicās cū

m.l. vtraq; autem earum est rationalis in potentia per.20. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: cōmunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pre.20. huius & ex diffinitione superficierum rationalium. ⁋ Et quia ex prima pre.16. sexti quadratum linee h.m. ē equale superficiei ex.g.h.in.m.l. erit quadratum linee.h.m. rationale. ⁋ Si ergo linea.h.m. est rationalis in longitudine siue cōicans linee.k.m. que est equalis linee.f.g. erit per.15. superficies.h.k. rationalis. ideoq; & sua equalis.a.c. Si autem linea.h.m. sit irrationalis in longitudine siue incōmensurabilis linee.k.m. que est equalis linee.f.g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q̄ suū q̄dratū ē rōnale erit ex.19. superficies.h.k. medialis: quare & sua equalis.a.c. cōstat ergo propositum. ⁋ Et nota q̄ si due linee.a.b. & b.c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies ° .a c. medialis tm̄. Esset enim superficies a.c cōmunicans vtriq; duorum quadratorum a.e. & c.d. per primā sexti & per presentē ypothesim & per.10. huius: & ideo superficies.h.k. sibi equalis.a.c. esset communicans vtriq; superficiei f.h & k.l. Igitur per primam sexti & .10. huius linea h.m. esset cōmunicans vtriq; duaꝝ linearum.g h. & .l m. & quia hee ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōicantes in longitudine linee.f.g. esset quoq; .h.m rationalis in potentia tm̄ non communicans in longitudine linee.f.g. & ideo nec communicans linee.h.p. quare per.19. erit superficies.h.k. medialis tantum. & ideo etiā a.c. sibi equalis. ⁋ Si autem due linee.a .b. & b.c. essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cōmunicantes: superficies.a c. non esset rationalis neq; medialis. Si enim sic eēt scilicet q̄ due linee .a.b. & b.c. eēnt mediales neq; in longitudine. neq; in potentia communicantes: essent duo quadrata.a.e & c.d. incommunicantia. itaq; & due superficies.f.h. & k.l eis equales quoq; essent incommunicantes: quare & due linee.g.h. & m.l. essent incommensurabiles per primam sexti & per secūdam partem.10. Et quia vtraq; earum est rationalis tantum in potentia per.20. esset superficies. vnius earum in alterā medialis per.19. Cum ergo quadratum linee h.m sit equale dicte superficiei que fit ex.g.h.in.m.l. per primam partem 16. sexti esset per.19. linea.h.m. linea medialis. Per.15. ergo non esset superficies.h.k. rationalis. nec etiam per.20. medialis: quare nec sua equalis.a.c.



Castigator.

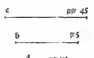
k ⁋ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per.10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secūdam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem.15. sexti & arguatur superficies illas equales cum sint mutuorum laterū & vnus angulus immo omnes vnius equetur angulo alterius &c. quatum trium linearum due sunt latera superficiei q̄drate, a.s. secūda & tertia altera est linea.f.g. quarta inuenta est, g.h .tunc reliqua patent per decimamquintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima.f.g. secunda vnum latus superficiei quadrate.a. tertia reliquum latus dicte superficiei quadrate.a. quarta erit linea inuenta per.10. sexti.s.g. h. ita de reliquis. o ⁋ Scilicet q̄ nullo nodo posset esse rationalis sed tantum medialis.



Propositio. .24.

Duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem cōtinentes quarum longior sit potentior breuiore: augmento quadrati linee communicātis eidem longiori in longitudine inuenire.

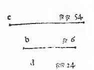
⁋ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant superficiem rōalem aut medialē ut ex premissa patet



docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes: quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc per doctrinam .17. Sumo duas lineas a. & .b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit .a. possit amplius breuiori que sit .b in quadrato alicuius linee secum cõmunicantes in longitudine. Et ponam lineam .c. secundũ doctrinam .9. sexti medio loco proportionalem inter .a. & .b & ponam vt sit proportio a. ad .b. sicut .c. ad .d. qualiter fiat in .10. sexti dictum est. Dico tũc duas lineas .c & .d. esse quas querimus. patet enim ex 19. q superficies quam cõtinent due linee .a. & .b. est medialis: & quia per primam partem .16. sexti quadratum linee .c. est dicte superficiei equale erit igitur per .19. linea .c. medialis. Cum autem sit .a. ad .b. sicut .c. ad .d & .b. communicat cum .a. in potentia tantum ex ypothesi: quia tam .a. q̃ .b. rationalis est in potentia sequitur per .10. q .c. quoq communicet cum .d. in potentia tantum. itaq per .21. cum .c. sit linea medialis: erit etiam .d. medialis: & per primam partem .12. erit linea .c potentior linea .d. in quadrato linee sibi communicãtis in longitudine. Si ergo due linee .c. & .d. contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto: cum sit a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit permutatim a ad .c. sicut .b. ad .d. sed erat .a. ad .c. sicut .c ad .b. igitur ẽ .c. ad b. sicut .b. ad .d. itaq per primam partem .16. sexti superficies quam cõtinent due linee .c. & .d. est equalis quadrato .b. est autem quadratum .b. rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee c. & .d. est rationalis: quare constat propositum.

¶ Castigator.

¶ Nota q ista conseqẽtia valet sic arguendo iste linee sunt ratiõales in lõgitudine ergo cõmunicant in longitudine & in potentia sed non econuerso .s iste sunt rationales in potentia seu cõmunicantes in potentia ergo in longitudine quia .℞ .12. & .℞ .3. sunt rationales in potẽtia & non in longitudine q̃uis in vtraq communicent & .℞ .12. & .℞ .6. cõmunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semper sint irrationales quia sunt latera tetragonica superficierum irrationalium vt in .19. dicitur sed solum de eis dicitur cõmunicantia & cõmẽsurabilitas vt patet .n ¶ Scilicet tribus lineis propositis quartã inuenire ad quam .3. se habeat sicut prima ad secundam & in casu prima ẽ linea .a. scd̃a linea .b. tertia linea .c. & quarta inuenta est linea .d. vt ibi dr̃.



Propositio .25.

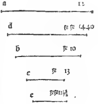
Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicãtes superficiemq rationalem continentes: quarũ longior sit potẽtior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incõmensurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis .a. & .b. rõalibus potẽtia tñ cõicãtibus quarum longior possit amplius breuiori q̃drato linee secum non cõicantis in longitudine: que quidem reperiuntur per doctrinã .18. ceterisq positionibus manẽtibus sicut in premissa argumentãdo mõ cõsimili patebit duas lineas .c. & .d. eẽ quales querimus. Et nota q due lĩee q̃s hec & prem ssa docent inuenire cõponunt bimediale primum. & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dr̃ residuum mediale primum.

Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq medialem continentes quarum longior breuiore tanto amplius possit quantũ est quadratum alicuius linee incõmensurabilis ipsi longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes: quarum lōgior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & secum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tm̄ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secū cōicantis in longitudine: sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres linee sumpte sm̄ doctrinam. 18. a, b. c. potētia tantum rationales & in ea solum cōmunicātes. Sitq;. a. potentior. b. & c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine: & ponatur. d medio loco proporcionalis inter. a. & b. vt docet. 9. sexti: & sit. d. ad. e sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & . e. esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiei que cōtinetur sub. a. & . b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub. a. & . b. medialis: ex. 19. cum. a. & . b. sint potentia tantum rationales communicātes: erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. communicat autem. a. cum. c. in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt. e. quoq; cōmunicet cū . d. in potentia tm̄. Itaq; per. 21. erit. e. linea medialis. Et etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine erit quoq; per. 12 d. potentior. e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur due linee. d. & . e. contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem, sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad b. p ypothesim: itaq;. d. ad b sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti superficies quam continent. d. & . e. est equalis ei quam continent. c. & . b. sed. b. & . c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i potentia tantum communicantes ex ypothesi: itaq;. d. & . e. continent superficiem medialem. quod est propositum ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiēq; medialem continentes: quarum longior esset potentior breuiori quadrato li-
o
nee secum communicātis in longitudine. Sumeremus tres lineas sm̄ do-
p
ctrinam. 17. a. b. c. potentia tantum rationales & in ea solum communicātes: & poneremus lineam. a. esse potentiorem linea. c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine: cetera vero manerent vt prius & argumentatione consimili concluderemus duas lineas d. & . e. esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due linee quas hec. 26. docet inuenire: componunt bimediale secundum & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.



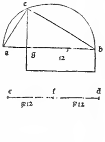
¶ Castigator.

o ¶ Potentia linee. e. medialis ad potentiam linee. d medialis est: vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant: quoniam quadrati. 13. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 20736. est sicut numerorū quadratorum. Ideo per secundam partem. 7. huius latera. 13. & . 144. communicāt in longitudine & potētie. a. ad. b. est velut. 12. ad. 5. p ¶ Propter hoc dixit supra i. 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tm̄ ratiōales cōmunicantes: vt posset tres quatuor &c. lineas mediales inuenire &c.

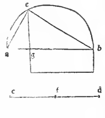
Propositio . 27.

Duas lineas potentialiter incōmēsurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̄ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta sa-



ciant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo ꝑ. 18. duas lineas. a. b. ⁊ c. d. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam a. b. describo semicirculum a. e. b. ⁊ diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. ⁊ diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita ꝙ linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. ⁊. g. b. ⁊ qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono ꝙ superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq; ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superficiei. b. h. ⁊ quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficiei. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine ex ypothesi erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incōmēsurabilis linee g. b. Educo igitur a puncto g perpendicularem super lineam a. b. vsq; ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. ⁊. e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo ꝙ vtraq; cadit medio loco proportionalis inter. a. g. ⁊. g. b. prima quidem per primam partem correl. 8. sexti. secunda vero per ypothesim propter quod quadratum vtriusq; earum per primam partem. 16. sexti est equale superficiei ex. a. g. in g b. que est. b. h. ipse igitur sunt equales. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. ē sicut. a. g. ad. g. e. sunt aūt. a g. ⁊ g. e. ⁊. g. b. continue ꝓportionales erit a. e. ad. e. b duplicata sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratū linee. a. e. ad quadratum linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incōicans. g. b. erit per secūdam partē. 10 quadratū a. e. incōicans q̄drato. e. b quare due linee. a. e. ⁊ e. b. sunt incōmensurabiles in potētia. ¶ Et q̄a per penultimā primi quadratū. a. b est equale q̄dratis duarum lineaꝝ. a. e. ⁊. e. b. pariter acceptis: quadratū aūt. a. b. est rōnale: cum a b. sit rōnalis in potentia ꝑ ypothe. erūt quoq; quadrata duaꝝ linearū. a. e. ⁊. e. b. pariter accepta rōnale. ¶ Si vero he due linee continent sup̄ficiē medialē habitum est propositū. Erat aūt c. d rōnalis in potentia ⁊ in ea tantum cōicans linee. a b. quare ⁊. c. f. ⁊ ideo ēt. g. e. sibi equalis erit potētia rōnalis ⁊ tm̄ in eadē cōicans cum. a. b. itaq; per. 19. superficies ex. a. b. in g. e. est medialis. Quia igit̄ per quartam sexti ⁊ per primā ptem. 15. eiusdē superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficiei. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. ⁊. e. b. esse quales volumus. ¶ Et nota ꝙ due linee quas docet hec. 27. inuenire componunt lineam maiorem ⁊ minori earum abscisa que reliqua est dicitur linea minor.



Propositio .28.

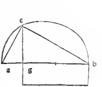
Duas lineas potētialiter icommensurabiles superficiēq; rōnalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta sint mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a b. ⁊. c. d. quales ꝓponit. 25. erūtq; simili argumētatione p̄missa due linee. a. e. ⁊. e. b. quales hec. 28. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum mediale per. 19. ⁊ ideo quadrata duarum linearū. a. e. ⁊. e. b. sunt mediale per penultimam primi: ⁊ quia. a. b. ⁊. c. d. continent sup̄ficiē rationalē. sequitur etiam vt. a. b in. c. f. ⁊ ideo in. g. e. sibi equalem contineat superficiem rationalem: itaq; ⁊. a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. ¶ Vnde due linee quas hec. 28. doces inuenire componunt lineam potentē in rōnale ⁊ mediale ⁊ minor earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

¶ Castigator.

¶ In istis tribus. s. 27. 28. 29. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vnus totalis ex. a. e. b. ⁊ duo partiales. s. a. e. g. ⁊ g. e. b. qui

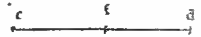
oēs adinuicem sunt similes per.8.sexti: & ideo latus.a.e.magni respiciens angulū.b.eiusdē magni ad latus.g.e.parui.respiciēs eūdē angulū.b.rōne parui trianguli.g.e.b.est sicut lateris.a.b.magni respiciētis angulū.e.rectū ipsius magni ad latus.e.b.parui.s.g.e.b.respiciens angulū.g.rectū eiusdem parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b.priorum laterum: est idem vtrobiq; respectu diuersorum.



Propositio .29.

Duas lineas potētialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alteram incommēsurabile inuenire.

Huius quoq; dispositio a duarum premissarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem linee due.a.b.& c.d.quales 26.proponit eruntq; premissa argumentatione due linee.a.e.&.e.b.quas inquirimus. Cum enim.a.b.sit linea medialis erūt quadrata duarum linearum.a.e.&.e.b.pariter accepta mediale. At cum.a.b.& c.d.contineant superficiem medialem.sequitur vt.a.b.in.c.f.& ideo.i.e.g.sibi equalem contineāt quoq; sup̄ficiem medialē: ois.n.superficies mediali communicans medialis esse continetur: quēadmodū in.21.monstratum est. Superficies igitur.a.e.in.e.b.medialis est cum ipsa sit equalis superficiei.a.b.in.g.e. Quia vero linea.a.b.est incommensurabilis linee.c.d.erit etiam incomensurabilis linee.c.f.ᵃ quare & linee.e.g.quare per primam sexti & secundam partem.10.huius: superficies a.b.in.e.g.que est equalis superficiei.a.e.in.e.b.erit incommensurabilis quadrato linee.a.b.itaq; & quadratis duarum linearum.a.e.&.e.b.pariter acceptis. Quod cum ita sit sequitur quoq; vt duplum superficiei.a.e.in e.b.sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearū.a.e.&.e.b.pariter acceptis & hoc erat monstrandum. Due linee quas.hec.29.docet inuenire componunt lineam potentem in duo medialia & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

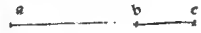


Castigator

a Propter hoc q̄ multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt in fine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius. & sic.c.f.cum sit medietas.c.d.etiam per.9.&.8.huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

Si due linee potentialiter tantū rōnales cōicantes in longū directumq; coniungantur: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diceturq; binomium.



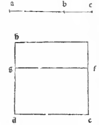
Sint due linee.a.b.& b.c.in continuū.directumq; coniuncte rationales in potentia tm̄ cōicantes: quas p.17.& 18.reperies: dico totam lineā.a.c.ex eis compositam esse irrationalem & ipse vocatur binomiū. Est enim p quartam secundi quadratum.a.c.equale quadratis duarū linearū.a.b.&.b c.& duplo sup̄ficiei vnius earum in alterā: quadrata aūt ambarum faciunt sup̄ficiē rationalem ex ypothesi: duplū vero superficiei vnius earum in alterā facit superficiem medialē ex.19.itaq; quadrata ambarum pariter accepta faciūt sup̄ficiem incommensurabilē duplo superficiei vnius earum in alterā. erit igitur ex.9.quadratū.a.c.incōmensurabile duobus q̄dratis duarum linearum.a.b.&.b.c.p̄iter acceptis quare irrationale p diffinitionē cum duo illa q̄drata faciant sup̄ficiem rationalem.ideoq; suū latus tetragonicum quod est.a.c.irrationale quoq; p diffinitionem: constat ergo propositum.

Castigator

Hec irrationalitas facit infra ad.47.huius. Et sicut in ista.30.probatur linea binomialis esse irrationalis per.4.secundi.ita infra.68.huius probatur idem de residuo q̄ sit linea irrationalis mediante.7.eiusdem.

secundi.& .9.huius.

Propositio .31.



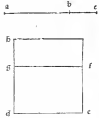
SI due linee mediales potentia tantum cõicantes superficiemq; rationalem continentes directe cõiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diceturq; bimediale primum:

¶ Sint due linee.a.b.& .b.c in continuum directumq; cõiuncte quales pponuntur quas.p.24.& .25.repenes: dico totam lineam a.c.eẽ irrationalem & ipsa vocatur bimediale primũ. Est.n. duplum sup̃ficiei.a.b.in.b.c.rõnale per ypothe.duoq; que quadrata duarum lineaꝝ.a.b.& b.c.pariter accepta faciunt mediale.cum vtrunq; quadratum sit mediale p ypothesim & vnum eorum cõicans alii: duplum igitur superficiei vnius earum in alterã est incõicans duobus q̃dratis pariter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo sup̃ficiei & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius.a.c.p quartam secundi est incommensurabile duplo superficiei vnius earũ in alteram p .9.huius cum itaq; duplũ superficiei sit rationale erit quadratũ.a.c.irrõnale. ideoq; & linea.a.c. qd est ppositum. ¶ Idẽ aliter: sit linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiũgatur superficies.d.f.equalis duobus quadratis duarũ linearum .a.b & .b.c.eritq; sup̃ficies hec.d.f.medialis cũ vtrunq; quadratũ sit mediale p ypothe.& vnum eorũ cõicans alii quare p.20.linea.d g.est rõnalis in potentia tñ: non cõicans in longitudine linee.d.e.Rursus ad lineam.f.g.,que est equalis.d.e.adiungatur superficies.f.h.equalis duplo superficiei .a.b.in.b.c.eritq;.f.h.rõnalis p ypothesim.quare per.16.linea.g.h.erit rõnalis in longitudine.Due itaq; linee.d g.& .g.h.sunt potentialiter rõnales & in ea tñ cõicantes: ergo p.30.tota linea ex eis cõposita que est.d.h.est binomiũ & irrõnalis: quare p.16.a destructione consequẽtis sup̃ficies.e.h.ẽ irrõnalis. At qa p quartam secũdi latus .ius tetragonicũ est linea.a.c.ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demostrari.

Castigator

s ¶ Istarum linearum aliquando longior est potentior breuiore in quadrato linee maiori communicantis. vt in.24.aliquando non communicantis.25.huius.

Propositio .32.



SI due linee mediales potẽtialiter tantũ cõicantes superficiemq; medialẽ cõtinentes directe cõiungantur tota linea erit irrõnalis diceturq; bimediale sm̃.

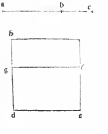
¶ Sint due linee.a.b.& .b.c. mediales i continuũ directũq; coniuncte vt proponitur quas per .26. contingit reperiri. Dico totam.a.c.ex eis cõpositam eẽ irrationalem & ipsa vocatur bimediale secũdum. ¶ Esto enim linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungatur sup̃ficies.d.f.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.b.& .b.c pariter acceptis & qa ex ypothesi duo illa q̃drata sunt cõicãtia: vt vtrunq; mediale: erit superficies.d.f. medialis quare per .20. linea d.g que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantũ: & linee d.e.incommensurabilis in longitudine. ¶ Rursus adiungatur ad lineam g.f.que est equalis linee.d.e.superficies.f.h.equalis duplo superficiei.a.b. in .b.c. eritq; etiam superficies .f. h. medialis: erat enim per ypothesim superficies.a.b.in.b.c.medialis.ergo duplum eius cui est equalis.f.h. erit mediale. Per.20.igitur linea.g.h.rationalis in potẽtia tantum & incommensurabilis in longitudine linee g f. ¶ Quia vero.a .b.& .b.c.sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti & p secundam partem.10.huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ¶ At quia quadrata earum communicant per ypothesim erit dicta superficies quare & duplum eius incommunicans duobus qua- t

dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d.f. & f.h. sunt incommunicantes: per primam itaq sexti & secundam partem. 10. huius erit linea. d.g. incommensurabilis linee g.h que cum sint rationales in potentia: erit per. 30. tota linea. d. h binomium & irrationalis: ergo per. 26. a
u destructione^u consequentis erit superficies. e.h. irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per quartam secundi est linea. a.c. sequitur per diffinitionem q linea. a. c. sit irrationalis: quod propositum erat ostendere.

Castigator.

t Quia p primam sexti superficiei. a c. ad vtrunq quadratum est sicut basis. a.b. ad basim. b.c. que sunt ex ypothesi due linee non cõmunicãtes in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundã partem decime huius superficies. a.c. etiam non cõmunicat cum aliquo duorum quadratorum illarum duarum linearum. a.b. & b.c. quis superficies illa & dicta quadrata sint irrationalia quia medialia seu irrationalia non communicant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

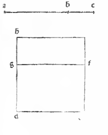
u Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d h esse rationalem per. 26. que non est. Et ideo irrationalis superficies. e.h. que si nõ esset rationalis & tunc per. 26. vt dictum est.



Propositio .33.

Um coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiemq mediale cõtinentes quarum ambo q̃drata pariter accepta sint rõnale: tota linea erit irrõnalis diceturq linea maior.

Sint due linee. a.b & .b c. sibi in continuum directũq coniuncte sicut proponitur: quas contingit ex. 27. reperire: dico a.c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale superficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypothesim: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo superficiei vnius in alteram. itaq totum aggregatum ex duobus q̃dratis & duplo superficiei & ipsum est equale quadrato. a.c p quartam scdi erit per 9 huius incõmensurabile duobus quadratis. duarum linearum. a b. & b.c pariter acceptis: per diffinitionem ergo est quadratum linee. a.c. irrationale & linea. a.c. irrationalis quod est propositum. Idem aliter sicut in premissis ad lineam. d e. que sit rationalis in longitudine adiungatur superficies. d.f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a.b. & b.c pariter acceptis eritq rationalis per ypothesim quare p 16. latus eius secundum quod est d.g erit etiam rationale in longitudine & communicans linee. d e. Rursus ad lineam. f.g. adiungatur superficies. f.h. equalis duplo superficiei. a.b. in. b.c. eritq medialis per ypothesim: quare per. 20. linea. g.h. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum per. 30. igitur est linea. d.h. binomium & irrationalis: ideoq p. 26. a destructione consequentis superficies. e.h. est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartam secundi est. a.c. est irrationale per diffinitionem. quod volumus ostendere.



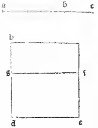
Propositio .34.

Um coniuncte fuerint due linee potẽtialiter incõmensurabiles superficiemq rationalem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq potens in rationale & mediale.

Sint vt in premissis due linee. a.b. & b.c. in continuũ directumq coniuncte quales proponuntur: & ipse sunt ex. 28. si mende: dico q tota linea. a.c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies a.b in. b.c. rationalis p ypothesim. ideoq & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta

sint mediale: sequitur ꝑ quartam secundi ⁊ 9. huius quemadmodū in premissis q̄ quadratum totius .a.c. sit incōicans duplo supficiei .a b.in.b.c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale ⁊ linea .a.c. irrationalis q̄d est ꝓpositum. ¶ Idem aliter: sit vt in premissis linea .d.e rōnalis in longitudine supficiesq̃ .d.f. sibi adiūcta equalis duobus q̄dratis ꝑiter acceptis duaꝝ lineaꝝ .a.b. ⁊ .b.c. eritq̃ medialis ꝑ ypothesim: ꝑ .20. igit̄ erit linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitq̃ supficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficiei ex .a.b.in.b.c. eritq̃ rationalis per ypothe. ⁊ ideo per .16. latus eius secundum quod est .g.h. rationale in longitudine quare per .30. linea .d.h. est binomium ⁊ irrationalis: ⁊ superficies .e.h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq̃ linea .a.c. sit eius latus tetragonicum per quartam secundi sequitur vt .a.c. sit irrationalis per diffinitionem: constat ergo propositum.

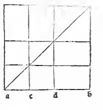
Propositio .35.



Cum coniuncte fuerint due linee potētialiter incōmensurabiles superficiēq̃ medialē cōtinētes quaꝝ quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo supficiei vnius in alteram incōmensurabile tota linea erit irrōnalis diceturq̃ potens in duo medialia. ¶ Sint quoq̃ due linee hic .a.b. ⁊ .b.c. in continuū directumq̃ cōiuncte vt ꝓponit̄ que ex .29. sumende sunt: dico q̄ linea .a.c. ex eis cōposita est irrōnalis ⁊ ipsa dicit̄ potens in duo medialia. Adiungatur n. ad lineā .d.e. que sit rōnalis in longitudine supficies .d.f. eq̄lis duobus q̄dratis duaꝝ lineaꝝ .a.b. ⁊ b.c ꝑiter acceptis: eritq̃ medialis ꝑ ypothesim quare ꝑ .20. linea .d.g. erit rōnalis in potētia tm̄ ⁊ incōmensurabilis .d.e. linee rōnali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo supficiei vnius in alterā erit ēt ex ypothesi medialis quare ꝑ .20. linea .g.h. erit rōnalis in potentia tm̄ ❡ Atq̃ per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei vnius in alterā sequit̄ vt .d.f. sit incōmēsurabilis f.h. quare ꝑ primam sexti ⁊ secundam partem 10. huius linea .d.g. ē incōmensurabilis .g.h. ꝑ .30. igitur est linea .d.h. binomium ⁊ irrōnalis. Itaq̃ superficies .e.h. est irrōnalis ⁊ eius latus tetragonicum quod est .a.c. vt in premissis: quare constat ꝓpositum. ❡ Si aūt duplum superficiei .a.b.i.b.c. non esset incōmmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea a.c. medialis Esset enim .d.f. communicans .f.h. ideoq̃ linea .d.g. linee g.h. tota igitur .d.h.[a] esset rationalis in potentia tantum ⁊ incommensurabilis in longitudine linee .d.e per .19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusq̃ latus tetragonicum quod est a.c linea medialis. Vt autem facilior fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est. a

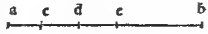
¶ Castigator

a ¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per .21. ⁊ .9. huius postea per .20. linea .d.h. que est latus secundum dicte superficiei .e.h. est solum in potentia rationalis lateriq̃ primo .d.e. in longitudine incommensurabilis. Et ideo per .19. latus tetragonicum superficiei .e.h. est linea medialis quod est per .4. secundi linea .a.c. vt premittitur. ❡ Vel sic ⁊ melius per .9. huius. Si autem duplum superficiei .a.b.in.b.c. non esset incommensurabile seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurabile siue communicans quare per .9. totum ex eis scilicet .d f. ⁊ .f h. confectum scilicet superficies .e.h. esset communicans vtriq̃ superficiei scilicet .d.f ⁊ .f.h. quare per .21. huius .e h. tota esset etiā medialis superficies. Et ideo per .20. secundum latus eius quod est tota d.h .est solum in potentia rationale ⁊ sic per .19. linea .a.c. que per .4. secundi est eius latus tetragonicum esset linea mere medialis ⁊c.

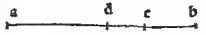


¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quãtum est quadratum eius linee qua maior excedit minorem.

¶ Sit enim linea a.b. diuisa per duo inequalia in puncto.c. sitq̃ maior portio.c.b.de qua sumatur.c.d.equalis.a c.dico ꝙ quadrata duarum linearum.a.c.& c b.sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee.d.b. ¶ Nam quod fit ex.a.c.in.c.b. bis cum quadratis duarũ linearum.a.c.& .c b.est equale ei quod fit ex.a.c in.c.b. quater cum quadrato.d.b. Eo ꝙ vtraq̃ hec equalia sunt quadrato linee.a.b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per.8.eiusdem. Demptis itaq̃ vtrinq̃ equalibus videlicet eo quod fit ex.a.c.in.c.b.bis erunt residua que sunt de primo quidem quadrata duarum linearum.a.c.& c.b. ¶ De secundo vero quod fit ex.a.c.in.c.b bis cum quadrato.d b.equalia. Quare cõstat ppositum. ¶ Ex hoc ergo manifestũ ẽ ꝙ si aliqua linea p duo inequalia diuidatur quadrato ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est pp quod istud premisimus.



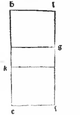
¶ Si aliqua linea per duo inequalia itemq̃ alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequaliũ pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantũ est duplum quadrati illius linee que inter vtrasq̃ est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam que est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.



¶ Sit linea.a.b. diuisa per duo inequalia in puncto c.itemq̃ per alia minus inequalia in puncto.d.rursus per equalia in.e.dico ꝙ quadrata duarum partium magis inequalium que sunt.a.c.& c.b tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt.a.d. & d.b.quantum est duplum quadrati linee.c.d. & quadruplum eius quod fit ex.c.d. in.d.e. ¶ Sunt enim per.9.secundi quadrata duarum linearum a.c. & .c.b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum.b.e. & e.c.pariter acceptis.at per eandem.9.secundi quadrata duarum linearum a.d.& d.b.pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearũ.b.e.& e.d.pariter acceptis. ¶ Itaq̃ quadrata duarum linearum .a.c. & c.b.pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum.a.d & d.b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee.c.e.excedit duplum quadrati linee d.e.hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee.c.d.& quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.quare constat propositum. Ex hoc manifestum est ꝙ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior atq̃ hoc est propter quod istud premisimus.

Propositio .26.

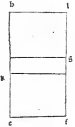
IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniunctum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.



¶ Sit linea. a . b. binomium eritq̃ ex .30.composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus que sint.a.c.& .c.b dico ꝙ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitiõe videlicet ꝙ ipse sint potẽtia tantum rationales communicantes. ¶ Si enim potest diuidatur in .a.d. & .d b.que sint potentia rationaler tm̃ communicantes. Esto quoq̃ linea e.f rationalis in longitudine cui adiungatur superficies [b] e g que sit eq̃lis quadratis duarum linearum .a.c.& .c.b.pariter acceptis & superficies .f.h. que sit equalis quadrato linee.a.b. eritq̃ superficies.e.g. rationalis eo ꝙ vtrunq̃ quadratorum linearum.a.c. & .c.b. pariter acceptis est rationale per ypothesim & superficies.g.h medialis per .19.qm̃ ipsa est equalis duplo superficiei.a.c in.c b per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies f.k. equalis quadratis duarum linearum.a.d . & .d.b. pariter acceptis

que cum sint diuerse a duabus lineis.a.c.& c.b.erit per secundū predemō stratorum antecedentium superficies.f.k.diuersa [d] a superficie.e. g. Earū ergo differentia sit.k.g.eritq; per quartam secundi excessus superficiei.f.b. super f.k.qui sit.k.l.equalis duplo eius quod fit ex. a.d.in d. b. & propter hoc erit etiam superficies.f.k.rationalis: & superficies.k.l. medialis: itaq; superficies.k.g.cum ipsa sit differētia duarum superficierum rationalium que sunt.e.g.& f.k.erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali: & hoc dico diffinitione & .9. huius hoc confirmantibus. Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium que sunt.g.h.& k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile. d





Castigator.

b Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine equalium aliis superficiebus fit vbiq; in sequentibus & precedentibus: vt visum est: quemadmodum dictum est supra in vigesima: vigesima prima: vigesimasecūda: & vigesimatertia huius. ideo ibi recurras: quia auctor cum semel diligenter docuerit suffecit ei & nobis. c Ex istis sex sequentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentes: vt patet: apparet illa philosophantium maxima: videlicet omnis res per quascunq; causas componitur per easdem resolui necesse est. d Cum vtraq; diuisio fit per inequalia scilicet in.c.& in.d.quoniam linee componentes binomium semper sunt inequales per.17. & .18. huius quia longior potentior breuiore &c.

Propositio .37.

Jmediali primo sm terminum suum in duas lineas mediales diuiso: sub earū termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est īpossibile.

Sit quoq; hic linea.a.b. bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes: ex quibus.31. asserit eam componi que sint.a.c.& c.b.dico q̄ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidā eam in puncto.d.assumptaq; linea rationali.e.f.adiungatur ei.e. g.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.c.& c.b.& superficies.f.h. equalis quadrato.a.b.& superficies.f.k.equalis quadratis duarum linearum.a.d.& d.b.eritq; per quartam secundi.g.h.equalis duplo superficiei. a.c. in c.b.& per eandem erit.k.l. equalis duplo superficiei a.d.in. d.b. propter ypothesim quoq; erit vtraq; duarum superficierum.e.g.& k.f. medialis & vtraq; duarum.g.h.& k.l.rationalis. hoc autem impossibile: esset enim per primum superficies.k.g.irrationalis ex.22. per secundum autem eadē esset rationalis ex diffinitione & .9.quod est inconueniens.

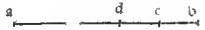
Propositio .38.

Jmediale secundum nisi in duas lineas tantū sub termino suo diuidi non potest.

Sit vt prius linea. a. b. bimediale secundum diuisa in duas lineas.a.c & c.b. mediales: potentia tantum cōmunicantes: superficiemq; medialem continentes: ex quibus 32 proponit eam componi: dico q̄ impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sintq; vt prius superficies.e.g.f.h. & f.k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eruntq; per presentes ypotheses vtreq; superficies.e. g.& g.h.mediales: quare per.10. vtraq; duarum linearum.f.g.& g.l.erit rationalis in potentia tā tum non communicans in longitudine linee.e.f. At quia due linee.a. c. & c.b.erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sexti: & per secundam partem, 10. huius q̄ vtrunq; quadratorum linearum a.c.& c.b.sit incommensurabile superficiei vnius in alteram; cumq; dicta quādrata communicent, ex ypothesi sequitur vt ambo quadrata pariter

accepta sint incommensurabile superficiei vnius in alteram: ideoq; & eius duplo: quare superficies.e.g. incommẽsurabilis est superficiei g.h. & linea g.f. linee.g.l. per primam sexti & secundam partem.10.huius: itaq; per.30. linea.f.l. est binomium diuisa sm̃ suum terminum in puncto. g. ❡ Eodemq; modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficiebus.e.m.&.m.h. diuisam secundum suum terminum in pũcto.m. quod est impossibile per.36. Non enim potest dici q̄ linea.f.l. diuisa sit ad puncta.g.&.m. in partes consimiles. sic enim esset linea. f.m. equalis. g.l. sed ipsa est maior linea.m.l. vt patet ex primo premissorum antecedentium huius: & prima sexti cum.e.m. superficies sit maior.h. m. superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse communis.37. ceterisque eam sequentibus.

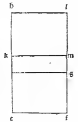
Propositio .39



Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi nõ potest.
❡ Sit quoq; hec linea maior.a.b. diuisa ad punctum. c. in duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale: ex talibus enim componitur vt affirmat.33. dico q̄ impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q̄ si potest: sit hic ad.d. maneant sub his eadem figura eedemq; ypotheses que prius & argue quemadmodum in.36. superficiem.g. k. esse rationalem & irrationalem: quod est impossibile.

Propositio .40.

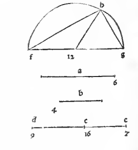
Linea potẽs in rationale & mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.
❡ Hec quoq; .40. manentibus prioribus figura & positionibus exceptoq; ipsa linea.a.b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex quibus.34. dicit eam componi probabitur: quemadmodum.37. Si autem aliter fuerit q̄ proponat erit superficies.k.g. rationalis & irrationalis quod esse non potest.



Propositio .41.

Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.
❡ Hec enim.41. diuisa linea.a b. ad punctum. c. in eas ex quibus.35. asserit eam componi ceterisq; vt supra tam figura q̄ positionibus manentibus probatur sicut.38. nam dato opposito propositi. Sequitur oppositum.36. quod est impossibile.
❡ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati linee communicantis eidem longiori in longitudine fueritq; eadem longior linee posite rationali communicans ipsum: vocabitur binomium primum. Si vero breuior posite rationali communicet dicetur binomium secũdum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur binomium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommensurabilis in longitudine fueritq; longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur binomium quartum. Si vero breuior posite rationali communicet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra portionum eius posite rationali communicet in longitudine erit binomium sextum.

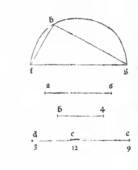
Propositio .42.



Binomium primum inuenire.
¶ Sit.a.linea rationalis posita: sumanturq; duo numeri quadrati.b.et.c.quorum.c.sit diuisibilis in quadratum qui sit.d.et in nõ quadratum qui sit.e.ponaturq; proportio quadrati linee.a.ad quadratum lineeª.f.g.sicut numeri.b.ad numerum.c. eritq; ex secunda parte. z. linea. f.g. communicans linee.a.rationali posite in longitudine. Super eam igitur lineetur.f.g.h.semicirculus:sitq; proportio quadrati linee.f.g.ad quadratum linee.f.h.sicut.c.ad.d.et ducatur linea. g.h. Dico ergo duas lineas. f.g.et.g.h.directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior linea.g.h.que est breuior in quadrato linee.f.h.per.30 tertii et penultimam primi: communicat autem linea.f.h.linee.f.g.in longitudine per secundam partem.z. cum proportio quadratorum ipsarum.f.g.et.f.h.sit sicut numerorum quadratorum qui sunt c.et.d.Linea vero.g.h conuincitur esse rationalis in potẽtia tantum: nõ communicans linee.f.g.in longitudine. Ideoq; neq; linee.a.ratiõali posite. Cum sit enim quadratum linee.f.g.ad quadratum linee.f.h.sicut numerus.c.ad numerum.d erit per euersam proportiõalitatem quadratum linee.f.g.ad quadratum linee.g.h.sicut numerus.c.ad numerum.e. Cum itaq;.c sit numerus quadratus.e.vero non quadratus: sequitur per vltimã partem.z.vt linea.g.h.sit incommensurabilis linee.f.g.in longitudine. Relinquitur igitur ipsam.g.h.esse rationalem in potẽtia tantum et a diffinitione lineas.f.g.et.g.h.componere binomium primum: quod erat inueniendum.

¶ Castigator.

a ¶ Que.f.g.reperitur: vt in.17.huius.sed ponendo numerum.b. minorem numero.c.s.b.4.et c. 16. necessario linea.f g.erit longior linea.a. et quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octaui ac etiam dictarum linearum quadrata per 18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportione que est similis illi laterum dictorum numerorum: et cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet. 4.et.16.eorum latera erunt.2.et. 4.inter que ponatur vnitas: vt supra in quinta huius et 11. apparet. Modo quecunq; fuerit illa linea inuenienda erit communicans linee.a.posite: vt dictum est et earum communis mensura erit in . a. totiens et cetera. vt ibi dictum est in.17.postea inuenitur alia. f. h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum linee.f.g.sicut.c.numeri ad.d.numerum penitus sicut inuenimus.f.g.et procedendo semper similiter habebis propositũ et ideo supra in.17.docuit inuenire plures huiusmodi lineas etc. etiam dicendo si.16.dat.9.quid dabit.144.



Propositio. .43.

Binomium secundum reperire.
¶ Sit vt prius.a.ratiõalis linea posita. b. vero numerus quadratus.c.vero sit numerus non quadratus diuisibilis in.d.non quadratum et.e.quadratum. Ita tamen q; proportio totius.c.qui est non quadratus ad.d.qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numerus est.12.et.48.diuisibilis enim est.12. in.9. quadratum numerum et.3.non quadratum: estq; proportio.12.ad.3. sicut.16. ad.4. quorum vterq; quadratus eodem modo. 48.diuisibilis est in. 36. et.12. Tales autem numeros sic reperies. Sit.a.numerus quadratus.b.quoq; sit vnitate minor. cuius quadratũ sit.c. At vero. d.ꝓueniat ex.b.in.a. eritq; ex prima incidẽtiũ noni.b.dña.d.ad .c.Ducatur idẽ.a.in.c.et ꝓuniat.e.eritq; e.quadratus ex prima parte correl.secũde noni eo q; vterq; numeroꝝ. a.et c.est q̃dratus ꝑ ypothesim. Fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritq;.f. qualẽ q̃rimus. Est.n.ex vltima pte ꝑdicti correl.numerus.f.nõ q̃dratus: eo q;.d.nũerus

sit non quadratus Si .n. d. numerus esset quadratus: esset quoq; .b. quadratus .ex .2. pte eiusdem correl .2. noni & ex .22. octaui: & quia .a. est quadratus esset p .16. eiusdem: tertius continue proportionalis inter .a. & .b. quod est impossibile cum sint sola vnitate distantes. Non est igitur .d. quadratus quare nec .f. Est enim .f. equalis .d. & .e. qm̄ cum .b. sit differentia .d. ad .c. vt patet ex premissis: erit p primam incidentium noni quod fit ex .a. in .d. equum his que fiunt ex .a. in .b. & in .c. ¶ Et quia ex .a. in .b. fit .d. & in .c. fit .e. sequitur vt .d. sit differentia .f. ad .e. Et quia per .18. septimi est .f. ad .c. sicut .d. ad .c. erit permutatim .f. ad .d sicut .e. ad .c. Cūq; vterq; duoꝝ numeroꝝ .e. & .c. sit quadratus manifestum est numeꝝ .f. eē qualē volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in .d non quadratum & .e. quadratum: cuius ꝓportio ad .d. est sicut quadrati ad q̄dratum videlicet .e. ad .c. cetera oīa sint vt prius. ¶ Dico ꝙ lineę .f. g. & .g. h. cōponunt binomium secūdū Cum .n. sit q̄dratum .a. ad quadratum .f. g. sicut .b. ad .c. rursus; quadratū .f. g. ad quadratum .g. h. sicut .c. ad .e. erit p equam ꝓportionalitatem q̄dratum .a. ad quadratum .g. h sicut .b. ad .e. cū igit̄ vterq; duoꝝ numeroꝝ .b. & .e. sit quadratus erit p secūdam ptem .7. & linea .g. h. cōicans in longitudine lineę .a. ratiōali posite; de linea vero .f. g. cōstat ꝙ ipsa sit rationalis in potentia tm̄ non cōicans lineę .a rationali posite in longitudine p vltimam partem .7 que cū sit potentior linea .g. h. in q̄drato lineę .f. h p .30. tertii & penultimam primi cōicet aūt linea .f. h. lineę .f. g. in longitudine per secundam partem .7. eo ꝙ eorum quadrata sint in ꝓportione numerorum .c. & .d. quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p ypothesim: constat propositum. ¶ Aliter quoq; idem esto linea .g. h. communicans .a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq; .c. numerus quadratus diuisibilis in quadratum .d. & non quadratū .e. sitq; proportio quadrati lineę .g. h. ad quadratum lineę .f. g. sicut numerus .e. ad numerum .c. eritq; .f. g. incommensurabilis lineę .g. h. in longitudine per vltimam partem .7. & potentior ea in quadrato lineę .f. h. cui communi-
b cat in longitudine primo per conuersam[b] deinde per euersam proportionalitatem: & per secundam partem .7. ex diffinitione igitur lineę .f. g. & .g. h. componunt binomium secundum.

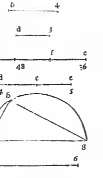
¶ Castigator.

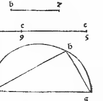
b ¶ Quia cum quadratum lineę .g. h sit ad quadratum. lineę .f. g. sicut numerus .e. non quadratus ad numerum .c. quadratum ex ypothe. Ideo per conuersam proportionalitatem. quadratum .f. g. ad quadratum .g. h. sicut numeri .c. ad numerum .e. & quoniam quadratum .f. g. equalet duobus quadratis .g. h. & .f. b. per .30. tertii & penultimam primi sicut numerus .c. equiualet duobus numeris .c. & .d. Igitur per euersam proportionalitatem quadratum .f. g. ad quadratum .f. h. sicut numeri .c. quadrati ad numerum .d quadratum tunc per secundam partem .7. lineę .f. g. communicat lineę .f. h. in longitudine &c.

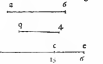
Propositio .44.

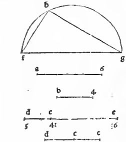
Binomium tertium inuestigare.

¶ Binomium quoq; tertiū sic reperitur: posita vt prius linea .a. rationali in longitudine sit .b. nūerus primus .c. vero quadratus diuisibilis in quadratum .d. & non quadratum .e. cetera omnia sint vt prius: dico ꝙ due lineę .f. g. & g. h. cōponunt binomium tertium: neutra enim earum ē commensurabilis in longitudine lineę a. rationali posite sed vtraq; incommensurabilis .f. g. quidem per vltimam partem .7 h. g. vero per equā proportionalitatem & vltimam partem .7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum lineę .a. ad quadratum lineę .g h. sicut numerus .b. ad numerum e. mediantibus: hinc quidem quadrato lineę .f. g. inde vero numero .c. numeri autem .b. & .e. non sint in proportione aliquorum quadratorum: cum .b. sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum quadratorum; necesse esset per .16. octaui









& octauam eiusdem tertium eis in continua proportionalitate interesse esset igitur per .17. eiusdem numerus b. superficialis quod ē impossibile cū sit primus p ypothe. incōmensurabilis ē itaq̄ linea. g. h. linee. a. rōnali posite ex vltima parte .7. Quia ergo linea. f. g. potentior est linea. g. h. in q̄drato linee. f. h. ex .30. tertii & penul. primi que communicat ei in longitudine ex scd̄a pte .7. & euersa pportionalitate ex diffinitione binomii tertii patet nostra intentio.

Propositio .45.

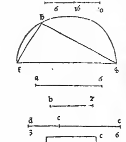
Binomium quartum scrutari.

In inuentione binomii quarti eodem mō pcedendum est sicut in inuentione primi. excepto ꝙ quadratus numerus. c. diuidatur in duos non quadratos qui sint. d. & e cetera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Binomium quintum querere.

Huius inuentio sic est sicut binomii scd̄i: excepto ꝙ numerus. c. non quadratus diuidetur in. d. non quadratū & e. quadratū. ita tn̄ ꝙ proportio. c. ad. d. non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oīa sunt hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi q̄sita sunt ex diffinitione binomii scd̄i. Vel pone ꝙ linea. g. h. sit cōicās linee a. rationali posite in longitudine: & pone numerum. c. quadratū diuisum in duos non q̄dratos q sint. d. & e. pone itaq̄ pportionē q̄drati linee g. h. ad q̄dratum. f. g. sicut numeri. e. ad. numerum. c. deinde assrue propositū ex vltima parte .7. & pn̄tibus ypothesibus & conuersa & euersa proportionalitatibus & iterum ex vltima parte .7. ex diffinitione binomii quinti.

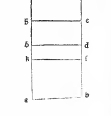


Propositio .47.

A binomio sexto demum oportet insistere

Binomium sextū sicut tertiū scrutādū est & tn̄ erit hic numerus q̄dratus. c. diuisus in duos non quadratos. d. & e. cetera vt ibi eritq̄ ex diffinitione binomii .6. linea quā cōponunt f. g. & g. h. sibi inuicem directe cōiuncte binomium sextum: quod est propositum inuenire.

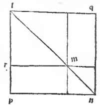
Propositio .48.



Si fuerit superficies binomio prio lineaq̄ rōnali ɔtenta: latus qd̄ super eā pt binomiū eē necesse ē.

Sit superficies. a. c. cōtenta linea rōnali. a. b. & binomio prio ꝙ sit. b. c. dico ꝙ latus tetragonicū superficiei. a. c. ē binomiū. Sit n. pūctus. d. cōisterminus duaꝝ portionū binomii primi. b. c. cuius maior portio sit. b. d. eritq̄ rōnalis in longitudine ex diffinitiōe: & cōmensurabilis linee. a. b. rōnali posite. Diuidat̄ itē minor portio q̄ est. d. c. p equa ad punctū. e. lineaq̄. d. b. diuidatur sub ea cōditione ad punctū. f. qd̄ inter ptes eius q̄ sunt b. f. & f. d. cadat. d. e. medio loco proportionalis: qd̄ q̄liter fiat in .13. dcm̄ est. Ducant̄ āt linee c. g. d. h. f. k. eqdistantes linee. a. b. & qa ex diffinitione binomii primi linea. d. b. ē potētior linea. d. c. in q̄drato linee sibi cōicantis in longitudīe seq̄t̄ ex scd̄a pte .13. & ꝙ due linee b. f. f. d. sint cōicātes: p .9. igit̄ ē vtraq̄ eaꝝ cōicans toti linee. b. d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnales ī lōgitudine ideoq̄ p .15. vtraq̄ duaꝝ superficieꝝ. a. f. & f. h. ē. rōnalis. Describat̄ itaq̄ quadratū. l. m. cuius latus. l. r. eq̄le superficiei a. f. cui circūponat̄ gnomo ptracta dyagonali. l. m. n. ad eam q̄titatē ꝙ ipsius gnomonis q̄dratū qd̄ sit. m. n. sit eq̄le superficiei. f. h. duoq̄ eius suppleměta sint. p. m. & . m. q. q̄ necesse est esse equalia duabus superficiebus. d. g. & g. e. quod sic collige. Cum enim sit linea d e. medio loco proportionalis inter lineas. b. f & f. d. erit superficies. d g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies. a. f. & f. b. quare & inter quadrata. l m. & n. n. Et quia supplementū. p. m. est et medio loco pportionale inter q̄drata dicta ex prima sexti: sequit̄ vt. p. m. sit

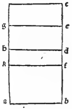
equalis d.g.ideoq.m.q.g.c. Igitur linea.l.p.est latus tetragonicum sup ficiei.a.c.hanc lineam dico esse binomium. Cum sint.n. ambo quadrata l.m.&.m n.rationalia erunt ex diffinitione due linee.l.r.&.r.p. potentia liter ronales. Est autem per primam sexti.a.f.ad.d.g.sicut.b.f.ad.d.e. Sed b.f.est incommensurabilis.d.e.s.quia.b.f.est rationalis simpliciter vt p batum est.d.e.vero quia coicat in longitudine.d.c.ronali in potetia tm. Eritq ipsa ronalis in potentia tm per.18. quod ex premissis ypothesibus manifestum e. Itaq p secundam ptem.10.superficies.a.f. e incommesura bilis supficiei.d.g.igit & qdratum.l.m.supplemento.p.m.quare p primam sexti & secunda ptem.10.linea.l.r.est icommensurabilis linee.r.p. Ex .30. igitur constat lineam.l.p.esse binomium quod erat monstrandum.



Propositio .49.

Si fuerit superficies linea ronali binomioq secudo otenta: latus eius tetragonicu erit bimediale primu.

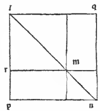
Sit eadem figura eedemq ypotheses que in premissa eritq ex diffinitione binomii secundi linea.d.c. rationalis in longitudine: quare per.15 vtraq duarum superficierum.d.g.&.g.c.ideoq & duo supplementa.p.m.m.q.erut rationalia: linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum: & diuisa in duas lineas communicantes.f.d.&.b.f.ex diffinitione binomii secundi & premissis ypothesibus & secunda parte.13 per.19. igitur erit vtraq duaru superficierum.a.f &.f.b.ideoq & vtrumq quadratorum.l m.&.m n.mediale.itaq ambe linee.l.r.&.r.p.sunt mediales in potetia quoq coicantes nam cu linea.b.f.coicet linee.f.d.sequitur ut.a.f.coicet.f.b.quare qdratum l.m.qdrato.m.n.ideoq & linea.l.r.linee.r.p. i potetia: in longitudine at non coicant: qm vna earu ad altera e sicut.l.m.ad.m.p. Cu igit.l.m.no coicet.m.p.eo q altera medialis videlicet.l.m altera vo ronalis videlicet m.p.sequitur vt.l.r.non comunicet in longitudine.r.p. quia igitur ipse continent superficiem rationalem que est.m.p. constat lineam. l.p. ex 31.huius esse bimediale primum.



Propositio. .50.

Si binomio tertio ac linea ronali superificies otineatur linea in eam potens erit bimediale secudus.

Dispositio & ypotheses maneat vt supra. Eritq ex his ypothesibus & diffinitione binomii tertii &.19. vnaqueq quatuor superficierum in quas diuisa e superficies.a.c. me dialis: quare vtrumq duoru qdratoru.l.m.m.n.&vtruq duoru supplemetoru.p.m.&.m.q.erit et mediale vtraq igit duaru linearum.l.r.&.r.p.erit medialis.& cum due superficies.a.f.&.f.b.sint communicantes eo q due linee.b.f.&.f.d.sint communicantes per secundam partem 13.erunt due linee.l.r.&.r.p.communicantes in potentia in longitudine vero non.quia superficies.l m.non communicat cum superficie m.p.eo q neq.a.f.communicat cum.d.g.Nam linea .b.f.non communicat cum.d.e.cum igitur ipse contineant superficiem medialem que e.p. m.constat ex.32.lineam.l.p.esse bimidiale secundum qd est propositum.

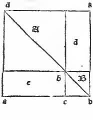


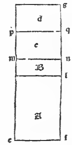
Propositio .51.

Si linea rationali binomioq quarto superficies oti neatur: que i eam superficiem potest e linea maior.

Cunctis vt in premissis manetibus erit ex ypothe.& diffinitione binomii quarti &.19. vtraq duarum superficierum.d.g.&.g.c.quare & vtraq duarum.p.m.&.m.q. medialis duoq quadrata l.m.&.m.n.pariter accepta rationale eo q superficies, a.d.est rationalis per diffinitionem binomii quarti.& 15. Et quia.d.b diuiditur in puncto.f.in duo incommunicantia per secundam partem.14.erit superficies.a.f.incommensurabilis superficiei.f.h. Ideoq & quadratum.l.m.quadrato.m.n.due igitur linee.l.r.& r.p.sunt incommensurabiles in potentia que cum contineat superficiem

medialem.p.m.& earum quadrata ambo pariter accepta sint rationale constat per.33.lineam.l.p.esse lineam maiorem quod erat monstrandū.





Propositio. 52

SI fuerit superficies linea rōnali atq̄ binomio qn̄to ɔtenta quecunq̄ in eam linea pōt potens in rationale ⁊ mediale esse ex necessitate conuincitur.

¶ Hic in hac quoq̄ est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum.t.eis enim manentibus erit ex his que posita sunt i diffinitione binomii quinti &.15. vtraq̄ duarum superficierum.d.g.&.g.c.quare vtraq̄ duarum.p.m.&.m.q.rationalis.Totaq̄.a.d.quare & quo quadrata.l.m.&.m.n.pariter accepta medialis ex.19.cunq̄ ex secunda parte.14.sit linea.f.b.incommensurabilis linee.f.d.ideoq̄ superficies.a.f.superficiei.f.b.& quadratum.l.m.quadrato.m.n.erit linea.l.r.incommensurabilis in potentia linee.r.p.at quia ipse continēt superficiem rationalem.p.m.& earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale conclud e ex.34.linea.l.p.esse potentem in rationale & mediale:quod promissum est.

Propositio. 53.

SI binomio sexto lineaq̄ rationali superficies contineatur linea que in eam potest:in duo medialia potens esse probatur.

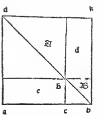
¶ Hec.53.adhuc te substinet ociaria pingendo figuras:contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis & dispositione i.diffinitione binomii postremi &.19.quālibet ex superficiebus.a.d.&.d.g.&.g.c.propter quod & ambo quadrata.l.m.&.m.n.pariter accepta &.p.m.&.m.q.esse medialem.Cunq̄.b.f.&.f.d.propter quod.a.f.&.f.h.ideo q̄.l.m.&.m.n.sint incommensurabiles erunt due linee.l.r.&.r.p.incommensurabiles in potentia.at quia ipse continent superficiem medialem.p.m earumq̄ ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est.duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile:quod ex eo probatur ꝙ superficies.b.h.est incommensurabilis superficiei.h.c.propter hoc ꝙ linea.d.b.est incommensurabilis linee.d.c.sequitur ex.35.lineam.l.p.esse que potest in duo medialia.

Propositio .54.

SI linee rationali equūz quadrato binomii rectangulum adiungatur:latus eius secundū binomium primū esse conuenit.

¶ Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinem.Huius aūt ē hec intētio.Sit linea.a.b.binomiū diuisa ad punctum.c.in duas lineas.a.c.&.c.b.ɓm suam diffinitionem aut terminum eiusq̄.a.b.quadratum sit.b.d.sitq̄ linea.e.f.rationalis in longitudine cui adiungatur superficies.e.g.equalis quadrato.b.d. ⁋ Dico ꝙ latus secundum huius superficiei quod est linea.f.g.est binomium primum.Diuidatur enim quadratum.b.d.in duo quadrata.b.h.&.h.d.que sint quadrata duaꝝ portionum binomii:& in duo supplementa.a.h &.h.k.quorum vtrunq̄ continetur sub duabus portionibus binomii:eritq̄ ex diffinitione binomii que habetur per.30.vtrunq̄ istorum quadratorum rationale & per.19.vtrunq̄ supplementorum mediale.Ex superficie igitur.e.g.abscindatur superficies.e.l.equalis quadrato.d.h.&.l.m.equalis q̄drato.h.b.&.n.p equalis vni duorum supplementorum.a.h.vel.h k.Eritq̄.p g.residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea.n.q.est equalis linee.q.g. ⁋ Ex premissis

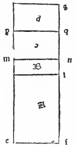
autem manifestum est ꝙ vtraq; duarum superficierum.e.l. & .l.m. & ideo tota superficies.e.n.est rationalis. Et vtraq; duarum equalium.n p. & p. g.ideo tota.m.g.medialis. quare per .16. vtraq; duarum linearum f.l. & l.n. & tota linea.f.n. rationalis in longitudine: & linee.e.f. rationali posite commensurabilis: & per.20 vtraq; duarum.n.q. & .q.g. & tota.n.g.rōnalis in potentia tantum incōmensurabilis linee m.n. & ideo linee.e.f. sibi equali & per consequens & linee.f.n.in longitudine. ¶ Si igitur linea f.n. que est maior linea.n.g. vt ex primo duorum antecedentium.35.demonstrationi subiūctorum & prima sexti apparet: fuerit potentior linea.n.g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam .f.g. esse binomium primum. ¶ Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata .d h. & .h.b sit, p primā sexti supficies.a.h.medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem .m.q.esse inter superficies.e.l. & l.m.medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea.n.q. que est medietas linee n.g.est in medio loco pportionalis inter duas lineas f.l. & .l.n.quod igitur fit ex.f.l.in l.n.est quantum quod ex.n.q.in se p.16. sexti: ideoq; per.4.secundi quantum quarta pars quadrati linee.n.g. Itaq; per primam partem.13.cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee .n g. ita ꝙ ad complendam totam lineam.f.n desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum.l.erit.f.n.potentior.n.g.in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.



Propositio .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium secūdum esse oportebit.

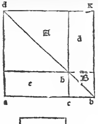
¶ Sit linea.a.b.bimediale primum diuisa ad punctum c.secundum suum terminū. Cetera aūt sint vt prius: dico lineam.f.g esse binomium secūdum erit enim superficies m. g. rationalis eo ꝙ partes bimedialis primi continent superficiem rōnalem & superficies tres.e.l.l.m. & tota.e.n. mediales communicantes eo ꝙ portiones bimedialis primi sint linee mediales potentia tantum communicantes ex.31.per.16.igitur erit linea.n.g.rationalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f.rōnali posite. & p.20.linea f.n.rōalis i potentia tm̄ que cum sit maior linea.n.g ex primo duorum antecedentium demonstrationi.35.adiunctorum & prima.6. eaq; potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte .13. erit a diffinitione linea.f.g.binomium secundum quod est propositum.



¶ Castigator.

b ¶ Nota ꝙ tm̄ valet dicere pratice.℞ ℞.450.plus ℞ ℞.18.q̄d est bimediale secūdū quantum dicere ℞.v.℞.648.plus ℞.360.scilicet radix vniuersalis totius compositi & vult dicere ꝙ accepta radice de.360. Et illa posita super radicem de.648. & huius aggregati summere radicem: quod probatur in quadrando eas. & vna queq; facit ℞.648.plus ℞.360. vt patet operando & cetera.

c ¶ Quia ex primo duorum antecedentium cum linea.a.b. diuidatur per inequalia in puncto.c.quoniam due linee componentes bimediale primum vna est maior altera ex .25. huius. Et ideo duo quadrata earum sint amplius duplo superficiei vnius in alteram quare superficies.e.n.maior est superficie.m.g.cum.e n.equatur duobus quadratis duarum linearum.a.c. & .c.b. & .m.g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti.n.f.maior est.m.g.reliqua sequuntur &c.



Propositio .56.

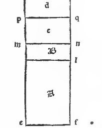
Cum adiucta fuerit linee i lõgitudine rõnali superficies rectãgula eq̃lis quadrato bimedialis secũdi latus eius fm binomiũ tertiũ esse necesse est.

Si fuerit linea.a.b.bimediale fm diuisa p terminũ suũ ad punctũ.c.reliqua vero oia fuerint vt prius: erit linea f.g.binomiũ tertiũ. Erit.n.ex.32.ꝯ nostris positõibus vtraq; supficiez.e.n.ꝯ m.g medialis: q̃re p.20.vtraq; duaꝝ lineaꝝ.f.n.ꝯ.n.g. erit rõnalis in potẽtia tm̃:at q̃a bimedialis secũdi partes sunt cõicantes in potẽtia tm̃ erit supficies.e.l.cõicans superficiei.l.m. ꝯ ideo linea.f. l.linee.l.n.potẽtior:ergo est p primã partẽ.13.f.n.q̃ sit.n.g. in quadato linee sibi cõicantis in longitudine. Cũq; sint supficies.a.h.ꝯ quadratũ. h.b.incõmensurabilia eo q; linee.a.c.ꝯ.c.b.incõmensurabiles: ideoq; ꝯ ambo q̃drata pariter accepta ambobus supplemẽtis pariter acceptis: eo q; q̃drata sibi inuicẽ cõicant ex ypothesi supplemẽta quoq; cũ sibi inuicẽ sint eq̃lia:sequit vt supficies.e.n.sit incõmẽsurabilis supficiei. m.g. ꝯ ideo linea f.n.linee.n.g.p diffinitionẽ igit ẽ linea.f.g.binomiũ tertiũ: qd ẽ ppositũ.

Propositio .57.

Si linee rõnali rectangulum equũ quadrato linee maioris adiungatur alterum se continentium laterum erit binomium quartum.

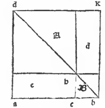
Si hec quoq; fuerit linea.a. b. linea maior diuisa fm terminũ suũ ad punctũ.c.cũctaq; reliqua non fuerint aliter q̃ prius: erit linea.f. g.binomiũ quartũ. Cũ enim sint ambo quadrata portionũ linee maioris piter accepta rõale erit supficies e.n.rõnalis: ideoq; p.16.linea.f.n.rõnalis in lõgitudine cõicans linee.e.f. rõnali posite: supficies vero.m.g.erit medialis pp illud qd portiões linee maioris continẽt supficiẽ medialẽ: itaq per.20.linea.n.g.est i potẽtia rationalis tm̃: ꝯ quia ẽt portiones præfate linee.a.b. sunt potẽtialiter incõmẽsurabiles superficies.e.l.incommensurabilis erit.l.m.ideoq; linea.f.l.linee.l.n.igitur p primam partem.14.linea.f.n.est potentior linea. n. g.in quadrato linee sibi incommensurabilis: ex diffinitione igitur est linea.f. g.binomium quartum: quod erat propositum.



Propositio .58.

Si linee rõnali q̃drato linee potentis supra rõnale ꝛ mediale eq̃lis: parte altera lõgior forma adiũgatur alterũ latus eius binomiũ quintum ẽẽ necesse est.

Proposita linea.a.b.ea que põt supra mediale ꝯ rõnale diuisa fm eius diffinitionẽ ad pũctũ.c.nihil imutet de reliq̃s: sequiturq; lineã.f.g.esse binomiũ quintũ. Cũ enim partes huius lineæ.a.b.cõtineant rõnalem supficiem necesse est vt superficies.g.m.ideoq; p.16.linea.n. g.sit rationalis. Cumq; ambo quadrata ptium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies.e.n. medialis: ꝯ per.20.linea.f.n.rõnalis in potẽtia tm̃: at quia portiones predicte linee sunt incõmẽsurabiles in potẽtia: erit superficies.e.l. incõmensurabilis superficiei.m.l.ideoq; ꝯ linea.f.l.linee.l.n. potentior igitur est per primã partem.14.linea.f.n.linea.n.g.in quadrato linee sibi incõmensurabilis: p diffinitionem itaq; binomii quinti conclude propositum.



Propositio .59.

Quotiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdes superficiei latus fm binomium sextum esse conuincitur.

In hac.59.sit linea.a b.linea potens supra duo medialia: que aũt preter hec sunt sicut supra maneant ꝯ erit tũc linea.f.g.binomium sextum quod ignorare nõ poteris si premissoꝝ eiusq; quod.35.ppoint imemor nõ fueris: ꝯ sic patet in hac nostra intentio.

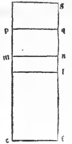
Propositio .60.

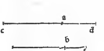
Omnis linea cuilibet binomiorum cōmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

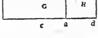
¶ Sit linea.a.binomium cuius vis speciei:sitq; linea.b. sibi cōicans in longitudine:dico lineam.b. eē binomiū eiusdē speciei cuius.a. Sint enim binomiales portiones a.c.&.d.eruntq; ambe rationales in potentia tantū cōmunicantes p.30.linea vero.b. diuidatur per.12.sexti fm pportionem.c. ad.d.in.e.&.f.eritq; p coniunctam & euersum & permutatā proportionalitatem.c.ad.e.&.d.ad.f.sicut.a.ad.b.cum sint igitur.a.&.b.cōicantes: erūt etiam per primam partem.10.c.&.e.itēq;.d.&.f.cōicantes. Si igitur fuerit c.rationalis in potentia tantum erit &.e.si autem in longitudine &.e. Eodemq; modo si.d.est rationalis in potentia tm̄ vel etiam in longitudine. erit quoq; &.f.similiter.& ex.12.si potentior est.c.d.quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit.&.e.potentior.f.in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis: necesse est ex diffinitiōibus sex specierum binomioꝝ vt eiusdem speciei binomii sint.a.&.b. Si autem linea.b.cōicet binomio.a.in potentia tm̄
b erit etiam & sic linea.b.binomium b autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum.vel sub secunda quarta vel quinta:sed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnum enim eorum eē i aliqua ex tribus primis speciebus & aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. Cum enim.a cōmunicet cum.b.in potētia tantum,c.quoq; cum.e.&.d.cum.f.cōicabit tm̄ in potentia ex.10. Si igitur altera duarū linearum.c.& d.fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lineis.e.&.f.rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile vt.a.&.b.cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum portionum binomii est rationalis in longitudine.hee autem species sunt: prima & secunda quarta & quinta. At vero quia per.12.due linee.c.&.e.simul potentiores sunt duabus lineis.d.& f.in quadratis duarū linearum sibi in longitudine cōmunicantium aut incōicantium:necesse est vt ambo binomia.a.&.b.simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem.b.quid dubitas esse binomium cum sint enim.c.&.e.communicantes in potentia tantum:similiter quoq; d.&.f.sint autem.c.&.d. rationales in potentia tantum: coniuncitur.c.&.f.esse rationales in potētia tantum:que quia nō cōicant in longitudine sicut nec eis proportionales.c.&.d.ipse componunt indubitanter binomium per.30.huius.

¶ Castigator.

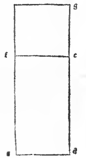
a ¶ Sub eadem specie.s.principali. Quia binomiorum due sunt species principales: vt supra.41.huius posite sunt prime speciei lōgiores binomiorum portiōes potētiores sunt breuioribus in quadrato linee eisdē lōgioribus cōicātis & secūde speciei lōgiores potētiores sunt breuioribus in quadrato linee eisdē lōgioribus incōmēsurabilis in lōgitudine & vtraq; istaꝝ habet tres spēs:pria habet binomiū pmū scdm & tertiū. & scda quartū qntū & sextū.b ¶ Et ideo si duo binomia cōicāt solū in potētia nō est possibile vt ambo cadāt sub eadē spē particulari primi secūdi quarti & quinti. hoc est alteri illoꝝ hn̄tium alterā portionū rōnalem:qa cōpares portiōes eoꝝ nō corespōderent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principalis prime.aut sub tertia principalis secūde.hoc est tertium aut sextum binomiū. Sed qn̄ duo binomia cōicarent in longitudine & eorum portiones essent in longitudine cōmensurabiles: tūc bn̄ possunt eē sub eadē specie particulari: hoc est ambo sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: & sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis; vt patet arguendo ex adductis coniuncta euersa & permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con

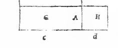












responderēt in rōnalitate irrationalitate cōicatiōe vel cōmēſurabilitate.

Propoſitio .61.

Omnis linea alterutri bimedialium commenſurabilis: ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe ex neceſſitate conuincitur.

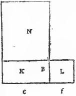
℄ Veritatem habet quod dicitur ſiue in longitudine ſiue etiam in potentia tm̄ cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim due linee cōicantes. a. ⁊. b. quouis duorum modoꝝ predictorum ſitq̄. a. bimediale primum vel ſecundum. dico ꝙ etiā. b. eſt bimediale primum vel ſecundum: prout fuerit. a. Diuiſo enim. a. bimediali in ſuas bimediales portiones ex quibus componitur p. 37. ⁊. 38. que ſint. c. ⁊. d. b. quoq̄ diuiſa in. e. ⁊. f. ſm̄ proportionem. c. ad d. vt docet. 12. ſexti poſitaq̄. g. ſuperficie contenta ſub. c. ⁊. d. ⁊. k. ſub. e. ⁊. f. Et poſito. h. quadrato. d. ⁊. l. f. erit per coniunctam ⁊ euerſam ⁊ permutatam proportionalitatem quemadmodum in premiſſa. c. ad e. ⁊ d. ad. f. ſicut. a. ad. b. Sicut igitur ex poſitione. a. ⁊. b. ſunt cōicantes; ſiue hoc ſit in lōgitudine ſiue in potentia ſic. c. ⁊. e. itēq̄. d ⁊. f. ſimiliter erunt cōicantes. At quia. c. ⁊. d. ſunt mediales potētia tantum cōicantes: ſequitur ex. 21. vt e. ⁊. f. ſint etiam mediales ⁊ ex. 10. potentia tm̄ cōicantes cum ipſe per ypotheſim ſint proportionales. c ⁊. d. cūq̄ ſit per primam ſexti. g. ad. h ſicut. c. ad. d. ⁊. k. ad. l ſicut. e. ad. f. erit. g. ad. h ſicut. k. ad. l. ⁊ pmutatim. g. ad. k. ſicut. h. ad. l. quia igitur. h. eſt cōmunicans. l. eo ꝙ duo eorum latera que ſunt. d. ⁊. f. cōicant in longitudine vel in potētia ſm̄ ꝙ. a ⁊. b. in alterutro eorum cōmunicāt. ſequitur ex. 10. vt. g. ⁊. k. quoq̄ ſibi inuicem cōicēt. Erit igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitiōe ſuperficiei rationalis aut. 21. In hoc enim tm̄ differt bimediale primum a bimediali ſecundo ꝙ portiones bimedialis primi in quas ſm̄ ſuum terminum diuiditur continent ſuperficiem rōnalem: bimedialis autem ſecundi medialem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit ſuperficies. g. rōnalis quare ⁊. k. ⁊ ideo. b. bimediale primum per. 37. Quod ſi. a. fuerit bimediale ſecundum erit ſuperficies. g. medialis ob hoc etiam. ⁊. k. b. itaq̄ p. 38. erit bimediale ſecundum quare conſtat propoſitum. ℣ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d poſita. a. alterutro bimedialiū ⁊. b. ſibi in longitudine vel potentia cōicante adiūgatur ſuperficies. c. e. equalis quadrato. a. ⁊. f. g. equalis quadrato. b. eruntq̄ ſuperficies. c. e. ⁊. f. g. cōmunicantes eo ꝙ quadratis equalia que ſunt quadrata linearum. a ⁊. b. ſunt cōmunicantia ex ypotheſi. ex prima igitur ſexti ⁊. 10. huius neceſſe eſt duas lineas. d. e. ⁊. e. g. eē cōmunicantes: ⁊ quia ſi. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium ſecundum p. 55 ideoq̄. e. g. etiam binomium ſecundum per premiſſam. ℣ Quare latus tetragonicum ſuperficiei. f. g. ⁊ ipſum eſt. b. bimediale primum per. 49. At vero ſi. a. fuerit bimediale ſecundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. eſt binomium tertiū per premiſſam quare ⁊ latus tetragonicum ſupficiei. f. g. ⁊ ipſum ē. b. bimediale ſecūdū per. 50. Manifeſtum eſt igitur verum eſſe quod proponitur.

Propoſitio .62.

Omnis linea cōicans linee maiori: eſt linea maior.

℄ Et hec quoq̄ veritatem habet. ſi vtrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Eſto enim. a. linea maior. b. vero quouis ſibi cōicans modo: erit. b. linea maior. Diuiſa nanq̄. a. in eas portiones ex qbus conſtat p. 33. que ſint. c. ⁊ d. ⁊ b. ſm̄ earum proportionem in. e. ⁊. f. poſitoq̄ ꝙ. g ſit ſuperficies contēta ſub c. ⁊. d ⁊. k ſub. e. ⁊. f ⁊. m. ⁊. h. ſint q̄drata. c. ⁊. d, at. n ⁊. l. e. ⁊. f. erit. m ad. h ſicut. n. ad. l per ſecundam partē 18. ſexti ⁊ coniunctim m. ⁊. h ad. h ſicut n. ⁊. l. ad. l ⁊ permutatim. m. ⁊ h. ad. n ⁊. l. ſicut h. ad. l quia ergo. h cōicat cum. l. eo ꝙ. d cōicat cum, f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a cōmunicat cum. b. ſequitur vt ambo quadrata m ⁊ h pariter accepta cōmunicent cum ambobus qua

dratis.n.& l.pariter acceptis.cum itaq; duo prima pariter accepta sint rationale per.33.erunt quoq; & duo postrema rationale per diffinitionem At quia superficiem.k.necesse ē esse medialem sicut.g.ex.21.lineasq; .e.& f.esse incommensurabiles in potentia sicut.c.& d.ex.10. concluditur per.33.lineam.b.esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ Idē aliter.cum sit.a.linea maior cui.b.communicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rationali que sit.c.d. adiungatur superficies.ei.c.e.equalis quadrato linee.a.deinde.f.g.equalis quadrato linee.b.cum igitur quadrata duarum linearum.a.& .b. sint communicantia ex ypothesi. erit superficies.c.e.communicans superficiei.f.g. ideoq; per primam sexti & primam partem.10.huius linea.d.e.linee.e.g. in longitudine.at quia ex.57. linea . d .e. est binomium quartum erit quoq; per.60. linea .e.g. binomium quartum: igitur ex.51. linea.b. potens in superficiem.f.g.est linea maior.

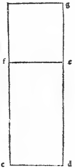


Propositio .63.

Si qua linea linee potenti in rationale & mediale communicet ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq; est q̄ qualitercunq; linea aliqua sit communicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale & mediale: quod sicut prius duplici modo probatur: necesse est autem quantum ad primum modum vt sicut due linee.c & d.sint in potentia incommensurabiles.ita sint etiam.e.& f per.10. Et quemadmodum.g.est superficies rationalis nam tale continent portiones linee potē

a tis in rationale & mediale.ita etiam per diffinitionem sit.k.rationalis [a] & quemadmodum duo quadrata.m.& h.pariter accepta sint mediale: sic etiam per.21.duo quadrata.n.& l.pariter accepta erunt mediale: igitur ex 34.b.est potens in rationale & mediale. ¶ Quantum autem ad secundū modum necesse est ex.58. vt linea.d e sit binomium quintum. ideoq; & per.60.linea.e.g.est binomium quintum.quare per .52.latus tetragonicum superficiei.f.g. quod est.b.erit linea potens in rationale & mediale: quod est propositum.



¶ Castigator.

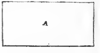
a ¶ Quia p.1.sexti.g.ad.h.sicut.e.ad.d. Ergo per.11.quinti.sicut.e.ad.f.& sicut.k.ad.l.ergo permutatim g.ad.k.sicut.h.ad.l.& per primam partem 10.huius.g.communicat cum.k.quia.h.prima communicat.cum .l. secūda & ideo per .21. k.conuincitur esse medialis &c. & hac via per diffinitioem . k . in .63 . conuincitur esse rationalis quemadmodum ī.62.per 21.medialis.

Propositio .64.

Omnis linea communicans potenti in duo medialia ipsa quoq; potens est in duo medialia.

¶ Hec quoq; manentibus eisdem dispositione & positionibus eo duplici modo quo premisse probabitur vera eē siue in longitudine siue in potentia communicet linea b.cum linea.a.potenti in duo medialia. Quātum enim ad primum agumentationis modum erit per.35. superficies .g. medialis. ideoq; & k.per.21.cum communicet ei: duo quoq; quadrata.m.& h. pariter accepta erunt ex eadem.35.mediale: ideoq; duo.n.& l.pariter accepta per.21.at quia duo quadrata. m & h.pariter accepta ex predicta.35.sint incommēsurabile duplo superficiei g.sequitur.p .10.& nostras positiones vt duo quoq;.l.& n.pariter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei.k.cum itaq; sint.e.& f.incōmensurabiles in potentia quēadmodū.c.& d.erit ex.35.linea b.potens in duo medialia. Quantum aūt ad secundū solute argumentatiōis modū erit.p.59.d.e.binomiū sextū.ideoq; et p .60.linea.e.g.

erit binomium sextum quare per 53. latus tetragonicum superficiei. f. g. qd est. b. erit potens in duo medialia quod est propositum.

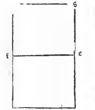




Propositio .65.

Si due superficies quarum altera rõnalis altera vero medialis iungantur linea potẽs in totã superficiẽ inde cõpositam aliqua erit quatuor irrõnalium linearum videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale et mediale.

¶ Vt si. a. sit rõnalis superficies et. b. medialis erit linea potens in totam. a. b. aliqua premissarum quatuor. Sit. n. linea. c. d. rationalis cui adiungatur superficies. c. e. equalis. a. et. f. g. equalis. b. eritque ex. 16. linea. d. e. rõnalis in longitudine cõicans linee. c. d. rõnali posite et ex. 20. linea e. g. rõnalis in potentia tm̃ et ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum altera binomialiũ portionũ que est. d. e. sit rõnalis in longitudine cõicans linee rõnali posite que ẽ. c. d. ipsum erit ex diffinitiõe specierum binomii aut binomiũ primũ aut scd̃m aut quartũ aut qntũ: tertiũ ãt aut sextũ nõ erit ex diffinitione: itaque ex. 48. 49. 51. et. 52. linea potẽs i totam. e. g. que est equalis duabus simul. a. et. b. erit aut binomiũ aut bimediale primũ aut linea maior aut potens in rõnale et mediale: quod est ppositum. ¶ Bimediale vero secundum aut potens in duo medialia non erit: quoniam si esset bimediale scd̃m eẽt ex. 56. linea. d. g. binomium tertium qd̃ si eẽt potens in duo medialia eẽt ex. 59. linea. d. g. binomiũ sextũ. sed neutrum erat: vñ patet nostra intẽtio.



Propositio .66.

Cum iuncte fuerint due superficies mediales incõmensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrõnalium linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

¶ Vt si. a. et. b. sint due superficies mediales incõmensurabiles si. n. eẽnt incõmẽsurabiles eẽt cõposita ex eis medialis ex. 9. et. 11. quare et linea potẽs in eã medialis. ex. 19. dico que linea potẽs incõpositã ex ambabus erit aut bimediale scd̃m aut potẽs i duo medialia: Sit quidem linea. c. d. rõnalis: superficies quoque sibi adiũcta. c. e. eq̃lis. a. et superficies a
f. g. equalis. b. eritque ex. 20. linea. d. e. similiter quoque linea. e. g. rõnalis in potentia tantum: cũque superficies. c. e. et. f. g. sint incõmensurabiles sicut. a. et. b. eis equales. ideoque linee. d. e. et. e. g. ex pria sexti. et. 10. huius. erit ex. 30. linea d. g. binomium cuius cum vtraque binomialium portionum que sunt. d. e. et. e. g. sit incõmensurabilis linee rõnali posite que est. c. d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea ergo potens in totam c. g. equalem composite ex. a. et. b. erit ex. 50. et. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

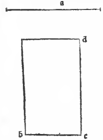
¶ Castigator.

a ¶ Qualiter autem linee in longitudine rationali. c. d. posite adiungantur superficies equales superficiebus. a. et. b. et qualiter habeatur noticia certa theorice et pratice virtute. 10. sexti vt supra. 54. huius recte percipies hoc prius addito que cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonicum latus per vltimam secundi quo inuento semper pones illud secundam lineam et primam. c. d rationalem deinde per dictam. 10. sexti eis subiunges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficiei et linee. c. d. rationalis posite etiam tertia. d. e. et. e. g. erunt note. vt si in 66. a. superficies esset. ℞. 15. et. c. d. 6. tunc. d. e. esset. ℞. $\frac{15}{36}$. et si superficies. b. esset ℞. 180. linea. f. e. etiam. 6. sicut. c. d sua equalis. e. g. secundum latus eẽt ℞. 5. $\frac{5}{9}$. Et sic apparet que ex positione linee. c. d. rationalis maiori vel breuiori oritur maius vel minus eius secundum latus. d. e. et. e. g. vt si. c. d. ponatur. 5. d. e. erit pratice ℞. $\frac{3}{5}$. et. e. g. ℞. 8 et si. c. d. sit. 8. erit. d. e. ℞. $\frac{15}{64}$. et. e. g. ℞. $\frac{5}{8}$. etc. per regulam trium dicendo si. 6. dant. ℞℞. 15. qd dabit. ℞℞. 15. etc.

Propositio .67.

Cum posita fuerit linea binomialis ceterequ irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

Vult q si linea aliqua vt.a. fuerit ex sex phabitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinq comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rōnalem.b.c. que sit.b. d. si quidem a. fuerit binomiū. erit ex.54. linea.c.d. binomium primū: que si fuerit bimediale primum: erit.c.d. ex.55. binomium secundum: si aūt bimediale secundum: erit.c.d. ex.56. binomium tertium. Et si linea maior erit.c.d. ex 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex.58.c.d. binomium quintū: aut ex.59 binomium sextum. Et quia impossibile est .c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile.a. esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum lineaꝝ irrationalium. De linea aūt mediali constat q ipsa quoq non sit aliqua sex sequentium videlicet neq binomium neq aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potētia ex.20. cum aūt superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundū & sic de ceteris per.54. & .5 eam sequentes quare ipsum
a est irrōnale & in longitudine & in potentia per.30. Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrōnalem tam in longitudine q̄ in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomialem aut aliquam ex quinq suis comitibus.



Castigator.

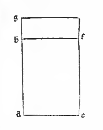
Ibi n. probatum est q quadratum cuiuslibet binomii est incōmensurabile duobus q̄dratis duaꝝ lineaꝝ cōponentiū binomium p.9. huius. & 4. secundi. que q̄drata semp sunt rōnalia eo q linee ille in potentia sunt rōnales cōicantes p.17. & .18. huius. Et ideo p diffinitionem huius.10. q̄dratū ipsum ē irrōnale cum nō cōicet rationali. Sicq patet binomiū tā in longitudine q̄ in potentia esse irrationale. per.30. huius.

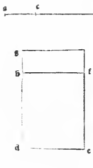
Propositio .68

Si linea de linea abscindatur fuerintq ambe potentialiter tantuꝫ rōnales cōicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturq residuum.



Sit linea.b.c. abscisa ex.a.b. sintq ambe rationales tantum potentia cōicantes quales docuit inuenire.17. & .18. & hee sunt que componunt binomium. Dico q.a.c. reliqua ē irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex.7. secundi q quadrata duarum linearum.a.b. &. b.c. pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiei & .9. huius tantum sunt quantum duplum superficiei.a.b. in.b.c. cum quadrato.a.c. Cumq . ex.19. superficies.a.b. in. b.c. sit medialis. ideoq & duplū eius & mediale per.21. & ideo irrationale per.19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum.a.b. & b.c pariter accepta sint incommensurabile duplo superficiei vnius earum in alteram: quare per.9. & quadrato linee.a.c. ex diffinitone igitur quadratum linee.a.c. est irrationale cum ipsum sit incommensurabile rōnali videlicet duobus quadratis duaꝝ linearum.a.b. & .b.c. pariter acceptis. Itaq etiam ex diffinitione linea.a.c ē irrationalis quod est propositum. Exemplariter in figura esto superficies.e.g. equalis duobus quadratis duarum linearum.a.b &.b.c. pariter acceptis. Eritq rationalis. Itemq sit superficies. d.f. equalis duplo superficiei vnius in alteram: eritq ex.19. medialis & erit ex.7. secundi superficies .f.g. equalis quadrato linee.a.c. cūq superficies.e.g. sit incommensurabilis superficiei d.f. eadem erit ex.9. incommensurabilis.f.g. quare.f.g. irrationalis & eius tetragonicum latus.a.c.





Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fuerintq; ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum mediale primum.

¶ Sit linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.sintq; ambe quales proponuntur quas ex.24.& .25.reperies & hee sunt que componunt bimediale primum dico q̃ reliqua linea.a.c. erit irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale primum. Erũt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiei vnius in alteram rationale.itaq; ambo quadrata pariter accepta, incommensurabile sunt duplo superficiei vnius in alteram quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo sup̃ficiei vnius in alteram & quadrato linee.a.c. sequitur per.9.vt quadratum linee.a c.sit incommensurabile duplo superficiei vnius in alteram quare tam ipsum quadratum q̃ latus eius.a.c.est irrationale p̃ diffinitionem constat ergo ꝓpositum. Quod quẽadmodum in premissa si libet potes declarare exẽplariter in figura. ¶ Aliter idẽ sic sit linea.d.e.rationalis in longitudine: cui adiungat̃ superficies .d.f.equalis duplo superficiei vnius in alteram & superficies.g.e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per.7.secundi superficies.f.g. equalis quadrato linee.a.c.cũ itaq;.p̃.ypothesim sit superficies.e.g.medialis erit p̃.20. linea.d.g.rationalis in potentia tm̃. Cum vero sit superficies.e.h. rationalis per ypothesim erit ex.16.linea.d.h.rationalis in lõgitudine: itaq; p̃.68. linea.g. h.est residuum & irrationalis ideoq; per.16.a. destructione consequentis superficies.f.g. est irrationalis & eius latus tetragonicum quod est.a.c.est irrationale. Et sic patet propositum.

Propositio .70.

Si linea de linea secetur fuerintq; ambe mediales potentialiter tantum communicantes contineantq; mediale: reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum mediale secundum

¶ Sit hic quoq; linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.vtraq; aũt a.b.& .b.c.sint vt propõitur & ipse per.26.reperiunt & sunt que componunt bimediale secundum: dico q̃ linea reliqua que est.a.c. est irrõnalis & ipsa dicitur residuum mediale scd̃m. Sunt.n.ex ypothesi & 21.ambo quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.& .b.c.pariter accepta mediale. similiter quoq; duplum superficiei vnius in alteram est mediale. Cum itaq; ex 22.mediale nõ defferat a mediali nisi in irrõali: erit q̃dratum linee.a.c.in quo per.7.secundi duo q̃drata lineaꝝ.a.b.& .b.c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius in alteram irrõnale quare & linea.a.c.irrõnalis. ¶ Figurali quoq; exemplo patefieri potest istud vt prius. Si enim sit.e.g. equalis ambobus quadratis.a.b.& .b.c.simul & .d.f. duplo sup̃ficiei vnius in alterã erit.f.g.p̃.7.scd̃i.equalis quadrato.a.c.que cũ sit dr̃a sup̃ficiei vnius medialis.e.g.ad sup̃ficiẽ medialẽ.d.f.ipsa est irrõnalis p̃.21. & eius tetragonicũ latus.a.c.irrõnale. ¶ Idẽ aliter. Sit linea.d.e.rõnalis cui adiungat̃ sup̃ficies.d.f.eq̃lis duplo sup̃ficiei vnius i alterã.& .e.g.eq̃lis ambobus q̃dratis p̃iter acceptis.eritq; p̃.7.scd̃i.f.g.equalis quadrato.a.c. qa ꝓ o e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.i potẽtia tm̃ rõnalis. Similiter quoq; cũ.e.h.sit medialis erit ex eadẽ linea d.h.rõnalis.similiter in potẽtia tm̃. Et qm̃.a.b.& .b.c.sunt incõmensurabiles in longitudine ideoq; q̃dratum vtriusq; eaꝝ sup̃ficiei vnius i alterã: & ꝓꝓ hoc ambo quadrata pariter accepta cũ ipsa ex ypothesi cõicent.sunt quoq; incõmensurabile duplo superficiei vnius in alteram sequitur vt e.g.sit incommensurabilis.h.e.quapropter linea.d.g.linee.d.h.igitur ex.68.linea.g.h.est residuum & irrationalis.ideoq; per.16.a destructione consequentis superficies.f.g.irrationalis & eius latus tetragonicum.a.c.irrationale.

Propositio .71.

Si linea de linea detrahatur fuerintque ambe potentialiter incõmensurabiles continentesque mediale quadrataque earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit irrationalis vocabiturque minor.

Si sint.a.b.& b.c.quales ponitur que p.27.reperiuntur & cõponũt lineam maiorem erit linea.a.c.irrõalis & ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positione. diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio .72.

Si linea de linea demat fuerintque ambe potentialiter incõmensurabiles superficiemque rõnalem continentes quadrataque earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrõnalis diceturque iuncta cum rõnali componẽs totum mediale.

Et hoc quoque nescire nõ põt q priora nouerit nisi a memoria exciderint: quoniam positis lineis.a.b.& b.c.vt ponitur que & p 28.reperiuntur lineam potentem in rationale & mediale componunt: sit a.c.reliqua rõnalis ipsa dicit que iuncta cũ rõnali cõponit totũ mediale.

Propositio 73.

Si linea a linea detrahatur fuerintque ambe potentialiter incõmensurabiles superficiẽque medialẽ continẽtes quadrataque eaꝝ ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alterã incõmensurabile: reliqua linea erit irrationalis diceturque iuncta cũ mediali faciens totum mediale.

Sint ẽt hic.a.b.& b.c. quales ponitur que per .29. reperiuntur & ipse sunt que componunt lineam potentem in duo medialia eritque .a.c.reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediali componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas processum 70.moneo diligenter attendas. Est autem premittẽdum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatum differẽtia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

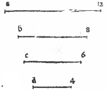
Intelligendum ẽ hoc de quantitatibus eodem mõ relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoque tertia maior quarta. cũ vero minor &

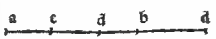
a minor. Exempli grã sit drĩa^a.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit.a.ad.c.sic.b. ad.d.est enim per hanc cõem animi conceptionem. Differentia extremoꝝ est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia.a.ad.c. composita est ex ea que est.a.ad.b.& ea que est.b.ad.c.at ea que est.b.ad d.per eandem conceptionem componitur ex ea que est.b.ad.c.& ea que est.c.ad.d.& quia ex ypothesi est differentia.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ea vero que est.b.ad.c.est communis sequitur per communem scientiam vt sit a.ad.c.sicut.b.ad d.quod est propositum.

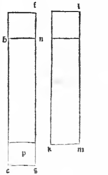
Castigator.

a Geometrice non aritmethice .s. sicut.a.excedit.b.in.⅓.ipsius a.vel in.½.ipsius.b.q etiam.c.excedat.d.in.⅓.ipsius.c.vel in.½. ipsius.d.& si.a. minuit.a.b.tantũdem minuat.c.ad.d.quoniã aritmethice esset falsum quod dicitur.nam.12. prima differt a.8.secunda per quatuor vnitates.& 6.tertia a.4.quarta per duas vnitates vnde excessus aritmethice non est idem sed geometrice.

Et ex hoc sequitur commune dictum.s.quod proportio extremorum componitur ex proportionibus mediorum quod probatur prosupposita ista veritate: videlicet quanta est aliqua quãtitas ad aliam: tanta ẽt denominatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoniam si fuerit vna equalis alteri.erit equa proportio inter illas.& si dupla fuerit







linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter correspōdens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semp ꝓportionum denominatio cōformis ē habitudini terminoꝝ. Et hinc est argumentum q nulla quantitas excedit aliam ꝓproportionabiliter q̄uis vna excedat aliam incōmensurabiliter &c. ⁋ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet q proportio extremorum componitur ex ꝓportionibus mediorum. Et accipio duas lineas .a. & .c. duplam & subduplam Tunc q proportio .a. ad .c. componitur ex proportione medii vel mediorum sumptorum inter .a. & .c. Et tantū amplius quantum excedit .b. medium. Igitur .a. excedit .c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo cōtinet habitudines & proportio proportiones. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoq, si fuerint plura media tunc .n. ex omnibus ꝓportionibus illorum inter se & ad extrema componitur ꝓportio extremorum. Et inde est q omnis proportio multipliciter resolui potest in proportiones exemplum in ꝓportione dupla que resolui pōt in duas proportiones similes. & iste sunt irrōnales potest ēt resolui in duas proportiones rōnales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquitertiam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportione sexquialtera que est ternarii ad binarium & secundum sexquitertiam que est quaternari ad ternariū. Si aūt accipias duplam proportionem secundum senarium & ternarium inuenies plura media & proportiones plures. Et sic semper ascendēdo ad maiores numeros &c. ⁋ Etiā ꝓportio extremoꝝ arimetrice componitur ex omnibus differentiis inter mediis q per ea que dicta sunt super diffinitione .n. quinti & i opere nostro magno ipresso ad cartas .44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere potes.

Propositio .74.

Nulla linea nisi vna tantum residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

⁋ Sit linea .a.c. residuū que fuerit reliqua abscisa .b.c. ex a.b. eruntq .a b. & .b.c. rationales tantum potentia communicantes ex .68. dico q ipsa .a.c. nulli alii linee q̄ .b.c. poterit componi sub hac diffinitione neq maiori .b.c. neq minori .b.c. Si autem potest componatur cum .c d. indifferenter maiori aut minori q̄ .c.b. eruntq ob hoc ambe linee .a d. & .d.c. rationales in potentia tantū communicantes. Quia ergo ex .7. secundi quadrata ambarum linearum a.b. & .b.c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius earum in alteram in quadrato .a.c. ⁋ Similiter quoq quadrata duarum linearum a.d. & .d c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem .a.c. ⁋ Sequitur ex premisse antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum .a.b. & b.c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum .a.d. & d.c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiei .a.b. in .b.c. ad duplum superficiei .a.d. in .d.c. ⁋ Cum autem sint duo quadrata vtriusq sectionis pariter accepta rationale ex ypothesi duplum vero superficiei vnius in alteram portionum vtriusq sectionis mediale per ypothe. & .29. ⁋ Erit vna & eadem differentia duarum superficierum rationalium & duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie: vt patet per diffinitionem rationalis superficiei & per .9. Medialis autem non differt a mediali nisi i irrationali superficie per .22. ⁋ Hoc autem fit manifestius in figura sic. Sit enim superficies .e.f. adiuncta ad lineam .e.g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a.b. & .b.c pariter acceptis. At g h. sit equalis duplo superficiei vnius in alteram eritq .f.h. equalis quadrato linee .a.c. ex .7. secundi ⁋ Similiter quoq sit .k.l. adiuncta ad lineam .k.m. equalis duobus quadratis

duarum linearum.a.d.& d.e pariter acceptis & m.n. sit equalis duplo superficiei vnius in alteram erit q ex.7.secundi.n.l.equalis quadrato linee a.c.ideo etiam equalis.b.f.est itaq differentia.e.f.ad.g.h. sicut. k.l. ad m.n.quare per antecedens premissum erit permutatim differentia.e.f.ad k.l.& ipsa sit.p.sicut.g.h.ad.m.n. Et quia vtraq duarum superficierum.e.f.& k.l.est rationalis vtraq vero duarum superficierum.g.h.& m.n. medialis sequitur impossibile videlicet superficiem.p.esse rōnalem & irrōnalem.

Propositio .75.

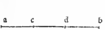
Nulla linea nisi vna tantum residuo mediali primo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

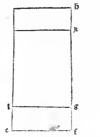
Hec quoq probabitur simili mō. Sint enim in vtraq sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū vero superficiei vnius in alteram rationale & quia vt prius eadem ē differentia q̄dratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vnius ad duplum superficiei alterius erit vna & eadē superficies differentia duarum medialium & duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

Sit enim.a.c.residuum mediale secundum que fuit residua abscisa .b.c. ex.a.b. eruntq ex 70.due linee.a.b. & b.c.mediales potētia tm̄ cōicantes mediale continentes dico q ipsa.a.c.nulli linee alii q̄.c.b.sub hac diffinitione coniungi pōt. Si autem coniungatur linee.c.d. sitq linea.e.f.rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficies.e.h.equalis quadratis duarum linearū.a.b.& b.c.pariter acceptis & e.k.equalis quadratis linearum.a.d.& d.c.pariter acceptis a qua abscindatur e.g.equalis quadrato lineea .c. eritq per.7.secundi superficies.l h.equalis duplo superficiei.a. b.in.b.c. & l.k.p eandem sit equalis duplo superficiei.a.d.i.d.c.qui ergo quadrata ambarum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficiei mediale incommensurabile duobus quadratis pariter acceptis que nesciens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.h.medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis & superficies.l.b.medialis cum ipsa sit equalis duplo superficiei vnius in alteram; per.20.igitur est vtraq duarum linearum.f.h.& g.h.rationalis in potentia tantum .& quia vna est incommensurabilis alii: eo q superficies.e.h.est incommensurabilis superficiei .h.l.sicut duo quadrata duplo superficiei erit ex.68 linea.f.g.residuum quare linea.f.g.que est residuum componitur linee.g.h. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq probabis eandem f.g.cum linea.g.k. componi eadem conditione mediantibus superficiebus. e.k. & .k.l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum.a.d.& d.c. pariter acceptis & secunda duplo superficiei vnius in alteram: quod est impossibile p .74. & hic modus demonstrationis potest esse communis .75. ceterisq quatuor sequentibus eam.





Propositio. .77.

Nulla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisionem coniungebatur.

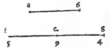
Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es consule .21.& sine obiectione concludes propositum. Si quemadmodū in.74.pcesseris: poterisq si libuerit quēadmodū in.76.pcedere.

Propositio .78.



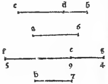
Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant.
¶ Quid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 78. dicitur demonstrare a processu. 75. in quoque non deuias. sed sicut in. 76. si te delectauerit ingenio duce poteris procedere.

Propositio .79.



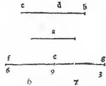
Linee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem.
¶ Huius linee que iuncta cum mediali componit totum mediale magistra est. 73. de qua quod hec. 79. enunciat sic concludere cogeris sicut de residuo mediali secundo quod per. 76. enunciatum est conclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiectaque ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti communicantis in longitudine: fueritque idem totum posite rationali linee in longitudine commensurabile quod positum erat dicetur residuum primum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali communicet in longitudine dicetur residuum secundum. ¶ Quod si fuerit vtraque rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. ¶ Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eademque tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali coicet in longitudine vocabitur residuum quintum. ¶ Quod si fuerit vtraque posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.



Propositio .80.

Residuum primum inuestigare.
¶ Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absoluit inuentio per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitionibus tam binomiorum quam residuorum: propriis tamen inuentionibus residuorum insistentes sic inquiramus primum. Sit linea. a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitque. e. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum et in quadratum. g. sitque proportio quadrati linee. b. c. ad quadratum linee c. d. sicut. e. ad. f. eritque per vltimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. ¶ Cum itaque sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi constat ex diffinitione lineam. b. d. esse residuum primum.



Propositio. .81.

Residuum secundum patefacere.
¶ Ad habendum residuum secundum sit. a. linea rationalis posita eique communicans in longitudine. c. d. et sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritque. b. d. residuum secundum ex diffinitione: si dubitas aut positas non seruas ypotheses aut binomii secundi repetitione indiges.

Propositio .82.

Residuum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius .a. rationali numeroq;.e. quadrato diuiso in .f. non quadratum .& g. q̃dratũ assumptoq;.h. numero p̃mo ac q̃dratũ liee .a. ad quadratum linee .b.c. sicut .h. ad .e. sit quadratum linee .b. c. ad quadratum linee .c.d. sicut .e. ad .f. eritq; ex diffinitione: de quo si hesitas consule binomium tertium: linea .d.b. residuũ tertiũ:

Propositio .83.

Residuum quartum inuenire.

¶ Hic sicut i inuentione residui p̃mi sit linea .b.c. communicans linee .a. rationali posite: numerus autem .e. quadratus sit diuisus in .f. & .g. quorum sit vterq; non quadratus: sitq; quadratum linee .b.c. ad quadratum linee .d.c. sicut .e. ad .f. & scies ex diffinitione lineam .d.b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.

Residuum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c.d. communicans linee .a. rationali posite in longitudine sicut erat i inquisitione secundi: & erit quadratus numerus .e. diuisus in .f. & .g. quoꝝ neuter quadratus sicut in premissa & erit quadratum linee .c.d. ad quadratum .b.c. sicut .f. ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam .d.b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

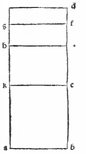
Residuum sextum denumpresto sit reperire.

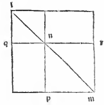
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit vt prius linea .a. rationalis posita & .e. numerus quadratus diuisus in .f. & .g. non quadratos & erit .b. numerus primus & quadratũ linee a. ad quadratum linee .c.b. sicut .b. ad .e. At vero quadratũ b.c. ad quadratum .c.d. vt .e. ad .f. eritq; ex diffinitione linea .d.b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exercere te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio .86.

Si fuerit superficies linea rationali atq; residuo primo contenta latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

¶ Sit superficies .a.c. cõtenta linea ratiõali .a.b. & residuo primo .b.c. dico latus tetragonicum supeficiei .a.c. esse residuum. ☞ Adiungatur enim ad lineam .b.c. linea .c.d. sitq; illa cuius detractione .b.c. fiat residuum primum. Eritq; ex diffinitione b.d. rationalis ex longitudine & .c.d. in potentia tantum .b.d. quoq; erit potentior .d.c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur .d.c. per equalia in .e. & tota .b.d. diuidatur ea cõditione in .f. q; inter .b.f. & .f.d. sit .e.d. medio loco proportionalis: eritq; ex secunda parte .13. b.f. cõmunicans in longitudine .f.d. per .9. igitur vtraq; earum communicat cum tota linea .b.d. quare per diffinitionem ambe sint rationales in longitudine. Ducantur itaq; linee .f.g. e .h. & .c.k. equidistantes a.b. eritq; per .15. vtraq; duaꝝ superficierum .a.f. & .g d. rationalis. Sit quadratum ergo .l.m. equale sup̃ficiei .a.f. eritq; rationale & latus eius rationa
a le [a] in potentia. Intra illud quadratũ p̃tracta diagonali linea .l.m. describatur quadratum .l.n. equale sup̃ficiei .g.d. eritq; ipsum rationale & eius latus rationale in potentia protrahãtur aũt due linee .n.p. q.n. equidistanter lateribus totalis quadrati. ☞ Dico ergo quadratum .p.r. esse equale superficiei .a.c. & eius latus quod est .n.p. est residuum. Cum enim linea .d.e. sit ex ypothesi medio loco proportionalis inter .b.f. & .f.d.





erit ex prima sexti superficies.d.h.medio loco proportionalis inter duas
superficies.a.f.&.g.d.ideoq; & inter duo quadrata.l.m.& n.l. Cũq; ex pri-
ma sexti sit superficies.l.p.medio loco proportionalis inter eadem duo q̃-
drata erit.l.p.equalis.d.h.et etiam h.c.& quia quadratum.l.n. est equale
g.d.erit.t.r.equale b g.e.totum itaq; gnomo circumscriptus quadrato. m. b
n.est eq̃lis.e.g.& q̃a.l.m.erat equale.a.f.relinquit.m.n.equale.a.c.q̃ aũt
n.p.latus q̃drati m.n.sit residuũ sic collige. Est.n.vtraq; duaꝝ lineaꝝ.p.t.
& t.n.rõnalis in potẽtia eo q̃ vtrũq; q̃dratũ.l.m.& n.l.ẽ rõnale vnaq; ea-
rũ est incõmensurabilis alti p primam sexti & .10.huius: eo q̃ quadratum
l.m.est incõmensurabile.l.r.superficiei sicut superficies.a.f.superficiei.b.d.
de quibus manifestum est q̃ ipse sunt incõmẽsurabiles: est enim p p̃mam
sexti vna eaꝝ ad alterã sicut linea.b.f.que est rõnalis in lõgitudine ad li-
neam.d.c.que est rõnalis in potẽtia tantum. Ex 68.igitur linea.p.n.que
põt in superficiem.a.c.est residuum: & hoc est quod intendimus.

Castigator.

a Quia cum ille due superficies sint rõnales: erunt quadrata illis equa-
lia rõnalia, Ideo q̃cquid fuerit de lateribus eoꝝ tetragonicis illa in potẽ-
tia erũt rõnalia: & p̃p̃ hoc nõ negat quin dicta latera possint ẽẽ rõnalia ĩ
longitudine: sed nõ est necessariũ. Et ideo nõ errat ponẽdo illa rõnalia ĩ
potẽtia &c.b Per si ab equalibus equalia demas &c.Nã cũ l.p.sit equa-
lis.d.h si ab ipsa.l.p.dematur quadratũ.l.n.remanebit supplemẽtũ.p.q.
qđ ẽ equale supplemẽto.t.r.& si de sup̃ficie.d.h.demat.g.d.q̃ posita est eq̃-
lis ipsi quadrato.l.n.remanebit sup̃ficies.e.g. Et quia remota sunt eq̃lia re-
manentia erunt equalia p dictã cõem sciam: & ideo.t.r.sequit equari ipsi
sup̃ficiei.e.g.vt dicit.c Aliud quoq; est hic notandũ videlicet q̃ a dici-
tur illa.86.q̃ latus tetragonicũ sup̃ficiei.a.c.erit residuũ ab eius diff.s.p.
n.& nos hẽmus q̃ dicta sup̃ficies.a.c.est.24.m̃.℞.252.que habet ex ductu
4.m̃.℞.7.residui primi p diffi.ipsius in.2.b.s.in.6.cuius tetragonicum la-
tus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet.℞.v.24.m̃.℞.252.& hoc ẽ
p ipsum.eu.residuũ cuiusuis spẽi.s.primi secũdi tertii quarti quiti vel sex-
ti.& p.68.ad cõstitutionẽ residui cuiuslibet regrit q̃ due linee inequales p
17.& 18.huius sint tñ potẽtia rõales cõicantes: & tũc de maiori abscisa mi-
nori reliqua dr̃ residuum &c.modo ista linea pratice ad sensum illius.68.
non erit residuũ.s.℞.v.24.m̃.℞.252.quia.m̃.℞.252.est.℞℞.& .24.ẽ simplex
& mera radix.s.℞.24.tũc potẽtia eius est.24.& potentia.m̃.℞℞.252.est.℞.
252.ecce rationale & irrationale: quoniam. ℞℞.est linea medialis & tatus
tetragonicum superficiei irrationalis per.19.huius. Et ideo. ℞.V.24.m̃.
℞.252.non erit residuum a diffinitione &c. Ad hoc dicendum q̃ cum di-
citur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nõ di-
citur magis de potẽtia simplici scilicet de primaria multiplicatiõe in se q̃
de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter & quater &c. cum
omnes tales appellatione potentie omnes veniant &c. Et ideo quamuis
in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur.24 & .m̃. ℞.252.quod
est quadratum radicis vniuersalis illius: & illa duplex.℞.effecta est vnica
scilicet.℞.252.& non communicat cum.24.rationali: & ideo secundario
ducta in se qualibet erit vna.576.& alia.252.que communicant &c. & ideo
intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata
& quotiensuis multiplicata: quoniã omnes potentie nuncupantur: quod
notandum tibi multis in locis deseruiet: presertim in isto decimo vbi agi-
tur de lineis compositis & earum residuis seu recisis &c. de quibus et hoc
notãdo clarius alias dicemus vt patebit &c. Item aliud mirabile ẽ sci-
licet q̃ cum quadratum.l.m.equatur superficiei.a.f. que in casu est.21. cu-
ius latus tetragonicum est.℞.21.& l.t.seu.l.q.vel.t.n.est.℞.3.sequitur.p.
m.seu.p.n.vel.n.r.esse latus tetragonicum quadrati.p.r.quod est.℞.21.m̃.
℞.3.pro residuo proposito quo in se duci facit.24.m̃.℞.252.etiam dictum
latus est.℞.V.24.m̃.℞.252.quod ratione quadrature p̃batur illi equari sci-
licet.℞.21.m̃.℞.3.quod est no. dignissimum.

Si superficies aliqua linea rationali residuoque secu do contineatur: lineam eandem potens erit resi duum mediale primum.

¶ In hac quoque argue sicut in premissa ex diffinitione resi dui secundi et secunda parte.13. et nona et decimanona et.15.et.69.

Propositio. .88.

Si linea rationali residuoque tertio superficies conti neatur erit linea super eam potens: residuum me diale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste et facile concludes pro positum ex diffinitione residui tertii et secunda parte,13. et.9. et.19. et.70.

Propositio. 89.

Si fuerit superficies linea rationali residuoque quar to contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoque non aliter procedas quam prius. facile enim erit tibi propositum concludere. si premissam non despi cis ex diffinitione residui quarti et secunda parte.14. et.9. et.19. et.15. et.71. et sic patebit propositum.

Propositio .90.

Si fuerit linea rationali residuoque quinto superficies contenta latus eius tetragonicum erit cum ratio nali componens mediale.

¶ Nitere premisse argumentatione ex diffinitione residui quinti et secunda parte.14. et.9. et.19. et.15. et.72. quod propo situm est concludere.

Propositio .91.

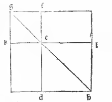
Si linea rationali residuoque sexto superficies contineatur latus tetragonicum quod super eam pot cum me diali constituens totum mediale esse comprobatur.

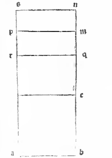
¶ Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur premisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti et secunda parte.14. et.9. et.19. et.73. in his autem omnibus processum tuum nihil offendere poterit si primam earum et perfecte didiceris et memoriter tenueris et quid quoque supponat solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato.l.m. te dubitare contigerit ad simum equale in superficie.a.d. tibi recurrendum erit et patebunt tuo ingenio,

Propositio .92.

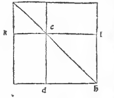
Si ad lineam rationalem superficies equalis quadra to residui applicetur: alterum latus residuum pri mum esse necesse est.

¶ Hee sex sequentes sunt converse sex precedentium per or dinem. huius autem prime hec est intentio quod si sit superficies a.c. adiuncta ad lineam rationalem.a.b. equalis quadrato resi dui quod sit.d e. erit eius latus secundum quod est.b.c. necessario residuum primum. Adiciatur.n. linee.d.e. que proponitur esse residuum: linea per cuius abscisionem ipsa fuerit residuum: sitque ei adiuncta.e.f. eritque ex.68. utraque dua rum linearum.d.f. et.f.e. rationalis in potentia et una earum incommensurabilis alteri describatur ergo quadratum linee.f.e. quod sit.e.g. et quadratum.d.e. que posita est esse residuum quod sit.e.b. et adiciantur supplementa.d.k et.f.l. eritque quadratum.g.b. tamquam quadratum linee.d.f. et quadratum.e.h. erit sicut superficies
d a.c. Erit et utrumque quadratorum.g.b. et.g.e rationale. Sit igitur superficies.a.m. ad iuncta ad lineam.a.b. equalis quadrato g.b. eritque ob hoc rationalis quare per .16. linea.m.b. est rationalis in longitudine. Superficies vero.p.n. sit equalis quadrato e.g. que etiam propter hoc erit rationalis et per.16. linea.m.n. rationalis in longitudine itaque tota linea b.n. est rationalis per.9. Dividatur autem.c.n. per equalia.in.q. et ducatur q.r. equidistans.a.b. eritque ex prima sexti.c.r. equalis.r.n. Manifestum vero est





q cum tota superficies.a.n.sit equalis duobus quadratis.g.h.& e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duarum linearum.d.f.& f.e.& superficies a.c.sit equalis quadrato linee.d.e.q ē.c.h.erit p.7.secūdi superficies residua ex a.n. que est.c.s.equalis duplo superficiei ex.d.f.in.f.e.Quare & horum dimidia que sunt r.n.& d.g.necesse est esse equalia. ¶ Cūq; igitur ex prima sexti sit superficies.d.g.medio loco proportionalis inter duo quadrata.g.h.& g.e.eritq; superficies.r.n.medio loco proportionalis inter duas superficies.a.m.& p.n.ideoq; per primā sexti erit ēt linea.q.n.medio loco proportionalis inter duas lineas.b.m.& m n.cūq; sit.q n.dimidium linee n.c.& linea.b.n.diuisa per punctum.m.in duo cōmunicantia inter que cadit q.n.medio loco proportionalis:sequitur ex prima parte.13.q linea.b.n. sit potentior linea n.c.in quadrato linee secū cōicantis in longitudine.qa ergo superficies.d.g.ē medialis ex.19.ex ypothesi aūt superficies.c.r.sibi equalis medialis & linea.c.q.rōnalis in potentia tm̄ p 20.ideoq; ēt duplū eius quod ē linea.n.c est rōnalis tm̄ in potētia:qa ergo.b n.est rōnalis in longitudine cōmunicans linee.a.b.posite rationali & potentior.n.c.in quadrato linee sibi communicātis in longitudine:sequitur ex diffinitione lineam.b.c.esse residuum primum:quod est propositum.



Propositio 93.

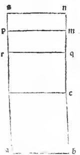
Um adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea.d e residuū mediale primū & linea.e.f.erit linea illa p cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:dico q b.c erit residuū secundum qđ nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousq eam solido amplectaris habitu insstiteris & quales lineas oporteat esse.d f.& f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.

Propositio .94.

I superficies equalis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rōnalem:alterz latus eius residuum tertium esse conuenit.

¶ Hic etiam erit.d.e.residuum mediale secundum & sequetur vt sit.c.b residuum tertium:quod vt facile concludas prime demonstrationi insistas & quales lineas conueniat esse.d.f.& f.e.ex.70.collige



Propositio .95.

Um adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit d.e.linea minor asserit hec.95.q b.c.erit residuum quartum:est aūt sumendum ex.71.quales lineas eē necesse sit.d.f.& f.e cū.d e fuerit linea minor:& est astruendum propositum premisso modo:excepto q in hac & duabus sequētibus necesse est lineam.b n.diuidi ad punctum .m.in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario in duo cōmēsurabilia. nam in tribus premissis fuerant due linee.d.f & f.e.cōicantes in potētia tm̄ & ideo eaz quadrata cōicantia pp quod & superficies.a m.& p.n.quadratis earum equales cōicantes Quapropter ēt & due linee.b.m.& m.n. ideoq; fuit ī tribus premissis linea b.n.potētior linea.n.c.in q̄drato linee secum cōicantis in longitudine ex prima parte.13.In hac aūt & duabus sequentibus sunt due linee d.f.& f.e.incommensurabiles in potentia vt apparet ex.71.& 72.& 73.& ideo earum quadrata propter quod & superficies a.m.& p.n.incommensurabiles propter quod & due linee.b.m.& m.n.incommensurabiles ideoq per primam partem.14.tam in hac q̄ in duabus sequētibus necesse ē lineā.b n.eē potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine:cetera perquire vt prius.

¶ Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea.q.n. p primam sexti cũ.c.r. Et ideo r.n sit medio loco pportionalis inter duas superficies a.m.& p.n.sicut sin equalis.d.g.inter duo quadrata.g.h.& .g.e.illis duabus superficiebus.a.m.&.p.n.equalia ex ypothesi.

Propositio .96.

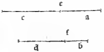
Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur: latus eius secundũ erit residuũ quintum.

¶ Pone similiter bilineam.d.e.eẽ illam q̃ iuncta cũ rõnali cõponat totũ mediale & attende ex.72.quales lineas oporteat esse.d.f.&.f.e.& concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris lineam.b.c. esse residuum quintum.

Propositio .97.

Si ad lineã rõnalem superficies equalis quadrato linee cũ mediali cõponẽtis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

¶ Nunc ultimo conueniet lineã.d.e.eẽ illã que iũcta cũ mediali cõponit totũ mediale cui adiuncta linea.e.f.que videlicet sit illa per cuius abscisionẽ linea.d.e.fuerat que pponitur si quales lineas.d.f.&.f.e.esse oporteat ex.73.didiceris priorem argumẽtationẽ firma mẽte tenueris sine obice quoq̃ lineã b.c. eẽ residuũ sextum concludere poteris.si aũt fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.h.ad sibi equalem superficie.a.n.cõferendum erit & sic patebit propositum nostrum.

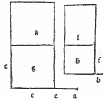


Propositio .98.

Omnis linea residuo commensurabilis ipsa quoq; in termino z ordine est idem residuum.

¶ Quod 60.& quatuor.eã sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; pposuerunt hec.98.& quatuor eã sequẽtes de residuo suisq; qnq; comitibus vez esse pponunt: qbus qui vsq; ad solitum habitum institerit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cõicantia in longitudine & potentia tantum dictum ẽin is quoq; idem oportet intelligi . nam omnis linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est residuum.sed si communicat in longitudine:non solum est ipsa residuum.sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: linea communicans in longitudine residuo primo est residuum primum & secundo communicans est secundum.sic quoq; in ceteris. Cum autem linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est eẽ residuum sed non eiusdem speciei:immo impossibile est vt [illegible]a communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ambo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a . residuum cui communicet . b . in longitudine: dico q; . b . erit residuum eiusdem speciei cum.a. Adiungatur enim linea . c. ad lineam .a. & illa sit per cuius abscisionem.a. fuit residuum: & ad.b adiungatur alia que sit.d.ad quam sic se habeat.b. sicut.a.ad.c.sitq; composita ex.a.&.c.e.composita vero ex b.& d sit.f.erit q; ex permutata proportionalitate.a.ad.b.sicut.c. ad .d. & per .15. quinti erit.e.ad.f.sicut.a.ad .b. vel sicut.c.ad .d. ¶ Cum itaq; .a. communicet. cum.b.erit per.10.c.communicans.cum d. & e. quoq; communicans cũ f. & quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate .e. ad c.sicut.f.ad.d sequitur per.15 vt si fuerit.e potentior.c.in quadrato linee sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabil s.sit similiter.f potentior.d.at quoniam omnis linea communicans in longitudine di

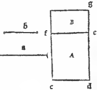
ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico q̄a ambe erūt rationales in longitudine vel ambe in potentia tm̄: sequitur ex diffinitionibus residuorum vt.b.sit residuum eiusdem speciei cum.a. Si aūt .b.cōīcat in potentia tantum cum.a. ipsa quoq̄ erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario.sed quemadmodum dictum est: cuius demonstratio ex his que in.60.de binomiis dicta sunt colligenda est.



Propositio. .99.

Omnis linea vtrilibet residuo mediali cōmunicās est sub ipsius termino z ordine residuū mediale.

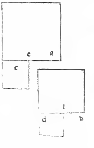
¶ Verum ē quod dicitur siue cōīcet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit.n.a. vtrūlibet residuū mediale cū.b.cōīcet in longitudine vel potentia dico q̄.b.est etiam residuum mediale quale fuerit.a. ¶ Adiungatur enim linea.c.ad lineam.a.& sit.c. per cuius abscisionem.a.fuit residuum mediale.& ad.b.adiungatur alia q̄ sit .d. sitq̄.b. ad d.sicut.a.ad.c.totaq̄ cōposita ex.a.&.c.sit.e.& ex.b.d.sit.f.describātur igitur quadrata.c.&.d.que sint.g.&.h.& superficies e.in.c.sit.k.&.f.in.d.sit.l. Et quia ē vt prius.e.ad.f.&.c.ad.d sicut.a.ad.b.sunt aūt.e.&.c.mediales potētia tm̄ cōīcantes.ex.69.& 70.sequit̄ ex.21.vt.f.&.d. eis cōmunicantes. sint etiam mediales potentia tm̄ cōmunicantes: constat aūt ex prima sexti q̄ sit .k.ad.g sicut.e.ad.c.&.l.ad.h.sicut.f.ad.d.& quia est.e.ad.c. sicut.f.ad d.sequitur vt sit.k.ad g.sicut.l.ad.h. Et permutatim.k.ad.l.sicut.g.ad.h. ¶ Cum ergo.g.cōmunicet cum.h.seq̄tur vt.k cōīcet.cum.l. Si igitur.k.est rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem l.rōnalis quare per.69.b etiam est residuum mediale primum. Si aūt .k. sit medialis quod est in residuo mediali secūdo: erit per.21. etiam l.medialis.ideoq̄.b.p.70.residuū mediale secundum quare: constat propositum. ¶ Idem aliter Si linea.b.cōīcat cum linea.a.que est vtrūlibet residuū mediale in longitudine vel in potentia sit superficies.c.e.adiūcta ad lineam rationalem.c.d.equalis quadrato.a.&.f.g.equalis quadrato.b. eruntq̄ ob hoc.c.e.&.f.g.cōīcantes queadmodū & quadrata lineaꝝ.a.&.b. eis equalia.ideoq̄ p primam sexti &.10. huius .d.e.&.e.g.sunt cōīcantes in longitudine: & quia si.a.est residuum mediale primū & linea.d.e. est residuum secundum per.93.& si.a.est residuum mediale scd̄m: linea.d.e. est residuū tertium per.94.at cum.d.e. est residuum secundum linea.e.g.est etiam residuum secundum & cum illa est tertiū. similiter & hec est tertium per.98. ¶ Sequitur itaq̄ ex.87.&.88.vt.b.sit residuum mediale primum aut secūdum prout fuerit.a.& sic patet quod intendimus.



Propositio .100.

Si linea aliqua linee minori communicet .ipsa quoq̄ erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut premissam siue cōīcet linea aliq̄ cū linea minori in lōgitudine siue in potentia hoc aūt apposito quantum ad primum modum q̄ cum sit.f.ad.d.sicut.e.ad c.erit ex scd̄a parte.18.sexti quadratum.f.ad quadratum.d sicut quadratum.e.ad quadratum .c.& cōīūctim quadrata duarum linearum .f.&.d.ad quadratum d.sicut quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.&.c.ad quadratum.c.& pmutatim quadrata duaꝝ lineaꝝ f.&.d.ad q̄drata duaꝝ lineaꝝ.e.&.c sicut quadratum.d.ad q̄dratum.c.cōīcat aūt quadratū d.ad quadratū.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.& d.piter accepta cōīcant cū duobus q̄dratis duaꝝ lineaꝝ.e. & .c.piter acceptis: & q̄a ex.72 q̄drata duaꝝ lineaꝝ.e.&.c piter accepta sunt rōnale: erit aūt p diffinitionē & duo quadrata duaꝝ lineaꝝ .f. & .d piter accepta rōnale. Cūq̄ sit supficies.k medialis erit ēt.l sibi cōīcans medialis: igit̄ ex.71.b.ē linea minor. Quantum autem ad secundum modum erit per.95. linea.d. e.residuum quartum ideoq̄ per.98 & linea.e.g.erit etiam residuum quartum.ideoq̄ etiam per.89.linea.b.est linea minor.



Propositio .101.

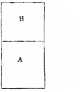
Omnis linea cõicans lineę cũ rõnali cõponenti mediale est cum rationali componens mediale.

Hanc quoq; duplici predicto modo non est difficile ꝓbare: siue de cõicantia in longitudine siue de cõicantia in potẽtia tñ intelligat: sed quantũ ad primum modũ erunt duo quadrata duarum linearum .f. & .d. pariter accepta mediale p.21. quẽadmodum sunt duo quadrata duarum lineaꝝ .e. & .c. ꝑiter accepta ex .22. quibus ipsa cõmunicant & superficies .l. erit rationalis: per diffinitionem quemadmodum est superficies .k. ex .72. cum ipsa cõmunicans. Igitur ex .72. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum: erit .d.e. residuum quantum ex .69. ideoq; & .e.g. ex .98. quare .b. est cum rationali componẽs mediale. per .90.

Propositio .102.

Omnis linea cõmensurabilis lineę cũ mediali ꝯstituenti mediale est cũ mediali ꝯstituens mediale.

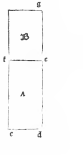
Hic quoq; pone lineam aliquam cõicare cũ ea que cũ mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tñ ꝓut volueris: & duplici modo premisso sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies .l. medialis quemadmodum & .k. & duo quoq; quadrata duaꝝ lineaꝝ .f. & d. pariter accepta mediale sicut & duo quadrata duaꝝ lineaꝝ .e. & .c. & qa duo quoq; duarum linearum .e. & .c. ad .k. sicut duo duarum .f. & .d. ad .l. cũ duo prima non communicent cum duplo .k. ex .73. neq; duo secunda cõmunicabunt cum duplo .l. ex .10. igitur ex .73. b. est cum mediali cõponẽs mediale. Quãtum aũt ad secũdum modum erit .d.e. residuum sextũ ex .92. ideoq; & .e.g. ex .98. quare .b. est cũ mediali cõponens mediale ex .91.



Propositio .103.

Si de superficie rõnali sup̃ficies medialis abscindat̃ linea in reliquam sup̃ficiem potens erit alterutra duaꝝ irrationalium aut residuũ aut linea minor.

Sit enim tota superficies constans ex .a. & .b. rationalis a qua detrahatur .b. que sit medialis: dico ꝙ linea potens in .a. residuum aut est residuum aut linea minor. Esto nãq; linea .c.d rationalis superficiesq; .c.e. sibi adiuncta sit tanq̃ .a. & .f.g. tanq̃ .b. & tota .c.g. sicut tota .a.b. eritq; .c.g. rationalis. ideoq; per .16. linea .d.g. rationalis in longitudine & .f.g. erit medialis ideoq; per. 20. e.g. rationalis in potentia tantum: est igitur ex diffinitione linea .d.e. residuum primum aut quartum: ergo per .86. & .89. linea potens in superficiem .c.e. & ideo in superficiem .a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.



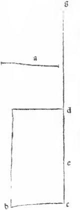
Propositio .104.

Si de superficie mediali superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale.

Hec quoq; sicut premissa probatur. Erit enim tota .a.b. medialis .b. autem rationalis: & tunc dico quod in .a. residuum põt aut ẽ residuũ mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim .e.g. equalis sit .a b. erit per .20. linea d.g. rationalis in potentia tantum: & cũ sit .f.g. equalis .b. erit per .16. linea .e.g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea .d.e. residuum secundum aut quintum quare per .87. & .90. latus tetragonicum superficiei .c.e. & ideo superficiei .a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

Propositio .105.

m



I superficies medialis a superficie mediali detrahatur fueritq; reliqua toti incōmensurabilis que ipsam reliquam pōt: alterutra erit duaꝝ irrō alia videlicet aut residuum mediale secundum aut cū mediali componens mediale.

Si a duarum premissarum demōstratione non devias concludes sine difficultate propositum. Sunt enim tota.a.b.&.b.mediales & sit.a.reliqua incōmensurabilis toti. (Aliter enim esset.a.medialis ex.2r. & eius latus tetragonicum mediale ex.19.) tunc dico q; linea potens in.a. est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rationalis in potentia tantum per eandem quoq; cum sit.f.g.equalis.b.erit etiam.e.g. rationalis in potentia tantum & cum sit.a.incōmensurabilis toti.a.b.erit.f.g. incōmensurabilis.c.g.ideoq; per primam sexti.&.10.huius erit etiam.e.g. incōmensurabilis.d.g.igitur a diffinitione linea.d.e.erit residuum tertiū aut sextum: quare p.88.&.91.latus tetragonicum superficiei.c.e.& ideo superficiei.a.ē residuum mediale secundū aut cū mediali cōponens mediale.

Propositio .106.

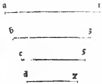
Lineaꝝ irrōnalium que sunt residuum & post ipsas subsecute vllam alii termino & ordine subesse impossibile est residuo quoq; binomii terminum vel ordinem cōuenire non est possibile.

Vult aūt per hanc.106.q; residuum & alie quinq; linee irrationales eam sequentes differant specie & diffinitione abinuicem & nulla linea vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus speciebus harum sex lineaꝝ irrationaliū que sunt residuum & eius quinq; cōitest & q; omnes species residui differūt ab omnibus speciebus binomii nec est possibile lineam vnam simul esse residuum & binomiū cuiuscūq; speciei residui vel binomii. Pars prima sic constat: quia superficies equalis quadratis residui & suarum quinq; comitum cū adiungantur ad lineā rōnalem habent secūda latera necessario diversa abinuicē ex.92.& quinq; eam sequentibus, sunt aūt secunda latera residuum primum & secundum & deinceps vsq; ad sextum. Secunda pars constat hoc modo: si eadem linea potest esse simul residuum & binomium sit.a. cuius quadrato equalis superficies adiungatur ad rationalem lineā.b.c.sitq;.b.d.eritq; ex.54.linea c.d binomium primum & ex.92.residuum primū. Inquantum ergo binomiū pmū dividat in suas binomiales portiones ad pūctum.e.sitq; maior portio.c.e.que erit rōnalis in longitudine p diffinitionem: inquantū aūt est residuum primum adiungatur ei.d.g.per cuius abscisionem fuerat residuū primum: eritq; ēt ex diffinitione.c.g.rōnalis in longitudine. Cū itaq; sit vtraq; duarum lineaꝝ.c g &.c.e.rōnalis in longitudine erit ēt p 9.linea.e g.rationalis in longitudine: atq; linea.d.e.est rōnalis in potentia tm̄ cū ipsa sit p ypoth.minor portio binomii primi: erit p.68.linea.d.g residuum & quia ipsa erat rōnalis in potentia tm̄ cum p eius abscisionē eēt linea.c.d.residuū primū sequit̄ īpossibile p.78. Quod vt clarius pateat esto superficies.b.d.adiuncta ad lineam rōnalem.b.c. equalis quadrato linee d.g.cum itaq; linea.d.g.sit rationalis in potentia erit p.16.linea.c.d. rationalis in longitudine.at cum etiam linea.d g.sit residuum erit ex.92. linea.c.d.residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur residuum sit irrationalis per.68.

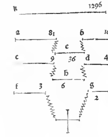
Propositio .107.

Linea que residuum dicitur vlla ve irrationalium que post eam sunt nequit esse sub termino binomii aut sub termino & ordine vllius ceteraꝝ lineaꝝ irrōnalium que binomiū subsequunt: cū aūt possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci non est possibile vllam earum cum ea que precesserit in termino & ordine convenire

¶ Vult per hanc vltimam libri .10.ꝙ .13. irrationales linee de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse sunt linea medialis binomiũ & eius quinq; comites residuum & eius quinq; comites sunt abinuicem singule a singulis specie differentes: & ꝙ nulla linea vna põt esse simul sub duabus aut pluribus speciebus eaꝝ: & ꝙ species linearum irrõnalium possunt in infinitum ꝑduci quaꝝ nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod aũt hee.13.linee videlicet medialis binomium & eius.5. comites residuum & eius.5.comites sint irrõnales demostratum esse superius meminestoꝛ de mediali quidem ex.19.de binomio aũt & eius quinq; comitibus ex 30.& quinq; eam sequentibus:at vero de residuo suisq; quinq; comitibus ex.68.& quinq; eã sequentibus. Nullam aũt harum.13.lineaꝝ irrationaliũ posse conuenire in specie cum aliqua aliarum lineaꝝ sic collige. ¶ Esto enim vt ad vnam eandẽq; lineam rõnalem in longitudine adiungãtur superficies equales quadratis predictarum.13.linearum irrõnalium ꝑmi ꝙ ordine se inuicem sequũtur:eritq; ex.20.secundum latus prime istarum.13. superficierum rationale in potentia tantum. ¶ Secunda aũt latera secũde istarum.13.superficieꝝ & quinq; eam sequentium erunt oẽs species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundũ & deinceps vsq; ad sextum ex.54.& quinq; eam sequentibus demonstratum esse meministi. ¶ Secunda vero latera tertie superficiei & quinq; eam sequentiũ sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundũ & deinceps vsq; ad sextum quod ex.92.& quinq; eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut,cũ aliqua residuorum quoniam omne binomium per.30.& oẽ residuum per.68.est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conueniat cũ aliqua specie binomiorum ex secunda parte penul.huius decimi sequitur vt oĩa secunda latera harum.13.superficierum sint adinuicẽ diuersa:ideoq; per primam sexti & ipse.13.superficies sint diuerse cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hee.13.linee irrationales proposite sunt singule a singulis diuerse. ¶ Possunt aũt haꝝ.13.lineaꝝ irrationalium species in infinitum produci.infinite enim sunt species linearum medialium.infinite quoq; binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea.a.medialis sumaturq; vnitas & quolibet numeri primi vt.3.5.& .7.& sint totidem linee.b.c.d.quot sunt sumpti numeri primi. sintq; quadrata istaꝝ lineaꝝ.b.c.d.ad quadratũ.a.sicut numeri primi ad vnitatem.eruntq; linee.b.c.d.mediales ex.21 qm̃ ipse communicant in potentia cum linea
a a.mediali.omnes aũt erunt diuerse in longitudine ab.a.& a se inuicem ꝑ vltimã ꝑtem .7.quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per.16.& .8.& correlarium secunde octaui & presentis ypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo.a.& omnes sibi cõmunicantes in longitudine sub prima specie linearum medialium.b. vero & omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda.c.aũt & omnes eidem communicantes vel commẽsurabiles sub tertia.d.quoq; & omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta: & quia numeri primi sunt infiniti vt ex .11.noni didicisti. necesse est species linearum medialium esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisq;.5. comitibus & residuo suisq; quinq; comitibus:nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis siue communicet ei in longitudine siue in potentia vt probatum est in .21. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie vt probatum est . in . 60 & quatuor eam sequentibus & 98.& quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum.13.linearum irrõnaliũ infinite quarum nulla conueniet cum precedẽti in ordine vel diffinitione. ¶ Conuenit quoq; dr̃e aliter species lineaꝝ irrõnalium esse infinitas



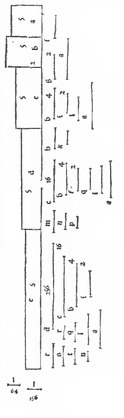
nam omne latus tetragonicum superficiei dicte a numero non quadrato est irrationale per ultimam partem.7. et per diffinitionem. cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium infinite. ¶ Tertio modo contingit secundam partem huius ultime conclusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus ab unaquaq; linea rõnali in pontentia tantum infinitas linearum irrationalium species pduci quarum nullam cum aliqua earum que ipsam precesserunt possibile est in diffinitione et ordine conuertire. ¶ Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta a numero non quadrato ut quinq; eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine quoniam ipsum ẽ incommẽsurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dicte a numero quadrato ex ultima parte.7. Dico ergo q; huius lateris latus. itẽq; scdi lateris latus et rursus huius tertii lateris latus et sic in infinitum sunt linee irrõnales tam in longitudine q̃ in potentia: et q; nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eam precesserit in ordine. estq; latus tetragonicũ premisse superficiei quecunq; dicta fuerit a numero nõ quadrato earum omnium sicut radix et principium et quelibet ipsarum est principium omniũ ipsam sequentium: et quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscũtur diuerse sunt in longitudine et potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiei generantur et hoc dico cum ipsarum superficierum non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitq; istud.

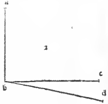


¶ Quibuslibet duobus inuicẽ ductis si quid licet. pducatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit ut ex.a.in.b.sit.k.at.c.et d.sint latera tetragonica.a.et b. fiat autem.e.ex.c.in.d.sintq; iterum.f.et.g. latera tetragonica.c. et.d.et fiat h.ex.f.in.g.dico q;.h.est latus tetragonicum.e.et q;.e.rursus est latus tetragonicũ.k. Cum enim ex.f.i se et in.g.fiant.c.et.b.erit.c.ad.h.sicut.f.ad g.sed et sic.h.ad.d.sicut.f.ad.g.eo q; ex.g.in.f.et in se fiunt.h.et d. Sunt igitur.c.h.d.continue proportionales itaq; ex.h.in se quantum ex.c.in.d. quare.h.est latus tetragonicum.e. Eadem quoq rõne cum ex.c.in se sit.a.i d.fit.e.et ex.d.in se sit.b.erunt ẽt.a.e.b.continue proportionales in proportione.c.ad.d. Cum igitur ex.a.in.b.sit.k. sequitur etiam ut ex.e.in se sit.k. quare.e.ẽ latus tetragonicum.k.constat itaq; quod dicitur. Restat itaq; demonstrare quod propositum est. Sit igitur superficies.a.rationalis dicta a numero non quadrato.ut.5.sitq; linea.a.eius tetragonicum latus et sumantur quotlibet linee rationales in longitudine que sint.b.c.d.e. Sintq; dicte a numeris quoꝝ quisq; precedens sit tetragonicum latus proximo sequentis: ut si b.sit.2.c.4.d.16.e.vero.256.ad has aũt lineas rõnales in longitudine adiungatur superficies equalis.a.eruntq; secunda latera singularum rõnalia in longitudine per.16.ut secundum latus.b.2.et.dimidium: secundũ c.unum et quartas secundum vero.d.una quarta et una.16.at vero superficiei.e.secundum latus erit una.64.et una.256. Sit ergo.f. tetragonicum latus.b.g.vero sit tetragonicum latus secundi lateris superficiei.b. eritq; per premissum antecederis ut ex.f.i.g.sit.a. Rursus sit.h. tetragonicum latus secundi lateris.c.k.quoq; sit tetragonicũ latus.h.eritq; per predictum antecedens ut ex.b.in h.sit.a.et ex.f.in.k.sit tetragonicum latus.a. quod sit.l. ¶ Sit iterum.m. tetragonicum latus.scdi lateris supficiei.d.sed cũ.n.sit tetragonicũ latus.m.et.p.tetragonicum.n.eritq; p predictum añs ut ex.e.in .m.fiat.a.et ex b in.n.l.et.ex.f.in.p tetragonicũ latus.l.quod sit.q. Amplius autem sit r.tetragonicum latus lateris secundi superficiei.e.sit quoq; .s.tetragonicum.r.et.t.s.sit et.u.tetragonicum.t. ¶ Sequiturq per dictum antecedens ut ex.d.in.r.fiat.a et ex.c.in.s.l.et ex.b.in.t.sit.q.et etiam ex f.in.u.tetragonicum latus.q.quod sit.x.et sic in infinitum. Dico ergo has lineas.a.l.q.x.quarum.a.ẽ tanquam radicale principium eẽ irrationales

a quidem in longitudine tantum: cetere vero in longitudine & in potẽtia. Et dico ꝙ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ¶ Cum enim ex.f.in.g.& k.fiant.a.& l.erit.a.ad.l sicut.g.ad.k.& quia vt patet ex dictis ypothesibus.g.& k.sunt incommensurabiles in longitudine & in potẽtia.sequitur ẽt.vt.a.& l.sint incõmensurabiles in longitudine & in potentia. Eadem ratione.a.& q.ẽ enim.a.ad.q.sicut.g.ad.p.& pp eandem cãm ẽt.a.& x.cum sint sicut.g.& u. Et hac via quoq; necesse est vt.l.& q.sint similiter incommensurabiles tam in longitudine ꝙ in potentia.cum enim ex.f.in.k.& p.fiant.l.& q.erit.l.ad.q.vt.k.ad.p.at.k.& p.nec cõmensurabiles sunt in longitudine nec in potentia. Si enim sint erũt h.& n.cõmensurabiles.sed non sunt.at vero.l.& x.oportet esse vtroq; mõ incõmensurabiles: ẽ enim.l.ad.x.sicut.k.ad.u.eo ꝙ ex.f.in.k.& u.fiunt.l.& x.Sunt aũt.k & u.vtroq; mõ incõmensurabiles. Sin aũt accidet.d.& h.esse cõmensurabiles quod est inconueniens.q.vero & x.ꝙ sint quoq; incõmensurabiles potentia & longitudine ex eo patet ꝙ est.q.ad.x.sicut.p.ad.u.constat autem ꝙ.p.& n.sunt incommensurabiles.nã si non ẽt erunt.n.& c.commensurabiles.ideoq;.m.& s.sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq; infinitas lineas irrationales esse in longitudine & in potentia incommensurabile: & ideo diffinitione & specie differentes produci ex linea.a.rationali in potentia tantum ¶ Restat autem nunc ostendere ꝙ quecũq; irrationales linee ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine ꝙ in potentia que a qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ hac eadem via egrediuntur: hoc quoq; sic constat. ¶ Sint.a.& b.rationales in potentia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum a numeris non quadratis.sitq; vt illi numeri non sint in proportione aliquorum numerorum quadratorum: linee quoq; que procedunt hac via ab.a.sint.c.d.e.& a.b.procedant.f.g.h. dico ꝙ nulla ex lineis.c.d.e.communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h. Cũ.n.sint.c.& f.tetragonica latera.a.& b.at.d.& g.tetragonica latera.e.& f.& e.& h.tetragonica.d.& g.nõ ẽ possibile vt aliq̃ ex.c.d.e.cõicet cũ sua cõpari ex.f.g.h.vel longitudine vel potentia. Si n.alterutro mõ cõicet.e.cum.h.sequitur vt.d.communicet.cum.g.& c.cum.f. quare & a.cũ b.etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem verum est dicere quamlibet harum esse vtroq; modo incommensurabilẽ cuilibet istarum. Dato nanq; ꝙ.d.communicet cum h.etiam in potentia tantum sequitur vt.c.quoq; communicet cum.g.& a.cum.f.quod non est possibile. ¶ Atendere autem oportet ꝙ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo ꝙ latus superficiei denominate a latere priori.vnde tetragonicũ latus linee.a.voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea a.talis autem superficies est quam continet linea.a. & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuẽire tetragonicum latus cuiuslibet linee. Sit linea.a.cuius tetragonicum latus volo inuenire.b.vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate & ipsa ẽ minima omniũ linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportionalis inter eas sit.c.est igitur p 16.sexti.c.tetragonicũ latus.a. Idem enim fit ex.a.in.b.& ex.c.in se. At vero ex.a.in.b.fit superficies dicta ab.a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producitur ab eo qđ vnum multiplicat denominat. Et nota ꝙ cum.c.fuerit latur tetragonicũ linee a.indifferenter contingit lineam c.esse maiorem linea.a.& minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor.

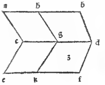




¶ Liber vndecimus Euclidis de corporibus in genere ꝛ specie iuxta optimam Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Castigatore diligentissimo. feliciter Incipit.

Corpus est quod longitudinem ꝛ latitudinem ꝛ altitudinem habet cuius terminum sunt superficies. Linea erecta supra superficiem ē que cum singulis sibi cōterminalibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse ꝛ ad eādem orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligatur enim linea. a. b. exurgere supra planum. ita ꝙ pūctus. a. imaginetur in aere ꝛ. b. in plano ꝛ a puncto b. ducantur plures linee i eodem plano vt. b. c. b. d ꝛ quotlibet alie. Si igitur ita fuerit ꝙ linea. a. b. cum linea. b. c. ꝛ cum linea. b d. ꝛ cū ꝗlibet alia linea protracta a puncto. b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet. b. c. ꝛ. b. d. ꝛ alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

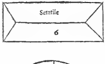


¶ Superficies aūt erecta super superficiē est quotiens puncto vno eodem linee que est cōis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continentes angulum in eisdem superficiebus site sunt.

¶ Verbi gr̄a iaginemur supficiē a. b. c. d. exurgere supficiē ꝓ. c. d. e. f. iaceret ꝛ itelligamus lineā. c. d. eē cōem terminū ambaꝝ i ea itaqȝ signet pūctus. g. a quo ad lineā c. d. extrahant due linee ꝑpēdiculares vna videlicet i supficie. c. d. e. f. ꝗ sit. g. k. ꝛ alia i suprficie. a. b. c. d. ꝗ sit. g. h. si igit angulus quē cōtinent hee due linee ꝑpēdiculares videlicet. g. h. ꝛ. g. k. erit rectus supficies. a. b. c. d. dr̄ orthogonaliter erecta super supficiem c d e. f.

¶ Superficies equidistantes sunt que in vtramlibet partem protracte non concurrent ꝛ si in infinitum producantur.

¶ Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes ꝙ omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi ꝛ super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtranqȝ partem ꝑtractas concurrere. quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab inuicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

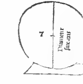


¶ Equa corpora ª sunt atqȝ similia quoꝝ termiales supficies numero ac ꝗtitate eq̄les vnius creatōis sunt atqȝ similes. Similia corpora sunt ꝗ similibus supficiebus numero eq̄libus ɔtinent. a

¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus ꝛ similibus non intelligis ad diffinitionē similiū supficieꝝ positam i principio sexti recurre.

¶ Corpus seratile dicitur quod quinqȝ superficiebus quarum tres parallelogramie sunt due vero triangule continetur.

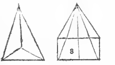
¶ Domus quatuor parietes equidistantes habenti tectum vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ꝛ equidistanti superpositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.

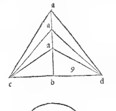


¶ Sphera est transitus arcus circūferentie dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaqȝ diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

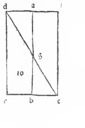
¶ Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circūducatur corpus quod describitur sphera no

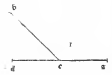
minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circūducti.
¶ Piramis laterata ē figura corporea quā cōtinent superficies ab vna quarum relique sunt ad vnū oppositū punctū sursū erecte.
¶ In omni laterata piramide cūcte superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur suntq; oēs hee laterales superficies triangule: basis vero frequēter nō ē triāgula.
¶ Piramis rotunda est figura solida: estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum cōtinē tium fixo ⁊ donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circumducto. ¶ Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. ¶ Si vero breuius obtusiangula erit. ¶ Axis autem ipsius figure est latus fixum. ¶ Basisq; sua circulus. Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.
¶ Sit trigonus.a.b.c.rectum angulum habens qui sit.b.figaturq; alterū duorum laterum ambiētium rectum angulum b.sitq; latus quod figitur a.b.quo fixo circūducatur trigonus quousq; ad locum vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur: cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quādo latus.a.b.lateri.b.c.fuerit equale. Esto enim vt linea.b.c.cū rotatu trigoni peruenerit ad situm linee.b d.ita q; punctus.c.cadat super punctum d. fiatq; linea vna.hoc est vt ipsa tunc coniungatur situi a quo moueri cepit secundum rectitudinem: eritq; linea hic quasi.b.c.d. ⁊ quia ex.32. primi ⁊.5.eiusdē angulus.c.a.b.est medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus ideoq; piramis hec dicitur rectangula. ¶ Si aūt latus.a.b.sit longius latere.b.c. erit acutiangula: erit.n.tunc ex.32.primi ⁊ 19.eiusdem angulus.c.a.b.minor medietate recti ideoq; totus angulus.c.a.d.est minor recto ⁊ acutus quare piramis acutiangula. ¶ Quod si latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.b.maior medietate recti ex.32.primi ⁊.19.eiusdem ⁊ totus.c.a.d.q; est duplus ad ipsum.c.a.b.maior recto ⁊ obtusus.igit̄ ⁊ piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. ¶ Axsis autem huius piramidis dicitur linea.a.b. ¶ Basis vero eius circulus quem describit linea.c.b.super centrum.b.dicitur quoq; hec piramis columne rotunde illius videlicet quam motu suo describeret paralellogramum proueniens ex.a.b.⁊.b c.latere.a.b.manente fixo.
¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus ⁊ crassitudine idest altitudine equales est transitus paralellogrami rectanguli latere rectum angulum continēte fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circūducta dicitur: q; hec figura columna rotunda. Columne itaq; rotūde atq; sphere circuliq; vnum atq; idem est centrum.
¶ Sit paralellogramum rectangulum.a.b.c.d. figaturq; latus.a.b. ⁊ eo fixo totū paralellogramū quousq; ad locum suum cadat vel redeat circūducatur: corporea ergo figura huius paralellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b. alter vero est quem motu suo designat linea.d.a. ⁊ eius centrum est punctus.a. Axis autem huius columne dicitur linea a.b.que manet fixa in motu paralelogrami Quod si imaginati fuerimus paralellogramum a.b c.d.cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.e.f. coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totū sit vnum paralellogramum d.c.e.f. ⁊ protraximus in eo diametrum.d.e.erit quoq; diameter.d.e.diameter columne. ¶ Quod autem dicitur columne ⁊ sphere ⁊ circuli idem esse centrum intelligi debet cum horum vna est eadēq; diameter. Verbi gratia diximus enim q; .d e est diameter istius colūne. Spherā igit̄ atq; circulū quorum diameter ē linea.d.e. necesse est idē centrum hēre cū centro ꝓposite colūne. Sit.n.vt linea.d.e.secet lineā











a.b.in puncto.g.eritq̄ g.centrum colūne: diuidit enim axem columne per equalia & diametrum columne per equalia quod patet per .26. primi nā anguli qui sunt ad .g. sunt equales ex .15. primi & anguli qui sunt ad.a.& b.recti ex ypothesi: linea quoq̄.a.d.est equalis linee.b.e.itaq̄.d.g.ē equalis.e.g.& .a.g.equalis.g.b.cumq̄ anguli.c.& .f.sint recti si super punctum.g. secundum spaciū.d.g.ac sup lineā.d.e.circulus describat trāsibit ex cōuersa prime ptis.30.tertii p puncta.c.& .f.itaq̄ punctum .g. est centrum circuli cuius diameter est diameter colūne.ideoq̄ & sphere: quare māifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq̄ columne rotunde spheram esse circūscriptibiles. Sicq̄ patet q̄ voluit istud theorema.

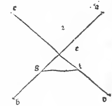
¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̄ȝ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeūt superficiem claudere. Angulos quoq̄ planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporee rotūde siue sint colūne siue earum piramides quarum axes diametris suarum basiū sunt proportionales.

¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit pportio axis vnius earum ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

¶ Castigator.



a ¶ Ista diffinitio equalium atq̄ similium corporum &c. psuponit quedam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vniusq̄ creationis.sed nō similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido paralellogramo cuius linee angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erecte & in illo cuius linee angulares non sunt orthogonaliter erecte que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basibus vt dicitur infra.31.& .32.huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficierum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem paralellogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. Quedā sunt equalia & similia simul vt ex te elicere potes &c.

Propositio .1.

Linee recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

¶ Sit linea .a.b .recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata.si enim est possibile sit pars eius que est.a.c.sita.in plano & pars eius que est.c.b.in sublimi posita & protrahatur directe.a.c.i plano in quo ipsa sita est vsq̄ ad.d.eritq̄ vt vni eidemq̄ linee que ē linea.a.c. due linee penitus diuerse que sunt linee c.b & .c d.ex eadem parte directe aducantur quod est impossibile: ex.13.primi.

Propositio .2.

Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnisq̄ȝ triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte .a.b. & .c.d. sibi inuicem secantes in puncto.e.dico eas esse in superficie vna, & omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ꝯ Signetur enim punctus.f in. linea.c.d. & punctum .g in linea.a.b. & ducatur linea.f.g. Quia igitur impossibile est partem trianguli.e.f.g. esse in plano & partē in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnius aut plurium

pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum de lineis hoc sit i possibile per premissam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus .e.f.g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premissa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.

Omnium duarum superficierum seinuicem secantium communis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicitur. Sint itaq; due superficies plane .a b. & .c.d. seinuicē secantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. & .f. termini communis sectionis earum que continuētur per lineam rectam que sit .e.f. si igitur linea .e.f. est in vtraq; duarum superficierum .a.b. & .c.d. cōstat propositū. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta .e. & .f. sint in vtraq; superficierum .a.b. & .c.d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit .c.b.f. erunt igitur due recte linee .e.f. & .e.b.f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent supficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.

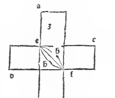
Si fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad eas ēidē superficiem perpendicularis erit.

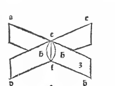
¶ Sit linea .a.b. orthogonaliter erecta super inscisionem duaꝝ lineaꝝ .c.d. & .e.f. secantiū se in puncto .b. de qbus cōstat p añpremissam q ipse sunt site in vna superficie dico q linea .a.b. ppendicularis ē ad ipsaꝝ superficiem. Sint .n. c.b. & .b.d. equales at vero .f.b & .b.e. equales & ptrahant linee .e.d. & .c.f. que erūt equales p .4. primi & equidistātes p .27. eiusdē. Signato itaq; puncto aliquo i linea .c.d. qui sit .g. ducat linea .g b. h. eritq; ex .26. primi .e.g. equalis .f.h. igitur a puncto .a. vel quouis puncto linee .a.b. demittātur ypothemisaliter linee .a.c. a.d. a.e. a.f. a.g. a.h. eritq; ex .4. primi .a.c. equalis .a.d. & .a.e. equalis .a.f. Item p .8. eiusdem erit angulus .a.e.d. equalis angulo .a.f.c. ergo p .4. ipsius erit .a.g. equalis .a.h. & ideoq; p .8. eiusdem erit angulus .a.b.g. equalis angulo .a.b h. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea .a.b. perpēdicularis ad lineam .g.h. ❡ Simili quoq; mō pbabis eādem esse ppēdicularem ad oēs lineas protractas a puncto .b. in superficie duarum linearum .c.d. & .e.f. igitur ex diffinitione cōstat lineam .a.b. eē ppēdicularem ad superficiem in qua site sunt due line .c.d. & .e.f. seinuicē secantes q̄d est ppositū.

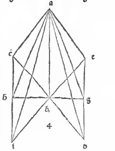
Propositio .5.

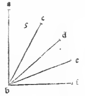
Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

¶ Sit linea .a.b. orthogonaliter erecta super cōem terminum trium lineaꝝ .b.c. b.d. b.e. angulariter se cōtingentiū in puncto .b. quaꝝ nulla alii directe applicetur quod idē est ac seinuicem secēt in puncto .b. ptracte .n. se secabunt dico q tres linee .b.c. b.d. b.e. sunt in vna superficie site. ❡ Cōstat aūt de quibusq; eaꝝ duabus q ipse sunt in vna superficie site p secūdam huius vel p primam ptem .2. huius. si igit linea .b d. nō fuerit in supficie duaꝝ lineaꝝ .b.c. & .b.e. sed ille due in plano: hec aūt in sublimi: erit vt hec superficies i qua site sunt due linee .a b. & .b d. si ptrahatur & p illud quod notum est super quartā secet illam in qua site sunt .b.c & .b.e. eritq; p .3. huius cōmunis earum sectio linea recta & ipsa sit .b.f Quia igitur ex premissa linea .a.b ē ppendicularis ad superficiem duarum lineaꝝ .b.c & .b e. sequitur ex diffinitiōe vt ipsa sit perpendicularis ad lineam .b.f. quare angulus .a.b.f est rectus cumq; etiam angulus .a.b.d sit rectus ex ypothesi. sequitur ipossibile videlicet partem suo toti esse equalem.





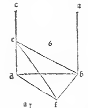




Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnam superficiem perpendiculares eas equidistantes esse necesse est.

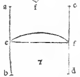
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d. perpendiculares ad vnam superficiem dico eas esse equidistantes. ❡ Protrahatur.n. linea.b.d.eruntq₃ ex diffinitione duo anguli.a b.d. ⁊.c.d.b.recti. ❡ Si igitur due linee.a.b.⁊.c.d. sint i superficie vna ipse sint equidistantes per secundam partem.28.primi. Ipsas autem esse in superficie vna sic collige.a.puncto.b. super lineam.b.d. in plano cui perpendiculariter insistūt.a.b.⁊.c d. protrahe orthogonaliter lineam b.f.⁊ ex linea.c.d.sume.d.e.equalē.b.f ⁊ ptrahe lineas.e.b.⁊.e.f. ⁊.d.f. erūt igit͛ duo latera.e.d.⁊.d.b.triāguli.e.d b.equalia duobus lateribus.f.b.⁊.d.b.trianguli.f.d.b.⁊ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.b.d.cū vterq₃ sit rectus. Itaq₃ per quartam primi linea.b.e.est equalis linee.d.f.iteq₃ cū duo latera.e.b.⁊.b.f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus .f.d.⁊ d.e.trianguli.f.d.e.⁊ basis.e.f.communis erit per.8.primi angulus.e.b.f. equalis angulo.f.d.e.cū vterq₃ sit rectus. Quia igitur angulus.f.d.e.est rectus a diffinitione erit etiam angulus.e.b.f.rectus: itaq₃ linea.f.b perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearum.b.a. b.d.b.e.se contingentium angulariter in pūcto.b. quare per premissam ipse sint in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c.d.sit in eadem superficie cum vtraq₃ linearum.e.b.⁊.b d. sequitur.a.b. ⁊.c.d.esse in superficie vna: constat ergo propositum.



Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur.in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq₃ in eandem sitam esse necessario cōprobat͛.

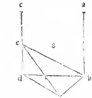
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes de quibus cōstat per diffinitionem ꝙ ipse sint in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta.e. ⁊.f. ⁊ producatur linea recta. e.f. dico itaq₃ lineam.e.f.esse sitam in superficie linearum.a b.⁊.c.d. ❡ Si autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem i qua site sunt due linee.a.b.⁊.c.d. eritq₃ per.3.huius cōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.



Propositio .8.

Si in idem planum due recte linee equidistanter erigātur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq₃ ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

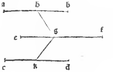
¶ Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b. ⁊.c.d.equidistātes ⁊ sit earum altera vt.c.d.erecta perpēdiculariter super superficiem quamliber dico reliquam earum que ē.a.b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. ❡ Fiat enim prorsus eadē dispositio que in sexta: eritq₃ vt ibi vterq₃ duorum angulorum. e .d.b. ⁊ f.b.e.rectus: primus quidem per positionem secūdus autem per.8. pmi quare per.4.huius linea.f.b est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee.b.d.⁊ b.e.cūq₃ per premissam due linee a b. ⁊.c.d. sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d. ⁊.b.e. sequitur lineam.f. b.esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea.b.a. a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a rectus ⁊ quia etiam angulus .d.b. a est rectus per vltimam partem 29 primi: sequitur per quartam huius lineam .a b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b d.⁊.b.f.quare constat propositum.



Propositio. .9.

SI due linee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

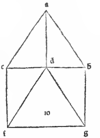
Sit vtraq; duarum linearum .a.b. & .c.d. equidistans linee .e.f. nec sint omnes in superficie vna. dico q; eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistātes: de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum ē per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic .e.f. que intelligatur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus .g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas .a.b. & .c.d. que sint .g.h. & .g.k. eritq; per .4. huius linea .e.f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee .g.h. & g.k. itaq; per premissam bis assumptā vtraq; illarum duarum linearum .a.b. & .c.d. perpendicularis ē ad eandē superficiē videlicet ad illā i qua site sunt dicte due linee .g.h. & g.k. Per sextā huius igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qd ē propositū.



Propositio .10.

SI due linee se angulariter contingentes duabus alijs se contingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: non aūt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

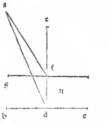
Sint due linee .a.b. & .a.c. se angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes alijs duabus que sunt .d.e. & .d.f. se quoq; angulariter contingentibus in puncto .d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulum .a. eē equalem angulo .d. Esto enim linea d.e. equalis linee .a.b. cui ipsa posita ē esse equidistans. & .d.f. equalis .a.c. cui ē ipsa equidistare ponit. Et ducant linee .d.a. & .e.b. & .f.c. eritq; ex .33. primi bis assumpta vtraq; duarum linearum .b.e. & .c.f. equalis & equidistās linee .a.d Per cōceptionem igitur & premissam eedē sunt equales & equidistantes sibi inuicem & itaq; per .33. primi denuo repetitā due linee .b.c. & .e.f. sunt etiam equales & equidistantes: igitur per .8. primi cōstat propositum.



Propositio .11.

PVncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

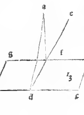
Sit punctus .a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere: ducatur igitur in plano illo: linea .b.c. vtcunq; contingent ad quā ab ipso puncto .a. ducatur perpendicularis .a.d. scdm doctrinam .12. primi. Rursusq; a puncto .d. i plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto .a. extrahatur linea .d.e. que sit perpendicularis ad lineam .b.c. vt docet .11. primi. Ad hanc quoq; lineā .d.e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto .a. que sit .a.f. hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enim linea .f.g equidistans linee .b.c. & quia vterq; duorum angulorum .b d.a. & .b.d.f. est rectus: erit ex quarta huius linea .b.d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus .a.d.f. ideoq; etiam per .8. huius erit linea .g.f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a diffinitione erit angulus .g.f.a. rectus: cunq; etiam angulus .d.f.a. sit rectus: sequitur ex quarta huius lineam .a.f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee .d.f. & f.g. quod est propositum.



Propositio .12.

SVperficie proposita pūctoq; i ea assignato ab eo pūcto ad datā superficiē lineā orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet i superficie proposita assignato perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quēadmodum premissa docuit demitte que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaūt ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem ducito: eāq; per .8. huius probabis esse quam queris.



Propositio. .13.

Duas lineas super pũctum vnũ ad superficiẽ vnam orthogonaliter insistere est impossibile

¶ Si enim possibile est vt due linee vni eidẽq; superficiei super punctum vnum perpẽdiculariter insistãt superficies in qua ipse perpendiculares site sunt intelligatur produci quousq; secet superficiem cui dicte linee perpendiculariter insistunt eritq; per .3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtraq; illarum duarum perpẽdicularium cum cõmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quemadmodum aũt demonstratum ẽ impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodẽq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistãtes ex .6. huius q̃d est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igitur ex hac q; si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ẽ. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur vt docet .12. primi & a puncto in quo incidit cum cõmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cõmunem sectionem in superficie secta educatur vt docet .11. primi. Eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continẽt hee due linee perpendiculares rectus. quare per quartã huius prima harum duarum perpẽdicularium etiam est perpẽdicularis ad supficiem sectã. ergo ab vno pũcto ꝓtracte sunt due linee perpẽdiculares ad eãdem supficiem q̃d est ipossibile: relinq̃tur itaq; ꝓpositum nostrum.

Propositio .14.

Si linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in quãcunq; partem protrahantur nunquam concurrent.

¶ Posita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere. ¶ In earum cõi sectione que per .2. huius erit linea recta pũctusq; quocũq; modo signetur a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineã illã que ipsis perpẽdiculariter supstat ꝓtrahantur: eritq; cõstitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui super perpendicularem consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autẽ est impossibile per .32. primi.

¶ E conuerso quoq; videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit: ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

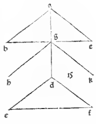
¶ Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico q; eadem linea relique superficiei perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq; communis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiei secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non cõtineat angulum rectum erit ex vltima petitione primi vt ille due communes sectiones in alterutrã partem pro-

tracte necessario concurrant quare & superficies que posite sint equidistãtes necessario concurrent. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdem superficies eqdistantes secante super eãdem lineam: igitur ex quarta huius & ex ista. 14. constat verum esse quod diximus.

Propositio .15.

Si fuerint due linee se contingentes angulariter eqdistantes aliis duabus se angulariter contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis ꝯtente due superficies i nulla parte quantũcunq; producantur possunt concurrere.

Sint due linee. a. b & . a. c. se angulariter contingentes in pũcto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & . d. f. se angulariter contigẽtibus in puncto. d. & nõ sint in superficie vna: dico earum superficies i quãcunq; ꝑtem & quantũcunq; ꝑtrahantur nunq̃ concurrere. Protrahatur & . n. a puncto. d. ꝑut docet. 5. huius perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a. b. & . a c. sitq; d. g. & a puncto. g. ducatur. g. h. equidistans . a. b. & g. k. equidistans. a. c. eritq; ex diffinitione vterq; duoꝝ angulorum d. g. h. d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistãs linee. g. k. & linea. d. e. equidistans linee. g. h quare per vltimam partem . 29. primi vterq; duorũ angulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus: ideoq; per quartã huius linea. d. g. erit ꝑpendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & . d. f. cumq; ipsa eadẽ sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a. b. & . a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.



Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cões eaꝝ sectiones equidistantes erunt.

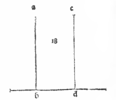
Constat equidem ex tertia q; vna superficie quascunq; duas superficies equidistantes secante cõmunes eaꝝ sectiones erunt due linee recte: que cũ sint ambe site in superficie secante, si ipse non fuerint equidistantes ponãtur ad quodlibet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit in vtraq; illarum duaꝝ sectionum cõmunium cũq; vna illaꝝ cõmunium sectionum sit in vna duarum superficieꝝ sectaꝝ & reliqua in altera, sequitur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autẽ impossibile est. Erunt igitur cões earum sectiones equidistantes quod est propositum. Ex hac & premissa potes elicere conclusionem vnam similem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum vtraq; duarum extremarum equidistet medie dico q; necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secentur omnes ille tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus: eruntq; ex hac 16. cões sectiones duarum extremaꝝ superficieꝝ equidistantes sectionibus medie: quare ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum supficierum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cõmuni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus

Propositio .17.

Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secent illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

Intelligantur enim due recte linee penetrantes qualitercunq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet duas superficies interceptas, proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Coniungan

tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonaliter: eritq; hec diagonalis cum vtraq; illarum duarũ penetrantium sup̃ficies propositas in superficie vna illas equidistantes sup̃ficies positas secante. si ergo harum superficierum cõmunes sectiones que p̃ premissam erunt equistantes cogitatione protraxeris ex prima parte secũ de sexti constabit propositum.

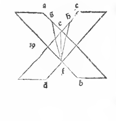


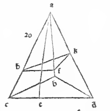
Propositio .18.

Si in superficie assignata orthogonaliter steterit linea: oĩs sup̃ficies a linea illa quorsũlibet ducta ad eãdẽ assignatã sup̃ficiẽ erit orthogonaliter erecta. ¶ Sit enim linea .a.b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem & a linea .a.b. producatur superficies quorsum libuerit; quam dico si per propositam superficiẽ esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex .3. huius. sitq; .b.d. in hac ergo cõi sectione signato puncto quolibet qui sit .d extrahatur ab eo. in superficie que p̃ducta est a linea .a.b. linea quedam perpẽdicularis ad lineam .b.d. que sit .d.c. eritq; ex secunda parte .28. primi linea .c.d. equidistans linee .a.b. ideoq; ex .8. huius linea .c.d. est et perpẽdicularis ad superficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee .b.d. ad ipsam lineam .b.d in ipsa superficie que producta est a linea .a b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erecte: constat verum esse quod propositum est.

Propositio .19.

Si due superficies se inuicem secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cõis earũ sectio ad eandem superficies perpendicularis erit. ¶ Sint due superficies .a.b. & .c d. seinuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem: sitq; cõis earum sectio linea recta .e.f. hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto .f. qui est communis terminus sectionum duarum superficierũ se inuicem secãtium & tertie sup̃ficiei secte p̃ducatur vna linea recta que sit .f.g. in superficie .a.b. perpẽdicularis ad superficiem assignatam. Itẽq; ab eodem pũcto ducatur alia perpẽdicularis ad eãdem superficiem que sita sit in superficie .c.d. & ipsa sit .f.h. Eruntq; due linee .f.g. & .f.h. orthogonaliter insistẽtes super pũctum vnum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per .13. huius ¶ Tales autẽ lineas posse protrahi a pũcto .f. in vtraq; duarum superficierum .a.b. & .c.d. cum .e.f. nõ fuerit perpẽdicularis ad assignatam superficiem dubitare nõ cõuenit. ¶ Intelligatur quidem linea .f.b. cõis sectio superficiei .a b. & superficiei assignate. Et linea .f.d. superficiei .c.d. & superficiei assignate. Si igitur linea .e.f. fuerit perpendicularis ad vtranq; duarum linearum .f.b. & .f.d. ipsa etiam erit perpẽdicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit .f.g. perpẽdicularis ad .f.b. & .f.h. perpẽdicularis ad .f.d. deinde a puncto .f. protrahe in superficie assignata vnã lineam perpẽdicularem ad lineam .f.b. que ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthognaliter erecte cum linea .f.g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea .f.g. perpẽdicularis ad superficiem assignatam. ¶ Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto .f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam .f.d. sequetur ex diffinitione predicta & ex quarta huius lineam .f.h. esse perpẽdicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per .13. huius. ¶ Quod si confitearis lineam .e.f. esse perpẽdicularem ad lineam .f b. sed non ad lineam .f.d. sequetur modo consimili duas lineas .e.f. & .f.h. esse perpendiculares ad superficiem assinatam: quod nihil minus ẽ impossibile.

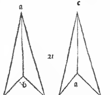




Propositio .20.

SI tres anguli superficiales solidũ angulum cõtineãt illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

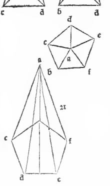
¶ Sunt tres linee .a.b.a.c.a.d. piramidaliter erecte supra superficiem b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficit angulus in puncto.a. dico quos libet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto.a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales: aut si duo tantum equales tertio existente minore vtrolibet duoꝝ equalium: constat ꝑ cõem scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eoꝝ vnus vtrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue non equales adhuc cõstat illum maiorem cum vtrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorẽ. Sed & illos duos minores pariter acceptos. hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores: sic collige. ¶ Esto.n. trium propositorum angulorum superficialium angulus.c.a.d.maior vtrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum.c.a.d.equalem angulo.b.a.d protracta linea.a.e. Et sumatur ex hac linea.a.e. lineã a.g. & ex linea.a.b.lineam.a.f. quas ponam esse equales. Et protraham lineam a puncto.g. qualitercũq; contingat in superficie duarum linearum a.c. & a.d. quousq; secet.a.c.in puncto.h. & a.d.in puncto.k. & ipsa sit.h.g.k. Et producam lineas.f.h. & .f.k. Cũ sit igitur.a.f.equalis.a.g. posita.a.k. cõi erit per quartam primi.f.k.equalis.k.g. Et quia ex.20.primi due linee h.f. & .f.k.sunt maiores linea.h.k.erit per conceptionem.h.f. maior.h.g. ideoq; ꝑ.25.ꝑmi cũ sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.b.maior angulo.h.a.g.ꝑ conceptionem igitur constat duos angulos.h.a.f.f.a.k. pariter acceptos eẽ maiores angulo.h.a.k.quod erat demonstrandum.

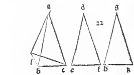


Propositio .21.

OMnis angulus solidus, quatuor rectis angulis minor esse probatur.

¶ Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur: hec ergo.21.proportionaliter proponitur quoq; quoslibet superficiales angulos solidum quẽlibet cõtinentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula piramis.a.b.c.d.cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suoꝝ angulorum hic tñ sit.a. De quo dico ꝙ tres superficiales anguli ipsum.a.continentes sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex.32. primi.9. angulos trium triangulorum hanc piramidem circũstantium & ipsi sunt a.b.c.a. c.d.a.d.b.esse equales sex angulis rectis: de tribus aũt angulis basis eius q̃ est triangulus.b.c.d constat quoq; per eãdem ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igit̃ sex anguli trium trianguloꝝ predictorum hanc nostrã piramidẽ de cuius supremo angulo disputamus circũdantiũ: qui inq̃ sex anguli cũ tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent: sint ex ꝑmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos eẽ maiores duobus rectis. Ex nouẽ igit̃ angulis triũ triãguloꝝ piramidem circũdantium his sex angulis demptis erunt ex cõi scia reliqui tres & ipsi sunt qui constituũt solidum angulũ.a.minores.4. rectis. ¶ Si aũt angulus.a.supremus in assumpta piramide pluribus angulis superficialibus quã tribus cõtineat̃ qđ erit ꝑm multitudinẽ anguloꝝ sue basis: cũ ig̃ıt oẽs anguli oium triãguloꝝ ipsam piramidẽ circũdantiũ ꝑiter accepti sint ex 32 primi tot rectis angulis equales quãtus est numerus anguloꝝ sue basis duplicatus: eo ꝙ tot necesse est esse triangulos piramidẽ circũdantes quot fuerint anguli sue basis. Cũq; omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quantus est numerus anguloꝝ suorum duplicatus: demptis inde.4. vt.in.32.primi demonstratum est. Cunq; igitur omnes an





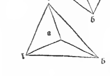
guli triangulorum piramidem circũdantium qui super latera basis ipsius piramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis vt euidenter constat ex premissa totiens quot angulos basis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cõmuni scientia superficiales angulos solidum angulum .a. continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquam minores quo omnes anguli trigonorũ piramidem circundantium qui super latera basis statute piramidis consistunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22.



Si tres anguli superficiales quorum quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores cũctis sibi inuicẽ equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsarum linearum equalium terminis subtendentibus triangulum substitui vel constitui possibile est.

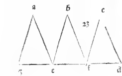
¶ Sint tres superficiales anguli .b.a.c.e.d.f.h.g.k. vt proponitur: tales videlicet vt quiq; duo eorum tertio sint maiores. Sintq; sex latera eos continentia equalia que sint .a.b.a.c.d.e.d.f.g h.g.k. & subtendantur eis tres bases que sint .b.c.e.f. h .k. Ex his ergo tribus basibus triangulum aio constitui posse. Esto enim angulus .b.a.l. equalis angulo .d. & linea .a.l. linee .d.e. & protrahantur .l.b.l.c. eritq; ex .4. primi linea .l.b. equalis linee .e.f. Ex ypothesi vero constat totalem angulum .a. esse maiorem angulo .g. erant .n. quiq; duo ex tribus angulis .b.a.c.d. & .g. tertio maiores. Igitur ex .24. primi linea .l.c linea .h.k. est maior. Cumq; sint ex .20. primi due linee .l.b. & .b.c. maiores linea .l.c. sequitur duas lineas .l.b. & b.c. esse multo fortius maiores linea .h.k. Quia igitur .l.b. est equalis .e.f. erunt due linee .b.c. & .e.f. maiores linea .h.k. Constat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis .b.c.e.f.h.k. esse longiores tertia. Igitur ex .22. primi cõstat verum esse quod dicitur. Hoc dũtaxat addito ꝙ si duo anguli .b.a. & .c.d pariter accepti sint equales duobus rectis erũt due linee .l.a. & .a.c. ex .14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis .g.b. & g.k. que ex .20. primi longiores sunt linea .h.k. cumq; ex eadẽ linee due .l.b. & b.c. sint longiores linea .l.c. sequitur vt prius .b.c. & .e.f. pariter acceptas esse longiores .h.k. At vero si duo predicti anguli sint maiores duobus rectis: erũt ex .21. primi due linee .a.l. & .a c. ideoq; & due .g.b. & .g.k. breuiores duabus que sunt .l.b. & .b.e. quare vt prius .b.c. & e.f. pariter accepte sunt longiores linea .h.k.



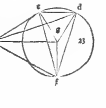
Propositio .23.

Tribus angulis superficialibus propositis quorum quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores oẽs aũt tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibus qualescunq; sint solidum angulum constituere.

¶ Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt .a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnum solidum angulum constituere. Oportet igitur ex .20. huius vt quiq; duo eorum pariter accepti tertio sint maiores & ex .21. huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continentia cũcta ad inuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases & ipse sint .d.e.e.f. & .f.d. eritq; ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalibus triangulum constitui. Sit igitur ex eis constitutus secundum doctrinam .22. primi triangulus .d.e.f. cui sicut docuit quinta quarti circũscribatur circulus .d.e.f. supra centrum .g. & protrahãtur .g d .g e .g f. q cum sint adinuicem equales ex diffinitione circuli lateraq; tres propositos angulos ambiẽtia equalia ex ypothesi necesse est vt earum quelibet quolibet illorum laterum sit minor equalem autem aut maiorem esse ẽ impossibile. Si enim linea exiens a centro .g. ad circũferẽtiam circuli .d.e.f. esset equalis alicui late-



a.d.a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sunt annuente.8. primi tres angulos.a.b.c.ppositos eē equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d.cūq; hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex.13. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circūferentiam in continuum & directum essent ēt tres anguli.a.b.c.equales ēt quatuor rectis quod est contra posita. Quod si esset maior superpositus tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.tribus angulis diuidentibus triangulum.d.e.f.vnoquoq; illi cum quo cōmunicat in basi itaq; bases supponantur basibus equales videlicet equalibus & anguli.a.b.c.cadant ad partem puncti.g.sequeretur ex.21.primi tres angulos.a.b.c.eē maiores tribus qui sunt.d.g.e.e.g.f.f.g.d.essent itaq; maiores quatuor rectis quod ē amplius contrarium positis. Relinquitur itaq; vnum quodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambientibus maius esse linea egrediente a centro.g.ad circūferentiam.d.e.f.ideoq; ēt potentius. Sit igitur potentius in linea.g.h.que sit secundum.12.huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli.d.e.f.Demittanturq; tres ypothemise.h.d.h.e.h.f.quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in pūcto.h.Cum enim quadratū linee.a.d sit equale duobus quadratis duarum linearum.d.g.&.g.h.ex ypothesi. At quadratum linee.d.h.sit eq̄le eisdem ex penultima primi necesse ē lineā.a.d.eē equalem linee.d.h.Eodēq; mō & lineā.a.e.linee.e.h.
a igit ex.8.pmi[a] cū bases ēt sint eq̄les erit angulus.a.eq̄lis angulo.d.h.e.Similiter quoq; erit angulus.b.equalis angulo.e.h.f.& angulus.c.equalis angulo.f.h.d.quare constat factum eē quod facere disposuimus.

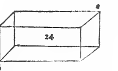


Castigator.

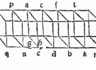
a Quia cum triangulus.d.e.f.sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus prosupponitur latus.e.d.huius trianguli.d.e.f.eē equale illi basi.d.e.subtense angulo.a.Et ideo p.8.primi concludit de angulis.

Propositio .24.

Si superficiebus equidistantibus solidus contineatur eius opposite superficies sibi inuicem equales sunt & equidistantium laterum.



Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedēte. Constat enim columnā exagonam posse.8.superficiebus que bine & bine opposite sibi inuicem equidistant contineri: sic quoq; octogonam.10.& decagonam.12.& ad istarum similitudinem in infinitum. Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur paralellogramum cuius omnes superficies ipsum ambientes paralellograme sunt & istud sex supficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur dico debere intelligi q; hec.24.proponit. Sit igitur tale solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente comprehendas patebitq; tibi vnāquāq; earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine & bine secundum q; ad inuicem opponuntur equidistātes ex ypothesi: sequitur ex.16.bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina equidistantia. Constat itaq; secundum. At vero ex.34.primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq; earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita cōtinentibus: Anguli quoq; ab illis binis & binis lateribus cōtenti eq̄les p 10.huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in pmo libro posite necesse ē quasq; duas supficies i solido.a.b.oppositas eē sibi inuicē equales quod est ppositum.

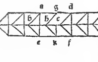


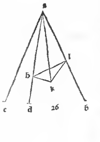
. 25

Propositio .25.

SI superficies quedam secet solidum paralellogramum equidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantem superficiem velut ad cōmunem terminum copulantur suis basibus sunt ꝓportionalia. ¶ Sit corpus.a.b.solidum paralellogramū & secet ipm superficies.c.d.equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt a.e & f.b.& sit superficies.g.b.basis ipsius solidi.a.b.de qua constat ꝑ premissam ꝙ ipsa sit equidistantium laterum. Et sit cōmunis sectio duarum superficierum.c.d.& g.b.linea.h.d.de qua constat per .3. huius ꝙ ipsa sit linea recta & per.16.huius ꝙ ipsa sit equidistans.g.e.ideoq̧ sunt due superficies.g.d.& h.b.equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies.c.d.diuidit solidum .a.b. Dico itaq̧ ꝙ proportio solidi.a.d.ad solidum.b.c.sicut basis.g.d.ad basim.h.b. Protrahantur enim vtrinq̧ quantum libuerit.quatuor linee penetrantes superficiem.c.d.super eius angulos & ipse sunt.a.f. & e.b.cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumantusq̧ ex eis omnibus portiones ex parte puncti.b quot libuerit que ponantur singule equales linee.b.d.& ex parte pūcti.e alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee.e.d.sup quas vtrinq̧ constituantur solida paralelograma secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq̧ ex pte puncti.b. solida .f.k.& l.m. & ex parte puncti.e.solida.a.n.& q.p. Eritq̧ ex diffinitione corporum equaliū atq̧ similium vnum quodq̧ solidorum.f.k.& l.m.equale solido.e.b. & vnūquodq̧.a.n.& p.q.est equale.a.d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum.c.m.ita multiplex solidi.b.c.sic basis.h.m.basis.h.b & solidum.q.c.ita multiplex solidi.a.d.sic basis q.h.basis.g d.& si basis.h.m.est equalis basi.q.h.solidum.c m.est.equale solido.q.c.ex diffinitione corporum equalium atq̧ similium & si basis est minor basi & solidum est minus solido & si maior maius quod patet ex diffinitione eadem resecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripto super eam solido paralellogramo.itaq̧ ex diffinitione incōtinue proportionalitatis proportio solidi.a.d.ad solidum.e.b. sicut basis.g.d.ad basim.h.b.quod est propositum. ¶ Quod si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiē velut ad cōem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. ¶ Sit enim .a.f.corpus seratile cuius sint due trigone superficies.a.b.c.d.e.f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnāquāq̧ trium superficierum que sunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.esse palellogramū. Secet igitur supficies.g.h k.istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt.a.b.c.d.e.f. dico ꝙ proportio seratilis.a.k.ad seratile.g.f.est sicut basis.a.k.ad basim g.f.quod sicut de solidis paralellogramis probatur. Protractis enim in vtrāq̧ partem lineis.a.d.b.e.c.f.factisq̧ inter eas ex parte puncti.e.seratilibus equalibus seratili.g.f.& ex parte puncti.b aliis equalibus seratili.a.k. vtrinq̧ quouis numero ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis. si cūcta vigili mente perlustres non erit tibi difficile cōcludere qđ diximus.

25





26

Propositio .26.

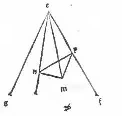
SVper datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum ꝯstituere. ¶ Solidus angulus propositus sit.a.qui contineat tribus lineis.a.b.a.c.a d.tres superficiales angulos ipsum solidū perficientes continentibus cui super pūctum.e.linee.e.f. proposite que ad libitū ꝓponentis iaceat aut in sublimi consurgat iubemur equalē angulū solidū constituere qualiscūq̧ sit situs linee.e.f.a puncto.g.vbicūq̧ volueris signato producito lineā.g.e.erunt q̧ ex secūda huius due linee.e.f.& g.e.in supficie vna. In hac itaq̧ superficie

a

super punctum.e.datum in assignata linea secundum consilium.23.primi constitue angulum eq̄lem angulo.b.a.c.& ipse sit.f.e.g. dehinc ex linea.a.d.abscinde lineā.a.h.sicut volueris & a puncto.h.producito ꝑpendicularem.h.k.ad superficiem in qua sunt due linee.a.b.&.a.c. quod qualiter faciēdum sit.11.huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de pūcto.k. Nihil.n.refert vtrū ꝑpendicularis.h.k.occurrat supficiei in qua sunt due linee.a.b.&.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in earū altera ducito tū lineam.a.k.positoq; puncto.l.in linea.a.b.vbicūq; volueris ꝓtrahe lineas.k.l.&.l.h.& pone angulum.f.e.m.in superficie linearū.e.f.&.e.g.equalem angulo.b.a.k.& lineam.e.m.equalē linee.a.k.&.ex linea.e.f.sume lineam.e.p.equalem linee.a.l.& a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝑpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee.e.f.&.e.g.& pone eam equalem.h.k.& protrahe lineas.e.n.n.p.&.p.m.dico igitur tres lineas.e.f.e.g.e.n.continere angulum solidū in puncto.e.equalē angulo.a.ꝓposito. Cum sint enim ex ypothesi duo latera.a.k.&.k.h.trianguli.a.k.b.equalia duobus lateribus e.m.&.m.n.trianguli.e.m.n.& anguli qui sunt ad.k.& ad.m.recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quarta primi due linee.a.b.&.e.n.equales. Per eandem quoq; erunt due linee k.l.&.m.p.equales. Ideoq; ꝑ eandem.h.l.&.n.p.equales:cum sint.h.k.&.k.l.equales.m.n.&.m.p.& anguli.h.k.l.&.n.m.p.recti p.8.igitur primi erit angulus.n.e.p.equalis angulo.h.a.l. Simili quoq; mō probabis angulum.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d. Constat itaq; nos effecisse quod volumus. Huic si studiosus institeris quotcūq; lateribus.a.solidus angulus ꝓpositus cōtineatur quod a te petit sine offendiculo perficere poteris.

Castigator.

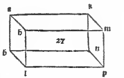
a Non mireris de puncto.g.si ad libitum ponatur & linea.g.e.ꝓtrahatur hoc.n.fit vt habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus supficialis situetur &c.etiam per primam huius si pūctus.g.directe obuiaret pūcto.e.tūc fieret linea vna q̄ tota eēt in eodē plano siue i eadē supficie.

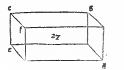


Propositio .27

Super assignatam lineam dato solido equidistantium superficierum simile solidum constituere.

Sit assignata linea.a.b.de cuius situ vtrum in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curetur:sitq; assignatum parallellogramum solidum corpus.c.d. cui super lineam a.b.iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres linee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g. At secundum precepta premisse super punctum.a.linee.a.b.constituatur angulus solidus equalis.c.quem contineant tres linee.a.b.a.h.a.k.& auxilio.10.sexti sit proportio.c.e.ad.a.b.&.c f.ad.a.h.&.g.c.ad.a.k.proportio vna. Dehinc a tribus punctis.b.h.k.protrahantur sex linee.h.l.equidistans linee.a.b.&.h.m.equidistans linee.a.k. iterum.b.l.equidistans linee.a.h.&.b.n. equidistans linee.a.k. Rursus quoq;.k.n equidistans.a.b.&.k.m.equidistans a.b. Amplius autem protrahantur.m.p.equidistans.h.l.&.p.l. equidistans.b.m. protrahatur quoq; & linea.p.n.eritq; completum solidum parallellogramum a.p.quod dico esse simile solido.c.d.Hoc autem ex diffinitione similiū superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris facile concludes.

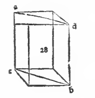


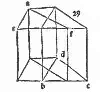


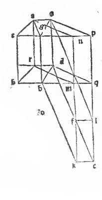
Propositio 28.

Si superficies aliqua solidum parallellogramum super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet eādem supficiē corpus illud ꝑ eq̄lia secare necesse est.

Sit corpus.a.b.solidum parallellogramum de quo sit positū q; supficies.a.b.c.d.secet ipsum sup diametros duarū superficierū oppositarū solidum ipm terminantiū que sint.a.d &.c.b.dico







ꝙ ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cõstat enim ꝙ ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas ⁊ binas adinuicem relatas secundum ꝙ ipse sunt opposita latera solidi propositi manifestum est ex. 24. huius eē equales cum solidum de quo loquimur positum sit esse paralellogramum. Ex eadem quoq; ⁊. 41. pmi constat trilateras superficies dictorum seratilium esse equales. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

¶ Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup vnum latus superficiez oppositarum ⁊ super idem formatur eadē superficices opposita. Et ideo per. 41. sunt eq̃les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficierum per communem scientiam. 7. in primo libro.

Propositio. 29.

Cuncta solida equidistantium superficierum eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Verum est ꝙ solida equidistãtium laterum eque alta siue inter superficies eq̃distantes super vnam ⁊ eandem basim constituta sunt adinuicē eq̃lia sicut de supficiebus eq̃distantium lateꝝ sup vnam basim ⁊ inter lineas equidistantes constitutis vt in. 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ superficierum duo opposita latera sunt fm rectitudinem protracta linea vnat ⁊ de talibus hec. 29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia ad inuicem. Sunt aũt eoꝝ alia que non dicuntur constituta sup lineam vnam ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ supficieꝝ duo latera opposita quecũq; sumantur fm rectitudinem ꝑtracta nõ sunt linea vna ⁊ de talibus sequēs demonstrandum ꝑponet ipsa quoq; oia esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq; duo solida paralellograma eque alta siue inter superficies eq̃distantes. a. b. ⁊. a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoꝝ suppreme superficies sint. e. b. ⁊. f. e. Sintq; haꝝ suppremarum supficieꝝ duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur linea vna ⁊ ipsa sint. e. f. ⁊. b. c. dico itaq; ꝙ solida. a. b. ⁊. a. c. sunt equalia: hoc aũt si figuram eius secundum ꝙ oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quemadmodũ in. 35. primi [b] processeris idem faciens hic de seratelibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurrunt q; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrisse nouisti. b

¶ Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluũtur ista duo solida paralellograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpoꝝ equalium atq; similium ⁊ tunc per cõem scientiam quoꝝ dimidia sunt equalia tota quoq; equalia esse. quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum paralellogramorum. Ideo ⁊ cetera.

Propositio. 30.

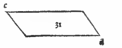
Cuncta solida equidistantium superficierum eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

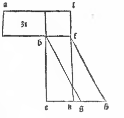
¶ Sint nunc duo solida paralellograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq; super vnam ⁊ eandem basim sed non super lineam vnam constituta: dico iteꝝ ea eē equalia. ¶ Esto enim duo solida palelograma. a. b. ⁊. a. c. eque alta siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nõ sup vnã lineã: sintq; eoꝝ suppreme supficies. e. b. ⁊. f. c. quaꝝ opposita latera fm rectitudinē ꝑtracta non erũt linea vna. Cũq; ipsa ex ypothesi sint in vna supficie eo ꝙ solida ꝑposita sunt inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum ꝑtracta secundum rectitudinem secent duo alterius eaꝝ ꝑtracta fm rectitudinē: ꝑtrahãtur itaq; duo

opposita latera superficiei.e.b.que sint.e.g.& .h.b.& duo opposita sup̄ficiei
f.c.que sint .k.f.& .c.l.& secent se super quatuor puncta.m.n.p.q. eritq; sup̄
ficies.m.n.p.q.equidistantiū lateꝝ equalis vnicuiq; trium superficierum
quaꝝ vna est basis ppositis solidis cōis & ipsa ē.a.d.& due relique sunt sup/
preme sup̄ficies eorūdē solidoꝝ & ipse sunt.e.b.& .c.f. ductis itaq; lineis a
quatuor punctis.m.n.p.q.ad quatuor angulos basis.a.d.sibi ſm directā
habitudinē relatos que sint.n.a.m.r.p.s.q.d.pfectū erit solidū palellogra
mum.a.q.in eadē basi cū vtroq; duoꝝ prioꝝ & eque altū & sup̄ lineā vnā
cū vtroq; ipsoꝝ: ppremissam igit̄ vtrūlibet duoꝝ solidoꝝ ppositoꝝ que
sint.a.b.& .a.c. est equale solido.a.q. p conceptionē ergo ē solidū.a.b.
eq̄le solido.a.c.q̄re constat ppositum. ¶ Potes quoq; cōuersas huius & p/
misse pbare si libet ducendo ad ipossibile. Pones.n.quelibet duo solida
palellogama eē eq̄lia & cōstituta sup̄ eandē basim eqdistantia & demōstra
bis ea eē eque alta. Eritq; hec & premisse tue demonstrationis mediū im
possibile aūt ad qd̄ duces erit.ptem suo toti eē eq̄lem: qd̄ euidenter pate
bit si de illo solido qd̄ altius eē mentit̄ adversarius cū m̄ ambo posita sint
equalia & sup̄ eandē basim cōstituta vnū solidū palellogramū eque altū
demissiori absciderīs: hoc aūt abscisum equale eē demissiori cōuinces ex
hac & premissa.ideoq; & toti illi a quo ipsum abscinderis ex cōi scientia.

Propositio .31.

Olida eqdistantiū superficieꝝ in basibus equis cō
stituta si fuerit eque alta lineeq; eoꝝ angulares su
pra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.
¶ Et hoc quoq; veꝝ ē q oīa solida palellograma i equis
basibus atq; inter superficies eqdstantes siue eque alta cōsti
tuta sint adinuicē eq̄lia sicut de sup̄ficiebus eqdistantium
lateꝝ super equales bases & inter lineas eqd stantes cōstitutis in .36. primi
probatum est. At taliū solidoꝝ alta sunt quoꝝ angulares linee super suas
bases orthogonaliter erigunt̄ de qbus hec.31.pponit demonstrādum ea eē
equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt
orthogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrandū pponit ea eē equa/
lia. Intelligant̄ itaq; super duas bases.a.b.& .c.d.que sint equales & eqdistā
tium lateꝝ nō tm̄ vnius creationis.sed sit.a.b.tetragonus longus.& .c.d.simi
le helmuaym duo solida eqdistantium lateꝝ cōstitura eque alta sintq; li/
nee erecte sup̄ angulos ppositaꝝ basium perpēdiculares ad ipsas dico hec
duo solida adinuicē eē equalia. Protrahant̄ itaq; duo latera basis .a.b. &
sint illa que cōtinent angulū.b.vsq; ad.f.& .e.& fiat angulus.f.b.g.equalis
angulo.c.basis.c.d.& sumant̄ due linee.b.f.& .b.g.equales duobus lateri/
bus basis.c.d.q̄ cōtinent angulū.c.& perficiat̄ superficies eqdistantium la
teꝝ.b.h.que erit equalis & similis basi.c.d. Dehinc ptrahatur.h.e equidi/
stans.b.f.& .f.k.equidistans.b.e.eritq; quadrilatera superficies.b.k.equidi
stantium lateꝝ equalis.b.h.ex.35.primi: cūq; .b.h.sit equalis .c.d.erit per
cōceptionem.b.k.equalis.a.b. Compleatur itaq; superficies equidistantiū
lateꝝ b.l.ptracta linea .k.f.quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus cōtinēti
bus angulum.a.in puncto.l. Age ergo vt super tres superficies equidistan
tium lateꝝ que sint.b.h.b.k.b.l.cōstituantur eque alta solida solido con
stituto super basim a.b.sintq; linee oīum solidoꝝ istoꝝ erecte super bases
perpendiculares ad ipsas & appellentur bases & solida super eas constituta
eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum
equalium atq; similium q duo solida.b.h.& .c.d.equalia atq; similia sunt
¶ De solidis autem .b.h.& .b.k.constat ex.29.q ipsa sunt equalia: sunt.
enim eque alta & constituta super vnam & eandem basim & ipsa est super
ficies erecta super lineam.b.f.& super lineam vnam: est autem per.25 pro
3 portio solidi a.b ad solidum.b.l.sicut basis a.b.ad basim.b.l.& p eandē
solidi.b.k.ad solidum .b.l. sicut basis .b.k.ad basim .b.l. cumq; sit
vtriusq; duarum basium .a.b.& .b.k. ad basim .b.l. vna proportio:
ex prima parte.7.quinti erit vtriusq; duorum solidorum .a.b.& .b.k. ad





solidum.b.l.proportio vna igitur ex prima parte none quinti erunt duo solida.a.b.&.b.k.equalia:at quia solidum.b.k.est equale solido.b.h. solidumq.b.h.solido.c.d.sequitur ex communi scientia solidum.a.b.esse eq̄le solido.c.d.quod est propositum.

¶Castigator.

a ¶Quia imaginatur super totam basim.a.f. vel.e l. paralellogramū solidum constitutum & superficies erecta super lineam.b.f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

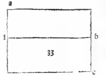
Propositio .32.



Si solida equidistantium superificierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

¶Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistātium terminorum & eque alta & sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex.6.erunt singulares equidistantes & etiam ex ypothesi singule singulis equales ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt:& si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse ad inuicem equalia. Cumq, duorum priorum & duorum posteriorum sint eedem bases videlicet eorum superficies suppreme:constat ex.29.vel.30.& hac communi scentia:quecūq, equalibus sint equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶Ex his potes conuersas huius & premisse eisdem mediantibus indirecte demostrare si libet eodem modo & ad idem incouueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida paralellograma esse equalia & super equales bases & conuinces ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuinces ea sup bases eq̄les.

Propositio .33.



Omnia solida equidistantiū superficierꝫ eque alta suis basibus sunt proportionalia.

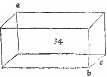
¶Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases.a.b.&.c.d.dico q̄ proportio illorum duorum solidorum vnius ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt.a.b.&.c.d. vnius ad alteram. Constat quidem ex.24. vtranq, harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶Duo igitur latera opposita & equidistantia in superficie.a.b.protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit.f.e.equalis.c.d.Dehinc supra superficiem.f.e.compleatur solidum paralellogramum eque altum ei quod constitutum est super basim a.b.sitq, amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam.b.f.hec autem solida & sue bases eisdem nūcupentur nominibus. ¶Quia igitur basis.f.e.est equalis basi.c.d.erit ex.31.vel.32.solidum.f.e. equale solido.c.d. At quia totale solidum.a.e.secat superficies exurgens super lineam.b.f.equidistanter duobus lateribus oppositis:erit ex.25.proportio solidi.f.e.ad solidum.a.b.sicut basis.f.e.ad basim.a.b. Cumq, sint c.d.&.f.e.tam bases q̄ solida equalia:basis quidem ex ypothesi:solida aūt ex.31.vel.32. Sequit̄ ex.7.quinti bis assumpta semel p basibus & semel p solidis q̄ solidoꝝ.a.b.&.c.d.basiūq,.a.b.&.c.d.sit pportio vna q̄d demōstrare volumus. ¶Huius quoq, cōuersam eadē ipsa meditāte demōstrare quē admodū cōuersas precedentiū nō ē difficile.pones enim duo solida para-

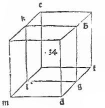
lellograma esse suis basibus ꝓportionalia & conuinces ea eē eque alta ab/scisoq; ab eo ꝙ altius mentiet aduersarius vno solido palellogramo eque alto demissiori erunt abscisum & dimissus suis basibus proportionalia ex ypothesi & ex hac.33.cumq; ēt eēnt totale a tius a quo partiale abscidisti & ipsum demissius eisdē basibus ꝓportionalia ex ypothesi sequtur ex prima pte.9.quinti totale ꝙ aduersariu dicit altius & ptiale qđ ab eo abscidisti esse equalia.

Propositio .34.

SI duo solida equidistātium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eorūdem altitudinibus mutuas eē. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est.

¶ Quocunq; sunt duo solida eqdistantium supficiez equalia eorum bases & altitudines necesse est eē mutekesias & econuerso quemadmodum de superficiebus equidistantium latez equiangulis.13. sexti proposuit. At tamen hac.34. istud demonstrandū ꝓponitur de illis solidis paralelogramis in quibus linee altitudinum suis basibus paralellogramis orthogonaliter insistunt. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida palellograma.a.b.& c.d.equalia quorum bases sint.a.e.& c.f.lineeq; altitudinū ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi.a.b.linea.e.b & solidi.c.d.linea.f d.si igitur fuerint due line.e.b.&.f.d.determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicē cum ipsa quoq; solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa.31. bases eoz que sunt.a.e.& c.f. equales. ideoq; bases & altitudines erunt mutue: sicq; constabit propositi prima pars.& econuerso constabit secunda vt si altitudines & bases sint mutue: ponantur altitudines equales erunt quoq; bases equales.ideoq; per.31.& solida equalia & sic cōstat secunda pars. At ꝫo si linee.e.b.&.f.d.non fuerint equales sit.f.d.maior & ex ea resecetur.f.g. ad equalitatem.e b.tribusq; ceteris lineis que sunt altitudines solidi.c.d. ad eandem mensuram in punctis.h.k.l.resecatis perficiatur solidum paralellogramum.c.g.eque altū solido.a.b.eritq; ex premissa.a.b.ad.c.g.sicut a.e.ad.c.f. Cum itaq;.c.d.sit equale.a.b.erit ex prima parte.7. quinti.c.d ad.c.g.sicut.a.e.ad.c.f.per premissam aūt ē proporno c.d.ad.c.g. sicut m.f.ad.f.l.qđ patet si vna ex lateralibus supficiebus solidi.c d.& ipsa sit.f.m intelligat basis ipsius. At p prima sexti.f.m ad.f.l.sicut.d.f.ad.f.g. ideoq; p.7.qnti sicut.d f.ad.b.e. Igit.a.e ad.c.f.sicut.d f.ad.b.e.cōstat itaq; pria ps. Scđam ptem cū sit cōuersa prie cōuerso mō pbabis: sit.n.eadē dispositione manēte ꝓpomo a.e.ad.c.f sicut.d.f.ad.e.b.dico tūc solida.a.b.& c.d.eē eqlia: erit.n.ex 7.qnti.d.f.ad f.g.sicut.a.e.ad .c.f.sed ex premissa est a.b.ad.c.g.sicut a.e.ad.c.f.igit ē.a.b.ad.c.g.sicut.d.f.ad.f g. ex prima aūt sexti ē.d.f.ad.f.g.sicut.m.f.ad.f.l.& ex pmissa.c.d.ad.c.g.sicut.m.f.ad.f.l.itaq;.c.d.ad.c.g.sicut.a.b.ad.c.g.igitur ex.9.5.a.b.&.c.d.sint equalia: quod est ꝓpositum.



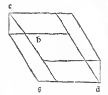


Propositio .35.

SI duo solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eorūdem altitudinibus erūt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quelibet due corpora equidistantium superficierum ꝓbabitur esse equalia

¶ Quod pmissa ꝓposuit de solidis palellogramis quoz linee altitudinū sup bases suas orthogonaliter exurgunt hec 35. ꝓponit indistincte de omnibus. Demonstrare aūt cōuenit hanc ex premissa quēadmodum demonstrauimus.32.&.33. Fabricatis enim duobus solidis eqdistantium laterum quibuscunq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat veꝫ esse quod dr ex premissa. ¶ Sin aūt a quatuor angularibus punctis suppremaz supficiez in vtroq; solido quaterne

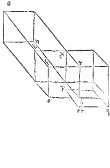
linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus in fimarum superficierum quaterne erigantur: inter quas duo solida para' lellograma perficiantur eque alta solidis prioribus. eruntq; ex. 29. & 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum & eorum sint eedem bases & eedem altitudines: sit aut ex premissa de posterioribus verum quod hec . 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.



Propositio .36.

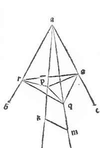
Si duo solida equidistantium superficierum fue' rint similia proportio erit vtriusq; ad alterum tan' q; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint enim duo solida. a. b. & c. d. paralellograma & si' milia: dico q; proportio vnius eorum ad alterum est sicut vnius lateris eius ad vnum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suo' rum relatiuorum laterum proportio duplicata vt in. 18. sexti demonstra' tum est. ¶ Nam si solida. a b. & c. d. fuerint equalia cum ipsa ponantur si' milia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficie' rum cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alterius ideoq; cum duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu ve rum esse quo proponitur. ¶ Si autem inequalia: sit. a. b. maius cuius lon' gitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. e. r. & sit pprema superficies. a. n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constat itaq; ex diffinitione similium corporum & ex diffinitione similium sup' ficierum & presenti ypothesi q; proportio. a. f. ad. c. h. & f. e. ad h g & e. b. ad. g. d. sit pportio vna. Sumatur igitur ex linea. a. f. quam manifestum est esse maiorem. c h linea f. k. equalis. h. c. ceterequ; tres determinantes alti tudinem solidi. a. b. resecentur ad equalitatem eius & inter eas complea' tur solidum paralellogramum. k. b. eque altum solido. c d. & protrahan' tur due linee basis. e. b. vsq; ad. l. & r. b. vsq; ad. m. sitq;. b. l. equalis. g. d. & b. m. equalis. h. g. & perficiatur superficies equidistantium laterum. m. l. que erit equalis & similis. h. d. Super eam igitur erigatur solidum paralello' gramum. p. q. secundum altitudinem prescisam ex altitudine solidi. a. b. eritq;. p. q. equale & simile solido. c. d rursusq; inter lineas. r. b. & b. l. perfi' ciatur superficies equidistantium laterum. b. t. super quam quoq; erigatur solidum paralellogramum. x. l. eque altum vtriq; duorum solidorum. k. b. & p. q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea. ¶ Cum autem duo solida. a. b. p. q. sint similia eo q; ambo posita sint simi' lia solido. c. d. corpora vero vni & eidem corpori similia inter se sunt simi' lia vt patet ex diffinitione similium corporum & . 20. sexti. Manifestum est ex. 25. ter assumpta q; inter duo solida. a. b. & p. q. secundum continuam proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. & x. l. opportune ergo consti tuta vel constructa figura ypothesibusq; memorie firme commendatis ex prima sexti facile concludes propositum. ¶ Exuite torporem & dilige' ter attende scieso; ex. 25 huius proportionem solidi. a. b. ad solidum. k. b. esse sicut superficiei. a. r. ad superficiem. k. r. ideoq; ex prima sexti sicut linee a f. ad lineam. k. f. Et proportionem solidi. k. b. ad solidum. x l sicut su' perficiei. k. r. ad superficiem. x. t. ideoq; sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. Et pro' portionem solidi x. l. ad solidum. p. q. sicut superficiei. r. l. ad superficiem l. m. ideoq; sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. ¶ Ex ypothesi vero liquet q; proportio linee. f r. ad lineam. r. t. & linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut li' nee. a. f. ad lineam k f. atq; ex diffinitione proportionis triplicate posita in prohemio quinti: constat q; proportio solidi. a b. ad solidum. p. q. ideoq; etiam ad solidum. c. d. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata & quia linea. k f posita est equalis linee. c. h. patet verum esse quod dicitur.



¶ Scire autem opportet q; quicquid per hanc. 36. & per. 7. eam continue

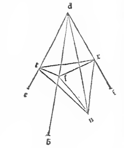
precedentes demonstratum est de solidis paralellogramis. idem quoq; verum est de seratilibus quorum bases communiter sunt trigone aut communiter tetragone. hoc autem ex.25. & hac.36. & .7. eam continue precedentibus constabit ingenioso inspectori. ¶ Si enim fuerint seratilia quelibet eque alta super eādem basim vel super bases equales cōiter tamen trigonas aut communiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidorum paralellogramorum suarum altitudinum ex.28. ipse erunt equalia ex.29 & tribus eam sequentibus: ex his enim constat solida paralellorama ipsis seratilibus dupla esse equalia. ¶ Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quēadmodum de solidis paralellogramis ex.33. habetur ipsa enim sunt ex.28. dimidia solidorum pasalellogramorū sue altitudinis: solidorum autem paralellogramorum sue altitudinis eorūq; basium est vna proportio ex.33. cum itaq; sit solidorum paralellogramorū ꝓportio sicut seratilium quia sicut simplum ad simplum sic duplum ad duplum ex.15. quinti atq; basium solidorum paralellogramorum est proportio sicut basium seratilium. aut enim eedem erunt bases seratilium & solidorum paralellogramorum: & hoc quidem erit cum bases seratilium fuerint tetragone tunc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida paralellograma complenda. Aut bases seratilium erunt subduple ad bases solidoꝝ paralellogramoꝝ: & hoc qdē erit cū bases seratilium fuerint cōiter trigone: tūc .n. erūt ex seratilibus solida paralellograma complenda adiunctis ad bases seratilium superficiebus trigonis vt fiant bases seratilium cum trigonis adiunctis superficiebus: superficies equidistantium laterum sequitur vt sit proportio seratilium sicut suaꝝ basium. ¶ Eodēq; modo si seratilia fuerint equalia fuerintq; communiter super bases trigonas vel communiter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quemadmodum de solidis paralellogramis.34. & .35. proponunt. Hoc autē facile patet ex his que dicta sunt in.35. Si vero seratilia fuerint ad inuicem similia: erit ꝓportio vnius ad alterum. sicut proportio lateris vnius ad suum reliquum latus alterius triplicata quemadmodum de solidis paralellogramis.36. proponit quod ex eadem.36. facile tibi patebit ex illis seratilibus similibus solidis paralellogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: quod ex diffinitione similium corporum & similium superficierum & ex hoc q; seratilia ponuntur adinuicem similia ex.34. primi leue est negociari.



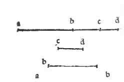
Propositio. .37.

Si fuerit duo anguli plani equales super quos due ypothemise in aere statuantur cum lateribus angulorum subiacentium singulos singulis equos angulos cōtinentes atq; in illis ypothemisis duo puncta signentur a quibus punctis due perpendiculares ad superficies angulorum propositorum demittantur a punctis autem super que perpendiculares ceciderint ad eosdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus ypothemisis continentur equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Sint duo anguli plani .a. & d. eqles contenti lineis .a.b. & .a.c. & .d.e. & .d.f. & super eos erigantur due linee ypothesimaliter .a.g. & d.h. sitq; angulus .g a.c. equalis angulo h.d f. & angulus .g.a.b. equalis angulo .h.d.e. atq; in duabus ypothemisis .a g. & .d.h. signentur quomodolibet duo puncta .k. & .l. a quibus secundum preceptum .11. huius demittantur ad superficies angulorum .a. & .d. due perpendiculares que sint k.m. & .l.n. & protrahantur due linee .a m. & .d n ¶ Dico igitur angulum .g a.m. esse equalem angulo h.d.n. Si linea a k. est equalis .d. l. bene quidem. Si autem ex linea .a.g. sumatur .a.p. equalis .d.l. at a puncto .p. demittatur linea p-



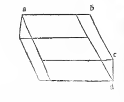
pendicularis ad superficiem anguli.a que sit.p q.manifestum est igitur ꝙ punctum.q.est in linea a.m. quod ex.6. huius & diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constat studiose intuenti. De hinc a puncto.q ducatur perpendiculares due vna ad lineam.a b.que sit.q r.& alia ad lineam.a.c.que sit.q.s.similiter quoq a puncto.n.ducantur due alie perpēdiculares vna ad lineam .d.e.que sit n.t.& alia ad lineam.d.f.que sit.n.x & protrahantur r.s.& t x.iterūq a punctis p.& l.demittantur ypothemise.p.q.p r.p.s.& l.n.l.t.l.x. His itaq positis figuraq prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Constat ex penultima primi ꝙ quadratum linee.a.p est equale quadratis duarum linearum.a.q.& p.q.ac ex eadem ꝙ quadratum.a.q.est equale quadratis duarum linearum.a.s.& s.q.itaq quadratum.a.p.ē equale quadratis trium linearum.a.s.s.q.& q.p. Sed ex eadem quadratum.s p.est equale quadratis duarum linearum.s.q.& p.q.ergo quadratum.a.p est equale quadratis duarum linearum.a.s.& s.p.ideoq ex vltima primi angulus.a.s.p.est rectus: similiq modo probabis vnūquēq trium angulorum d.x.l.a.r.p.d.t.l.esse rectum ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus .s.a.p. equalis angulo .x.d.l.linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea .d.x.equalis.a.s.& x.l equalis.s.p. Eodem quoq modo cum ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l.erit ex eadem linea.a r.equalis d.t.& r p. equalis.t.l quare per quartam primi linea.r.s.erit equalis linee.t.x.& angulus .a.r.s. equalis angulo.d.t.x. & angulus .a.s r .angulo .d.x.t. est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo .d a conceptione igitur erit angulus.s.r.q.equalis angulo.x.t.n.& angulus.r s.q.angulo.t.x.n. Sunt enim residui duorum rectorum demptis equalibus. Necesse ē itaq ex.26.primi vt linea.r.q.sit equalis .t.n. & .q.s. equalis.n.x. Cunq ex penultima primi quadratum linee .r.p. sit equale quadratis duarum linearum.r.q.& q.p.& quadratum linee.t.l.equale quadratis duarum linearum t.n.& l.n.sint autem due linee.r.p.& t.l.equales: due quoq que sunt.r.q.& t.n. equales: sequitur ex communi scientia duas que sunt.p q.& l n.esse equales. ¶ Eodem modo cum quadratum linee.a p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt .a.q.& q.p.similiter quadratum linee d.l.quadratis duarum linearum que sunt.d.n & n.l.sit autem a.p.equalis.d.l. & p.q.equalis.l.n.sequitur ex communi scientia.a.q.esse equalem.d.n.ex.8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum.p.a.m. esse equalem angulo.l.n.d.



Propositio .38.

Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.

¶ De solidis parallellogramis intelligatur: de his enim qualiacunq sint dūtamen equiangula verum est ꝙ contētum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continentur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum est in .16. sexti & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte .13. eiusdem. Sint igitur tres linee .a .b.b.c.& .c d.continue proportionales fiatq ex eis vnus angulus solidus ad libitum & perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea.a.b.sit longitudo.b.c.vero altitudo.sed.c.d.latitudo & ipsum solidum dicatur.a.d.sumpta quoq alia linea quelibet equali.b.c.que etiam vocetur b.c. super ipsius extremitatē que est.b constituatur angulus solidus equalis angulo solido a.secundum quod docet.26.lineeq cetere solidum angulum.b. continentes resecentur ad equalitatem linee.b.c.& perficiatur solidum equidistantium superficierum cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea .b.c. & ipsum appelletur .b.c. ¶ Dico itaq duo solida .a.d. & b.c. esse equalia



Manifestum est enim q̄ cuncte superficies vnius sint equiangule suis relatiuis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest nam cum solidus angulus .b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus angulus vniuscuiusq̄ superficiei solidi a.d. sit equalis vni angulo sue relatiue superficiei in solido . b.c. itaq̄ per .34. primi eorum oppositi erunt equales. At quia vniuscuiusq̄ superficiei quadrilatere omnes anguli sunt equales quatuor rectis ex .32. primi : necesse est duos reliquos vnius esse equales duobus reliquis sue relatiue. cumq̄ ipsi duo reliqui in qualibet sint etiam ad inuicem equales conuincitur necessario vt vnaqueq̄ ex superficiebus solidi .a.d. sit equiangula sue relatiue in solido .b.c Quare ex secunda parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales. Sunt enim equiangule & laterum mutuorum. Si itaq̄ linee altitudinum super bases ipsorum orthogonaliter insistunt constat ex .31 .ipsa esse equalia cum enim hee linee sint equales & ipse determinent altitudinem solidorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex premissa hee perpendiculares adinuicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstrationis figura due linee .p.q. & .l.n. quas demonstrauimus oportere esse equales. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex ꝑpendicularibus a summitatibus ipsorum ad suas bases descendentibus diffinitur erunt ex .32. duo solida .a.d. & .c.b. equalia. Conuersa quoq̄ huius possumus si delectat conuerso modo probare. Vt si paralellogramum corpus .a .d. sit equale & equiangulum corpori paralellogramo .b.c. & corpus .b.c. contineat a media triū linearū cōtinentiū corpus .a.d. erūt tres linee cōtinētes corpus .a.b. cōtinue ꝓportiōales. Cū.n. duo solida ꝑalellograma .a.d. & .c.b. sint equalia & eque [a] alta ex ypothesi ipsa erūt sup̄ bases equales per conuersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima parte .13. sexti q̄ ipse sunt mutuorum laterum itaq̄ proportio .a.b. ad .b.c. sicut .b.c. ad .c.d. quare constat propositum.

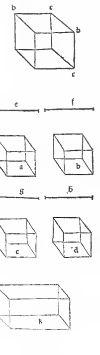
Castigator.

a Per conuersam .31.32. huius quoniam bases sunt equales ex prima .13. sexti. Ideo eque alta.

Propositio .39.

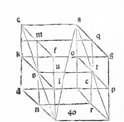
Si fuerint quotlibet linee ꝓportionales solida quoq̄ sua equidistantium atq̄ similium vniuscuiusq̄ creationis superficierum erunt proportionalia. si vero solida equidistantium atq̄ similium vniuscuiusq̄ creationis superficierum fuerint proportionalia linee quoq̄ a quibus ipsa solida continentur erunt proportionales. Simile ꝓponit vigesimaprima sexti de superficiebus.

Sint enim 4. linee .a. b. & .c.d. proportionales & super has fabricentur quatuor solida paralellograma eisdem nominibus dicta que sint expresse similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cetera secundum precepta .27. constituenda erunt dico hec .4. solida esse proportionalia & econuerso. Subiugantur enim duabus lineis .a. & .b. in continua proportione due : que sint .e.f. quemadmodum docet .10. sexti & duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g . & .h. constat igitur ex .36. & ex diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti & ex hac ypothesi q̄ solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi adinuicem sint exprese similia q̄ proportio solidi .a. ad solidum. b . est sicut proportio linee .a. ad lineam .f. Solidi quoq̄ .c. ad solidum .d. sicut linee .c ad lineam .h. & quia per .11. quinti proportio linee .a. ad lineam f. est sicut linee .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. Secūda sic



sint duo so lida.a.& b.sibi ad inuicem similia duo que sint.c.&.d sibi ad inuicem expresse similia. Sintq; cuncta parallelloramata & ponantur pportionalia.dico q; linee.a.b.&.c.d.super quas sunt constituta sunt proportionales. Sit .n.ex.10.sexti sicut linea.a.ad lineam.b.ita linea.c.ad lineã .k.& sint sm.27.huius super lineam.k.solidũ expsse simile solido.d.qđ ẽt dicatur.k.eritq; ex diffinitionibus similium corporum & similium superficiez.&.20.sexti corpus.k.expsse simile corpori.c.ideoq; per primã partẽ huius.39.iam pbatam erit pportio solidi.a.ad solidum.b sicut solidi c.ad solid .m.k.& quia eadem erat solidi.c.ad.solidum.d.erit ex secunda parte none.quinti solidum.k.eq̃le solido.d.cũq; eẽt sibi expresse simile sequitur lineam.k.eẽ equalem linee.d. Equalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata vel quotiẽslibet sumpta nisi ex equalitigitur ex secunda parte.7.quinti constat ẽt hmõi pars secũda. Dec peris aũt si arbitrans oportere vnũ quodq; quatuor solidoz.a b.c.d. eẽ simile cuilibet alioz:necesse ẽ.n.duo solida.a.& b.sibi adinuicẽ ueq; duo c.&.d. sibi ad iuuicẽ eẽ similia:solida aũt.c.&.d.solidis.a.& b.eẽ similia cõtingens est necessariũ aũt nõ. Idẽ ex hac.39.de seratilibus facile poteris cõcludere.

Propositio .40.

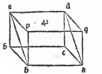


Si incisa fuerint latera duarum oppositarũ superficierũ cubi vnũ quodqz i duo media exierintqz a punctis sectionum due superficies se vicissim secantes & cubum communem earum sectionem diametrum cubi per equalia secare & ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a.b. de quo constat per diffinitionem q; omnes lineeipsum continentes sint equales & eius superficies rectangule:tale enim corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies.a.c.d.e. superficies vero eius supprema .b.f.g.h. dextra vero eius superficies sit.a.e.g.h.sinistra ãt superficies sit.b.f.c.d.citerior quoq; sit.d.e.b.h. sed vlterior a.c g.f.eiusq; diameter sit a.b.Diuidãtur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficierum oppositarum eius per equalia:& sint nunc superficies quarum latera diuidantur dextra atq; sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera:dextre quidem super quatuor puncta que sunt.o.p.q.r. Sinistre vero super quatuor que sint.k.l.m n & coniungantur puncta in his superficiebus opposita ductis lineis.o.p.& q.r.que secent se in puncto t. Itẽq;.k.l.&.m.n.que secent se in pũcto.s.& perficiantur due superficies secãtes se inuicem & cubum:protractis itẽ lineis.o.k &.p.l.q.m.&.r.n sitq; harum duarum superficierum communis sectio linea.s.t. dico igitur q; linea .s.t. diuidit diametrum . a . b .,& diuiditur ab eadem diametro per equalia;quod patet vtraq; enim earum transit per centrum cubi.

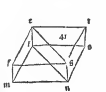
¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim due linee.t.a &.t.h. & item due .s c s b. eritq; ex .4. primi .a.t. equalis .t.h . &.s c. equalis .s.b.constat autem ex prima parte .29. primi:q; angulus.p.t.q.est equalis angulo.a.q.t.Et ex.4. primi angulus.h.t.p.est equalis angulo.t.a.q. Itaq; ex.32.primi totus angulus .h.t.q. cum ãgulo.q.t.a.valet duos rectos Quare ex.14.pmi linea.a.h erit linea vna. Similiter quoq; linea.a.b erit linea vna. Atqa ex 9 huius linea.a.c.ẽ eq distans linee.b.h.Vtraq; enim est equidistans linee.d e.cumq ipse sint eq les quia latera cubi. Sequitur ex.33.primi duas lineas.a.h.&.c b.eẽ equales & equidistantes Ideoq; per cõceptionem earum medietates que sunt a.t.& b.s.erunt equales. Ex.7.autem huius manifestum est quod linea.s.c.est in superficie duarum linearum.a.h.& b.c & ex eadẽ linea .a.b. que est diameter cubi.est etiam diameter superficiei paralellogrameq.a.c.b.h.itaq; linea s.t.secat diametz.a b. Secet ergo ipsam in puncto .u. Dico ergo linea.s.u.eẽ equalẽ linee.u.t.Et linea ẽt a.u.linee.u b Intelligantur duo trianguli a.t u.b.s u.quoz anguli q sunt ad t & s sint equales adinuicem. Similiter anguli eorũdem q sunt ad.a.&.b.eq̃les adinuicẽ ex pri

parte.29.primi: propter id q linea.a.t. equidistat linee .s.b. Et quia etiã ipse sunt adinuicem equales: sequitur ex.26. primi quod propositum est.
¶ Idem quoq eodem modo concludatur ꝯ si solidum.a.b.nõ sit cubus sed solidum corpus paralellogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq super basim ortogonaliter erectum siue etiam ꝯ super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac.40.figuratio cubi ad omnes figuras paralellogramas solidas.



Propositio .41.

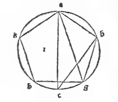
Si duo corpora seratilia quorum alterum basim triangulã alterum vero basim.habeat equidistantiũ laterum ipsi basi triangule duplam eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.
¶ Sit superficies.a.b.c.d.equidistantium laterum dupla trilatere superficiei .e.f.g. ꝯ super as duas superficies fiant duo corpora seratilia eque alta: sitq seratile quod est supra basim quadrãgulam .a. b.h. d .c.k.cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita.a.b c.d.alia eius superficies equidistantium laterum est.a.b.d.k.tertia vero est.b.h.c.k.due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus.a.b.h.reliqua vero triangulus.d.c.k.seratile autẽ quod est super basim triangulam.e.f.g.sit e.f.g.l.m.n. cuius altera duarũ trilaterarum superficierum est basis predicta: reliqua vero triangulus .l.m.n.trium autem superficierum eius equidistantium laterum: prima quidem est.e.f.l.m.secunda vero.e.g.l.n.tertia vero.f.g.m.n.Dico itaq hec duo seratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida paralellograma adiungendo vtriq duorum propositorum seratiliũ aliud seratilie sibi equale. Primo quidem seratili super eãdem basim sitq adiunctum seratile.a.p.h.d.q.k. Cuius due trilatere superficies sunt .a.p.h.d.q.k. Tres autem quadrilatere: prima quidem.a.h.d.k.que est terminus communis sibi ꝯ ei cui adiungit. Secũda vero.a.d.p q.Tertia quoq p.q.h.k. ¶ Secundo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo.e.f.g.alius triangulus equalis qui sit.e.g.r.ita q tota superficies.e.f.g.r.sit equidistantium laterum ꝯ super hunc triangulum fiat seratile.e.g.l.r.n.s.quod cum illo cui adiungit perficiat corpus paralellogramum. Huius seratilis adiuncti: due trilatere superficies sunt.e.g.r.l.n.s.Tres autem paralelograme sunt: prima quidẽ e.l.r.s. Secunda.e.l.g.n.ꝯ ipsa est communis terminus sibi ꝯ ei cui adiungitur. Tertia vero.g.r.n.s. ¶ Manifestum ẽ igitur ex diffinitione solidorũ equalium atq similium q duo seratilia paralellogramum componentia solidum.a.k.sibi inuicem.itẽq duo componentia solidum paralellogramum.e.n.sibi adinuicẽ sunt equalia. At vero ex.31.vel ex .32. huius duo solida.a.k.ꝯ e.n sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per comunem scientiam constat ea eẽ equalia: quecunq enim fuerint equalia eorum medietates necesse est eẽ equales: liquet itaq quod propositum est.



¶ Castigator.

a ¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit multilateras ꝯ sunt a quadrilateris vsq i infinitum semper tñ rectilinee.

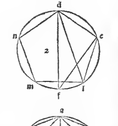
Duodecimus liber. Euclidis de multiangularum seu multilaterarum superficierum similium circulis inscriptarum alterius ad alterā ꝓportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.



Propositio .1.

Omnium duarum superficierū similium multiangularuꝫ inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tā ꝙ proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circūscribentium proueniunt.

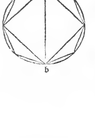
¶ Sint duo circuli .a.b.c.d.e.f. quibus inscribantur due quelibet figure poligonie que ponantur ad inuicem similes: sintq̄ nūc penthagone inscripte vt docet .11. quarti ꝗ ipse sint .a.b.g.h.k. aliud penthagonum .d.e.l.m.n. diametri quoq̄ circulorum sint .a.c. ꝗ .d.f. dico itaq̄ ꝙ proportio penthagoni .a.b.g.h.k. ad penthagonum .d.e.l.m.n. est sicut quadratum diametri .a.c. ad quadratum diametri .d.f. protrahantur enim in vtroq̄ circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro non conterminalis se inuicem cancellantes intra ipsum penthagonum in hoc quidem .a.g. ꝗ .c.b. in illo aūt .d.l. ꝗ .f.e. eritq̄ ex .6. sexti triangulus .a.b.g. equiangulus triangulo .d.e.l. nā cū penthagoni ponant ad inuicē similes erūt ex diffinitione similiū ſupficieꝝ angulus .b. eq̄lis angulo .e ꝗ latera ipsos cōtinentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio .a.b. ad .d.e. sicut .b.g. ad .e.l. cū sint aūt ex .20. tertii duo anguli .f. ꝗ .l sibi inuicē equales. Itēq̄ duo alii .c. ꝗ .g. sibi inuicē eq̄les erūt duo qui sunt .c. ꝗ .f. adinuicē equales ex hac cōi sciatq̄ eq̄libus sunt eq̄lia sibi quoq̄ equa eē necesse ē. Et q̄a ex pria pte .30. tertii vterq̄ duoꝝ anguloꝝ .a.b.c.d.e.f. est rectus seq̄tur ex .32. primi duos triangulos .a.b.c.d.e.f. eē eq̄angulos quare ꝑ quartā sexti ꝓportio diametri .a.c. ad diametꝝ .d.f. ē sicut lateris .a.b. ad latus .d.e. cū itaq̄ ex scd̄a pte .18. sexti ꝓportio duoꝝ pēthagonoꝝ sit sicut ꝓportio lateris .a.b. ad latus .d.e. ꝓportio duplicata ꝗ ꝑ eādē ꝓportio q̄drati diametri .a.c. ad q̄dratum diametri .d.f. sit sicut diametri .a.c. ad diametꝝ .d.f. duplicata ꝑ hāc cōem sciam: quorum dimidia sunt equalia ipsa quoq̄ adinuicem esse equalia manifestum est quod propositum est.



Propositio .2.

Omnium duorum circuloꝝ est proportio alterius ad alterum tāꝙ proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

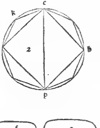
¶ Sint duo circuli .a.b. ꝗ .c.d. quoꝝ diametri quoq̄ dicātur .a.b. ꝗ .c.d. dico itaq̄ ꝙ ꝓportio circuli .a.b. ad circulū .c.d. est sicut quadrati .a.b. ad quadratū diametri .c.d. Manifestum enim est ex hac cōmuni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam ꝙ proportio quadrati diametri .a.b. ad quadratum diametri .c.d est sicut circuli .a.b. ad superficiem aliquam que sit .e. cuiuscunq̄ figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo .c.d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo .c.d. sit itaq̄ minor in superficie .f. itaq̄ circulus .c.d. sit equalis duabus superficiebus .e.f. pariter acceptis constat igitur ex prima .10. ꝙ totiens possit ex circulo .c.d. suisq̄ residuis subtrahi maius dimidio quousq̄ relinquatur quantitas aliqua minor .f. inscribatur ergo sibi



vt docet.6.quarti quadratũ.c.d.g.h.de quo cõstat q ipsum sit maius medietate circuli. Quadratum enim quod est duplum ad ipsum est circulũ circũscribens vt patet ex penultima primi & .7.quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus supficie.f.sufficit. Sint aũt quatuor arcus existentes super dicta latera p equalia diuidantur & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuentur per lineas rectas. verbi gratia arcus.c.g. diuidatur per equalia in puncto.k. & protrahantur linee.k.c.k.g.sicq de ceteris. Erit q quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior medietate portionis in qua existit eo q ois triangulus ysocheles est medietas paralellogrami sue basis per.41.primi. Sint itaq portiones existentes super latera octogonii inscripti pariter accepte minus superficie.f.si enim nondum hoc esset nõ cessarem diuidere arcus quoꝝ latera vltime descripte figure sunt corde per equalia: & iscribere figuram equilateram duplo plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius dimidio quousq per primã.10.portiones super latera alicuius talis figure circulo inscripte existentes pariter accepte erunt minus superficie.f. Sint ergo nunc que dicte sunt erit q ex conceptione octogonum.c.d.maius superficie.e. In circulo igitur.a.b.eadem via inscribatur simile octogonum: quod dicatur.a.b.sitq ex premissa proportio octogoni.a.b.ad octogonum.c.d. sicut quadrati diametri.a.b.ad quadratum diametri.c.d.adeoq per.11.quinti sicut proportio circuli.a.b.ad superficiem.e.itaq pmutatim poligonii.a.b.ad circulum.a.b.sicut poligonii.c.d. ad superficiem e.cumq sit poligonium.c.d.maius superficie.e.erit poligonium.a.b maius circulo.a.b.hoc aũt impossibile non est ergo supficies.e. minor circulo.c.d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit: cum igitur sit pportio quadrati diametri.a b.ad q̃dratum diametri c.d.sicut circuli.a.b.ad supficiẽ.e.erit ecõuerso q̃drati diametri.c.d.ad q̃dratũ diametri.a.b.sicut supficiei.e.ad circulũ.a.b.& cõstat ex cõi scia i pncipio huius demõstrationis posita q eadẽ ẽ circuli.c.d.ad aliquã supficiẽ q̃ sit.f.eritq ex.14.qnti supficies f.minor circulo.a.b.itaq proportio quadrati diametri.c.d.ad q̃dratum diametri.a.b.erit sicut circuli.c.d.ad superficiem.f.minorem circulo.a.b.ª Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi ĩpossibile ° videlicet poligoniũ inscriptũ circulo maius esse circulo: sicut ergo supficies e.non põt eẽ minor circulo.c.d. ita nec maior: erit ergo necessario eq̃lis quare per secundam partẽ.7.quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

a Quia tũc sequeretur poligonii.c.d.ad circulũ.c.d.eẽ sicut circuli.a.b.ad quãtitatem.f.& sic poligoniũ.c d.eẽt maius circulo.c.d.quod ẽ impossibile cum sit pars eius vt paulo ante conclusisti poligonium.a.b.esse maius circulo.a.b.&c.

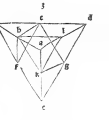


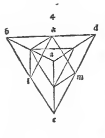


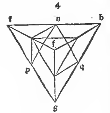
Propositio .3.

Omnis piramis cuius basis triangula scindi põt ĩ duas equas piramides sibi inuicẽ totiq piramidi similes vnaq; in duo seratilia q̃ ambo pariter accepta dimidio totius piramidis necesse ẽ eẽ maiora.

Sit piramis.a.b.c.d. super basim triangulam.b.c.d.eiusq vertex solidus angulus.a.a quo demittantur tres ypothemise.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos basis: & diuidantur omnia latera basis per equalia in tribus punctis.e. f.g. tres quoq ypothenuse per equalia in tribus punctis.h.k.l.& protrahantur in basi due linee.e.f.& .e.g.eritq basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo trianguli.b.e.f.e.g.d.quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione similium superficierum constat esse similes sibi inuicem & toti basi equales ad inuicem ex.8.primi tertia est tetragona: paralellograma & ipsa est.e.f.g c.quam constat esse duplam ad triangulum.e.g.d.ex.40.& 41.primi: demittant ergo rursus a pũcto.h.due ypothesime.h.e.f.h.&.a







puncto.k.ypothemisa.k.g. & protrahantur linee.h.k.k.l & l h. diuisa & itaq; tota piramis.a.b.c.d.in duas piramides que sunt.h.b.e.l & a.b.k.l. & duo seratilia quorum vnum est.e.h.l.g.k c. & est si per basim quadrangulam.c.f.g.e. & aliud est.e.g.d.b.k.l. & est super basim triangulam e.g.d.de duabus aũt piramidibus.b.b.e.f.a.h.k.l.q; ipse sunt equales adinuicem sibiq; & toti piramidi.a.b.c.d similes:constat ex diffinitione corporum equalium & similium & ex.10.11.libri & ex secunda parte.2 sexti. De duobus aũt seratilibus q; ipsa sint eq̃lia constat ex vltima.11.libri. Quod vero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius piramidis:ex hoc manifestum est q; vtrunq; illorum diuisibile est in duas piramides quarum altera triangula equalis vni duarum in quas & seratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula que dupla est ad reliquam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis piramidis diuise:hanc proportionem si scire desideras.sextam huius .12. libri consule.sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides i quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositio .4.

Si due piramides eque alte quarum bases triangule singule in binas piramides equales sibi inuicem ac toti similes binaq; seratilia equalia diuidantur erit proportio basis vnius ad basim alterius tanq; proportio duorum seratiliũ suorum ad duo seratilia alterius.eritq; pales oĩa seratilia que fuerint in vtralibet illarum piramidum pariter accepta ad cuncta seratilia que in altera piramide fuerint eandem habere proportionem q; basis eius piramidis ad basim alterius piramid.e.

Sint due piramides quarum bases triangule eque alte hec quidem.a.b.c.d.cuius conus punctus a. basis triangulus.b.c.d. ypothemise.a.b.a.c.a.d.illa vero .e.f.g.h. cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h. ypothemise.e.f.e.g.e.h hee aũt due piramides diuidantur sicut in premissa. Sintq; bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint.k.l.& k m.illa vero protractis lineis que sint.n.p.n.q.dico ergo q; proportio basis.b.c.d. ad basim .f.g.h. est sicut duorum seratilium piramidis.a.pariter acceptorum ad duo seratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifestum est aũt ex.18.sexti pte secunda q; proportio trianguli b.c.d.ad triangulum k.m.d est sicut linee b d. ad lineam.k.d.duplicata p eandem quoq; est proportio trianguli.f.g.h. ad triãgulũ.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineã n.h duplicata. Cũq; sit linea.b.d. ad lineã.k.d.sicut linea.f.h ad lineã.n.h. vtrobiq;.n.ẽ dupla proportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulum.k.m.d sicut triangulus.f g h. ad triangulum.n.q.h.& pmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulũ.f.g.h.sicut triãgulus.k.m.d.ad triãgulũ.n.q.h.triãgulus aũt.k.m.d.ad triangulũ. n.q.h.ẽ sicut seratile exñs sup ipm ad seratile exñs sup illũ p.33.vndecimi huius quoq; seratilis ad illud ẽ sicut ambo, seratiliũ piramidis.a. piter acceptorum ad ambo seratilia piramidis.e.piter accepta ex.15. qnti: necesse est.n. vt sit duplum ad duplum quemadmodũ simplum ad simplum.itaq; conclude ex.11.quinti quod propositum est. Doemitas aũt si dubitas seratilia vnius harum piramidum eque alta esse seratilibus piramidis alterius.cũ n.sint piramides eque alte:sit quoq; vtraq; ea diuisa i duas piramides eq̃les sibi totiq; similes & in duo seratilia eq̃lia & sint due partiales piramides eque alte eo q; similes & equales quod facile patebit demissis a verticibus partialium piramidum perpendicularibus ad bases ipsarum: de quibus ppendicularibus ex.32. vndecimi constat esse equales Cunq; altitudines harum partialium piramidum pariter accepte componant altitudinem totalis piramidis diuise. Sintq; ambo seratilia eque alta vni partialium piramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota

lis piramidis componitur non est phas ambigere seratilia vnius earum piramidum esse eque alta seratilibus alterius earum. Correllarium vero ex eo manifestum est q similiter bases partialium piramidum sic se habeant adinuicem sicut bina seratilia vnius ad bina seratilia alterius. & quia bases partialium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte.18.sexti & permutata proportione constat ex.15.quinti verum esse quod correllarium proponit.

Propositio .5.

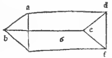


Omnes due piramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sunt proportionales.

¶ Quod 33.vndecimi proposuit de solidis parallelogramis & in fine.30.vndecimi verum esse demonstrauimus de seratilibus.hec quinta.12.proponit de piramidibus triangulis. Intelligantur enim due piramides eque alte quarum bases sunt duo trigoni.a.&.b.dico q proportio piramidis.a. ad piramidem.b est sicut basis.a.ad basim.b quod eodem demonstrationis vel argumentationis genere demonstrandum est quo secundam huius demonstrauimus.sit enim vt basis.a.ad basim b.ita piramis.a ad corpus c de quo dico q ipsum non erit minus neq maius piramide b nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido.d. vt piramis b.sit equalis duobus corporibus.c.& d parte. acceptis diuisa itaq piramide.b. vt proponit.3.detrahantur ab ea duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius itemq ex vtraq duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur & fiat hoc totiens quousq ex piramide b.cogatur aduersarius per primam 10.confiteri relinqui minus solido.d.eruntq ex communi scientia seratilia detracta maius c.fiat igitur a piramide.a similis seratilium detractio & intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide.a quot detraximus ex piramide.b.eritq ex correllario premisse sicut basis.a. ad basim .b. ita seratilia detracta a piramide.a.ad seratilia detracta a piramide,b. sed sic erat piramis.a.ad corpus.c.itaq seratilia piramidis a.ad seratilia piramidis .b, sicut piramis a.ad corpus.c & permutatim seratilia piramidis.a.ad piramidem.a sicut seratilia piramidis b. ad corpus .c. Cumq sint seratilia piramidis.b maius corpore c.erunt seratilia piramidis.a.maius piramide a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus c. minus piramide.b. sed nec maius.hoc enim posito cum sit proportio basis .a. ad basim .b. sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit econuerso basis,b,ad basim.a.sicut corporis.c.ad piramidem.a.Eritq eadem ex communi scientia piramidis .b. ad aliquod corpus quod sit d.sequeturq ex 14 quinti q corpus.d. sit minus piramide.a.eo q piramis.b.ponitur minor corpore.c. Erit igitur basis.b.ad basim.a.sicut piramis.b ad corpus minus piramide.a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile videlicet seratilia detracta ab aliqua piramide maius esse ea piramide a qua detrahuntur ideoq te inquitur corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit esse nec maius & proportionem piramidis a.ad piramidem b.esse sicut basis.a.ad basim b.hoc erat autem demonstrandum.



Propositio .6.



Omne corpus seratile in tres piramides equales bases triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile a.b c.d e.f.ipsum dico esse diuisibile in tres piramides triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaque earum trium superficierum parallelogramarum linea diagonalis itaq vna earum diagonalium sit conterminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas.b d.b.f.& f a quas propter confusionem protrahere contempsi eritq totum seratile in tres triam

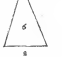
gulas piramides diuisum quas ex premissa bis assumpta facile constat eē equales. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule vt omnium cognitionem ex elementis que ponit: sufficienter elicere possimus: quedam arbitramus non inutile demonstrationibus hic positis adiungere: solis enim elementis contentus Euclides multa pretermisit que quamuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulam: piramis vero super trigonam que quadrāgule basis seratilis sit dimidiū ꝯstituta fuerint eque alta seratile piramidi triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositum fuerit super basim trigonam tunc ex piramide proposita super propriam basim perficiatur seratile piramidi proposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adiiciatur triangulus ex quo & basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quam ex ipsa piramide compleatur seratile piramidi eque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est eque altum & vtrorunq; bases sunt equales ex ypoti. sequitur ipsa esse equalia hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex 6. huius .12. libri seratile secundum triplum ē ad piramidem propositam: nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum seratile diuiditur. Erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam piramidem.

¶ Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnas eandēq; b. sint siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse ad inuicem equales necesse est.

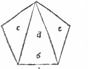
¶ Fabricato enim vno seratili eque alto piramidibus propositis super basim triangulam equalem basibus propositarum piramidum aut super basim quadrangulam duplam basibus earūdem: erit ipsum seratile triplum ad piramides singulas. hoc enim constat ex premissa addita siue interposita: igitur ex communi scientia cuncte proposite piramides sunt vt diximus adinuicem equales.



a

¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales.

¶ Fiant super bases propositarum piramidum aut super alias trigonas equales aut super paralellogramas duplas seratilia ipsis piramidibus eque alta eruntq; ob hoc seratilia sibi inuicem eque alta & quia seratilia suis basibus sunt proportionalia vt probatum est in .36. vndecimi .33. ipsius mediante. Cumq; ex prima harum additarum manifestū sit hec seratilia tripla esse ad propositas piramides vnumquodq; videlicet ad suam relatiuam: basesq; ipsorum equales aut duplas eē basibus ipsarum sit aūt ex .15. quinti vt triplum ad triplum ita simplum ad simplum erūt quoq; proposite piramides suis basibus proportionales.



b

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritq; alterius basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases .a. & b. sitq; basis .a triangula .b. vero penthagona. Et dicantur hee piramides .a. & b. itaq; dico propotrionem piramidum .a. & b. esse sicut basiū a. & .b. distinguatur quidem pēthagonus .b. in tres triāgulos .c. d e. eritq; tota piramis b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli .c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio piramidis .c. ad piramidem .a. est sicut trigoni .c. ad trigonum .a. & piramidis .d. a piramidem .a. sicut trigoni .d.

ad trigonum .a. itēq; piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .24. quinti bis assumpta sequitur ꝙ sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. ⁊ ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. ⁊ ipsum est penthagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

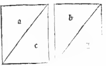
¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus ꝓportionales esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos ⁊ ipsa piramide in piramides triangulares: erit ex premissa interposita ꝓportio vniuscuiusq; harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliquā sicut sue basis ad basim alterius. itaq; per .24. quinti quotiēs oportet assūptam: constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.

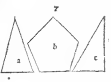
Si due piramides triangularium basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases ⁊ altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

7



¶ Quod trigesima quarta ⁊ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: ⁊ nos in .36. eiusdem demōstrauimus de seratilibus: hec septima .12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. ☞ Intelligantur enim due piramides equales super duos trigonos vel triangulos .a. ⁊ .b. que dicantur .a. ⁊ .b. dico itaq; ꝙ proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. ⁊ si hoc fuerit dico piramides .a. ⁊ .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. ⁊ .b. duo alii, qui sint .c. ⁊ .d. vt fiant ambe superficies .a. c. ⁊ b. d. equidistantiū laterum ⁊ ex ipsis piramidibus super bases .a. c. ⁊ .b. d. compleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur a. c. ⁊ .b. d. Manifestū igitur ē ex sexta huius .12. ꝙ piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. ⁊ piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq; ex .35. vndecimi argue propositum: primam quidem partem ex prima secundam autem ex secunda.

7



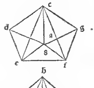
¶ Quod si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

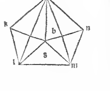
¶ Si bases vtrarumq; fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantū igitur .a. basisq; alterius piramidis sit .b. ⁊ sumatur trigonus .c. equalis poligonio .b. fiatq; super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. ⁊ sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidū ⁊ basium. Quia igitur ex ypothesi due piramides .a. ⁊ .b. sunt eq̄les ⁊ ex vltima interpositarum ad sextam huius dueq; piramides .b. ⁊ .c. sunt eq̄les: ⁊ erunt ex communi scientia due piramides .a. ⁊ .c. equales: igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumq; bases .b. ⁊ .c. sint equales: altitudines quoq; piramidum .b. ⁊ .c. equales. Erunt ex prima parte ⁊ secunda .7. quinti bases .a. ⁊ .b. mutue altitudinibus piramidum .a. ⁊ .b. ☞ Secunda pars cōuerso mō probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. erit ex .2. pte ⁊ pria .7. qnti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaq; ex scd̄a pte huius .7. due piramides .a. ⁊ .c. sunt equales quare ꝑ cōmunem sciam due quoq; piramides .a. ⁊ .b. sunt equales. ☞ Si vero neutra propositarum piramidum fuerit











trigona sed vtraq; poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur a. & b. sumatur similiter triāgulus. c. equalis exagono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi b. eruntq; due piramides. b. & .c. equales. ideoq; due que sunt. a. & c etiam per conceptionem equales quare basis. a. ad basim. c sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septia quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. Conuersa cōuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq; ex septima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinē piramidis. a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. & c. equales quare etiam ex communi scientia & due que sunt. a. & .b. erunt etiam equales. Et hoc est propositum.

Propositio .8.

Omnium duarum piramidum similium quarum bases triangule ē ꝓportio alteri⁹ ad alterā tanq̄ lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

Propositis duabus piramidibus bases triangulas habētibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodum dictum est in demonstratione premisse: eruntq; hec duo solida paralellograma similia eo q; piramides ponuntur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes piramidibus & solidis paralellogramis supficialibus angulis numero & quantitate equalibus continentur: & latera quoq; illos angulos superficiales cōtinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorū parelellogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equiangule & laterum proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex. 24. & .13 quinti cuncte sex superficies horum duorum solidorum paralellogramorum sunt similes ad inuicem: igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum ꝓportio solidorum & piramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius. cumq; sit proportio solidorum vna sicut suorum relatiuorum laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri: Sint autem latera solidorum eadem quoq; latera piramidū. erit quoq; ex 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod ē propositum.

Quod si fuerint due queilbet piramides laterate similes erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

Sint due laterate piramides quarum coni. a. & b. similes sintq; sup bases penthagonas que sunt. c d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q; proportio earum ē sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierum & corporum q; penthagoni qui sunt bases propositarum piramidum sibi adinuicem cunctiq; reliqui trianguli ipsas ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero equales prout. 18. sexti proponit esse possibile: protractis in hac quidem lineis. c. e. & c. f. in illa vero. h. l. & h. m. Dico igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes & numero equales. Conferantur enim adinuicem due piramides. a. c. d. e. b. h. k. l. quarum coni sunt. a. & b. constat autem ex ypothesi triangulum. c. a. d. esse similem triangulo. b. h. k. & triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l. & quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. & latera. c. d. & d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. h. k. & k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. & .h. k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. h. k sicut. c. e. ad h. l. cumq; ex ypothesi sit proporto. c. a. ad. b. h. & etiam. a. e. ad. b. l. sicut

c.d.ad.b.k.erit ex.11.quinti.c.a.ad.b.b.& a.c.ad.b.l.sicut.c.e.ad.b.l.igi ex.5.sexti & diffinitione similium superficierum trianguiu c.a.c. erit similis triangulo.b.b.l.manifestum est itaq, ex diffinitione similium corporum q piramis.a.c.d.e.est similis piramidi. b.b. k.l. similiter quoq, cōstat piramidem.a.c.e.f.esse similem piramidi.b.b.l.m & piramidem a.c.f.g.piramidi.b.b.m.n.Quia ergo ex hac.8.pportio piramidis.a c. d.e.ad piramidem.b.b.k.l.est sicut lateris .c.d. ad latus.b.k.triplicata & etiam piramidis . a . c.e.f.ad piramidem . b . b.l.m. sicut .e.f. ad.l.m. triplicata ac etiam piramidis.a.c.f g.ad piramidem.b b.m n, sicut.c.g. ad.b.n.triplicata cum sit ex ypothesi proportio.e.f.ad l.m. & .c.g.ad.b. n.sicut.c.d.ad.b.k.sequitur ex.13.quinti vt proportio totalium piramidū a.&.b.sit sicut vnius harum partialium ad aliam vnam. igitur ex hac.8. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

Omnes columne laterate eque alte suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur super qualescūq, bases poligonias sint columne.Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorū bases & superficies suppreme sunt similes & equales, cuncte vero relique superficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantium laterum Talium autem solidorum prima species est seratile cum super vna suarum trilaterarum superficierum intelligitur esse statutum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositam: & tertia est cuius basis ē pentagona & ipsa ex tribus seratilibus perficitur . Simpliciter autē dico q omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaq, due columne laterate.a.&.b. constitute super duas bases a.&.b.eque alte . dico q proportio columnarum.a.&.b.est sicut basium. a.&.b. Distinguantur nāq, hee bases in triangulos & hee columne in seratilia: basis quidem.a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos s.c.&.d.& columna.a.in duo seratilia c.&.d.basis vero.b.que sit pentagona distinguatur in tres trigonos .e.f.g. & columna .b.in tria seratilia que similiter vocentur.e.f.g. Manifestum est igitus ex his que in.36.vndecimi dicta sunt q proportio seratilis.c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim.e.& iterum seratilis.d.ad seratile.e.sicut basis.d.ad basim.e. quare per.24.quinti erit columne.a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim.e . eadē ratione erit columna .a.ad seratile .f. sicut basis a. ad basim.f. at rursus columne.a.ad seratile.g sicut basis .a. ad basim .g. Igitur ex .24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constat itaq, ex hoc q.

Omnes columne laterate super eandem basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

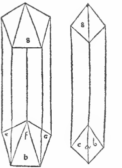
Cum enim vt proximo probatum est eque alte columne laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut easdem aut equales necesse est ex . 24. quinti vt etiam columne sint equales constat quoq, q.

Si fuerint quelibet solida parallellograma seratilia & laterate columne eque alta ipsa quoq3 suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur.

Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitus.

Omnis laterata columna tripla e ad suam piramidem.

Distinguatus basis columne in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia & piramis colū ne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium.constat itaq, vnumquodq seratile ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse hoc en im demonstratum est in sexta huius duodecimi libri igitur ex .13. quinti omnia



ſeratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum cumq; ex omnibus ſeratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur cō-ſtat veram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum baſes earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero baſes earũ & altitudines mutue fuerint: eaſdem columnas equales eſſe neceſſe eſt.

Si enim columne ſint equales earum piramides erunt equales eo q; omnis laterata columna eſt tripla ad ſuam piramidem. ſi autem piramides fuerint equales ſue baſes ſuis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonſtratum eſt in ſeptima huius. Quia igitur columnarum ſuarumq; piramidum eedem ſunt baſes & altitudines ſunt eedem. conſtat prima pars propoſiti. Sint igiť baſes & altitudines propoſitarum columnarum lateratarum mutue: dico q; columne erunt equales. cum enim eedem ſint baſes eedemq; altitudines columnarum ſuarumq; piramidum erunt baſes & altitudines piramidum propoſitarum columnarum mutue, ſi hoc vt poſitum eſt verum fuerit de columnis. erunt itaq; piramides equales prout in ſeptima huius demonſtratum eſt igitur & columne equales cum ipſe triple ſint ad ſuas piramides: quare patet ſecunda pars eius quo propoſitum eſt.

Omnium duarum columnarum lateratarum ſimilium eſt proportio alterius ad alteram tanq̄ lateris ad ſuum relatiuum latus proportio triplicata.

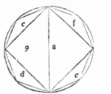
Si columne fuerint ſimiles erunt ex diffinitione ſimilium corporum baſes earum ceterceq; ſuperficies eas ambientes ſimiles. Diuidantur itaq; baſes earum in triãgulos ſimiles & numero equales quemadmodum .18. ſexti proponit eſſe poſſibile: & ipſe columne diuidantur in ſeratilia ſuper hos triangulos exiſtentia. ſtude igitur probare ſeratilia vnius ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia: quod facile probabis ex ypotheſi & ſexta & quarta & quinta ſexti: & diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum hoc aũt probato erit ex .36. vndecimi proportio vniuscuiusq; ſeratilis vnius ad ſuum relatium ſeratile alterius ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum eſt proportio vna cum cuncta ſeratilia vnius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius. ſequitur ex vndecima quinti vt cunctorum ſeratilium vnius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit ꝓportio vna: quare per .13. quinti que eſt proportio vnius ſeratilis ad ſuum ſeratile relatiuum alterius eadem eſt omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobiq; omnia ſeratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarum neceſſe eſt ex vndecima quinti vt proportio columnarum ſit ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod eſt propoſitum.

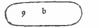
Propoſitio .9.

Omnis columna rotunda piramidi ſue triplex eē comprobatur.

Supra circulum .a. intelligãtur vna columna & vna piramis ſecundum eandem ſuam altitudinem erecte: dicanturq; equiuoce ipſa piramis & columna & circulus nomine vno ſcilicet .a. dico itaq; q; columna .a. eſt tripla ad piramidem .a. cuius probatio eſt quia neq; maior neq; minor poteſt eſſe q̄ tripla. *Sit enim primum ſi poſſibile ē maior q̄ tripla quãtitate corporis b. itaq; ſi .b. corpus dematur de columna .a. erit reſiduum eius triplum ad piramidem .a.* Inſcribatur ergo quadratum circulo .a. ſuper quod erigantur duo ſeratilia eque alta columne .a. de quibus duobus ſeratilibus parē

ter acceptis constat q ipsa sunt plus medietate columne.a. quemadmodum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli.a. Si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida paralellograma quorum ipsa sunt medietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acceptorum. ⁋ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triãgulos duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionũ latera quadrati sunt corde diuisis arcubus illarum portionum per equalia et sint illi trianguli.c.d.e.f.super quos etiam erige seratilia ad altitudinem columne.a et manifestum est q hec seratilia sunt maius medietate portionum columne super portiones circuli consistentium quemadmodum et ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autẽ hoc totiens quousq per primam.10.cogatur aduersarius confiteri portiones columne pariter acceptas esse minus corpore.b. ⁋ Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta quorum bases sunt trianguli diuidentes poligonium inscriptum circulo a.maius [a] triplo piramidis rotunde.a et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam piramidem sicut demonstratum est in eis que premissa sunt. sequitur ex secunda parte.10. quinti libri vt rotunda piramis.a. sit minor laterata piramide laterate columne cuius basis est inscriptum poligonium basi rotunde piramidis.a.quod est impossibile. Est enim piramis laterata pars ipsius piramidis rotunde non est igitur piramis.a. minus tertia parte sue columne.sed nec plus tertia. Si enim possibile est: sit piramis.a.plus tertia parte columne.a.quantitate corporis.b.itaq detracto corpore.b.de piramide.a.sit residuum ipsius piramidis tertia pars columne.a.igitur quemadmodum prius ex piramide.a.intelligatur detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo.a. inscriptum quam lateratam piramidem constat esse plus dimidio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis.a.rursus intelligantur detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f.qui sunt in portionibus basis et hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex piramide.a.minus corpore.b. Erit itaq piramis laterata inscripto poligonio superstans quam componunt laterate piramides ex rotunda piramide detracte maius tertia parte rotũde columne.a.et quia vt probatum est i precedentibus hec piramis laterata est tertia pars sue columne laterate.a. sequitur denuo ex secunda parte.10.quinti libri columnam rotundam.a. esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ẽ poligoniũ basi rotunde piramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec columna laterata pars est columne rotunde. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo sue piramidis neq maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.



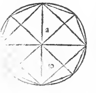


⁋ Castigator.

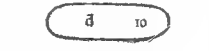
a ⁋ Quia minus deficit ad complendam totam columnam q̃ triplo cui deficit corpus.b. qd maius est portionibus columne pariter acceptis.
b ⁋ Cum quelibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotunde. Ideo tota totali.

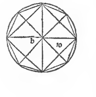
Propositio .10.

Omnium duarum rotundarum piramidũ similium columnarum ve rotundarum similium est proportio alterius ad alterã tanq̃ diametri sue basis ad diametrũ basis alterius proportio triplicata. ⁋ Sint duo circuli.a. et.b. super quos constituãtur due rotunde piramides similes dueq columne rotunde similes et dicantur circuli et piramides et columne et diametri circulorum his noibus.a.et.b.equiuoce: dico itaq q proportio duarum piramidum a. et . b . duarumq columnarum .a. et.b.est sicut duarum diametrorum









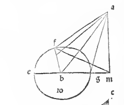
a.&.b.pportio triplicata: hoc autem si de piramidibus constiterit: de columnis autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam piramidem: de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secunde demonstrationis huius.11. libri que proportio diametri.a.ad diametrum.b.triplicata: eadem piramidis.a.ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit.c. de quo dico q ipsum non potest esse minus neq maius piramide.b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis.d.ita q duo corpora.c.&.d.pariter accepta sint quantum piramis.b.itaq quemadmodum in secunda parte premisse ex piramide.b.detrahatur laterata piramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo.b.& ex residuo eius detrahantur piramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli.b.fiat itaq hoc totiens quousq cogente prima.10.sit residuum piramidis.b.minus corpore.d.erit ex communi scientia laterata piramis detracta quam componunt partiales piramides detracte maius corpore c. Inscribatur itaq circulo.a.poligonium simile illi quod est basis laterate piramidis detracte a piramide.b.& ad angulos huius poligonii inscripti circulo.a.demitte lineas a cono piramidis.a. perficiens super illud poligonium lateratam piramidem eque altam rotunde piramidi.a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.quod hoc modo facies. In vtraq piramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem piramidis cum centro basis & erit perpendicularis ad basim. ¶ Dehinc a centris basium protrahas in vtroq circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq poligonii inscripti cumq ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit pportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius a
ad diametrum basis alterius.idroq etiam ex.15.quinti & equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum sint autem vtrobiq omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti necesse est ex sexta pposítiones sexti libri & qrta eiusdē & diffinitiōe similiū supficierū & similiū corporū diffinitiōe vt laterata piramis.a.sit similis laterate piramidi.b.qre per additam ad.8.huius proportio laterate piramidis.a.ad lateratam.b.est sicut lateris vnius ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.ideoq & sicut diametri.a.ad diametrum.b.triplicata.igitur quoq sicut rotunde piramidis.a.ad.corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate piramidis.a.ad rotundam piramidem.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c. Et quia laterata piramis.b.maior est corpore.c.erit laterata piramis.a.maior rotunda piramide.a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b. Restat itaq probandum q nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri.b.ad diametrum.a.triplicatam esse sicut corporis.c.ad rotundam piramidem.a sed ex conceptione eadem est rotunde piramidis b.ad aliquod corpus aliud quod sit.d.& quia ex ypothesi corpus.c.maius est rotunda piramide.b.sequitur.ex.14.quinti q rotunda piramis.a.sit maior corpore.d.itaq proportio rotunde piramidis.b.ad corpus quod ē minus rotunda piramide.a.videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametrum alterius proportio triplicata.hoc autem est impossibile. nā ex hoc demonstrauimus sequi q pars sit maior suo toto. cum ergo corpus.c.non possit minus esse neq maius rotunda piramide.b.erit necessario sibi equale.ideoq ex secunda parte.7.quinti cōstat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas & piramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistunt tales enim diffinite fuerunt in principio vndecimi: cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus piramidibusq rotundis similibus siue ca-

rum axes super basis suas fuerint orthogonaliter erecte siue sup eas fuerint inclinate: & appellentur differentie causa hee rotunde columne & pirami des quarum basibus axes orthogonaliter superstanterecte: relique vero dicantur inclinate: & quia in principio .xi. non sunt diffinite columne aut piramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hee quidē per motum paralellogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & piramides difinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & piramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco piramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius piramidis. fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco conum piramidis: lineamq; rectam continuantem centrum basis cum cono piramidis appello axem seu sagittam piramidis. Cumq; hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico piramidem esse erectā. cum vero inclinata dico etiam piramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintq; continuate per lineam rectam due relatiue sectiones duarum circumferētiarum ipsorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circulorum equidistanter situ a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circumducatur: corpus quod a curua superficie quam [illegible] suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: v[illegible] columnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorū cirrulorum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad sup ficiem vtriusq; duorum circulorum: dico columnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinatam. Cūq; fuerint due rotunde piramides aut columne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes sectiones harum superficierum & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicē dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est q; omnium duarum rotundarum piramidum similium columnarum ve rotūdarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

Castigator.

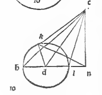
a Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. elicitur. Quoniam si proportio axis vnius ad diametrum sue basis est sicut axis alterius ad diametrum sue basis. Ergo permutatim axis vnius ad axem alterius sicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

Si fuerint due rotunde piramides adinuicem similes vtranq; quarum due plane superficies super axem secent fuerintq; harum duarum superficierum altera in vtraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: et sīt anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficierum que super

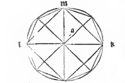


bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent adinuicem equales.

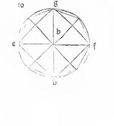
¶ Sint due rotunde piramides.a.b.⁊ c d.quarum bases sunt circuli .e.f. g.⁊.h.k.l.⁊ axes due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ diametri basium.e.g ⁊.h.l. cētra basium sint duo puncta .b.⁊.d.coni piramidum.a.⁊.c.similes adinuicem:⁊ ab earum conis ad superficiem basium protrahantur vt docet .n. vndecimi libri due perpendiculares que sunt .a.m.⁊.c.n.⁊ continuentur puncta.m.⁊.n.cum centris basium protractis lineis.b.m.⁊.d n. eritq ex 18.vndecimi supficies.a.b.m.que egreditur ab axe.a.b. erecta sup basim piramidis.a.b.orthogonaliter. Eodem modo superficies.c.d.n.que egreditur ab axe. c. d'. erit erecta super basim piramidis. c. d. orthogonaliter. Sint itaq duo arcus.f g.⁊.k.l.similes ⁊ intelligātur due superficies.a.b.f.c.d.k.egredi ab axibus ⁊ secare piramides.a.b.⁊.c.d.similes.



¶ Dico igitur duos angulos.a.b.f.c.d.k.esse adinuicem equales Protrabantur.n due linee.f.m.⁊ .k.n.quia igit due piramides .a.b.⁊.c.d.sunt similes ⁊ due supficies.a.b.m.c.d.n.stantes orthogonaliter sup bases egrediuntur ab earum axibus:erit ex diffinitione similium piramidum angulus.a.b.m.equalis angulo.c.d.n.⁊ quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte vterq duorum angulorum .a.m.b.c. n.d est rectus erunt ex.32.primi ⁊.4.sexti duo primi trianguli .a.b.m ⁊ c.d.n.laterum proportionalium vt proportio linee .a.b. ad lineā.c.d.sicut.b.m.ad.d.n.⁊ sicut.a.m.ad c.n. Et quia ex diffinitione similium piramidum proportio axis.a.b.ad axem.c.d.est sicut semidiametri b.f.ad semidiametrum.d.k.erit ex.11.quinti.proportio.b.f.ad.d.k sicut.b.m. ad.d.n.Cumq.sint duo anguli.f b.m.⁊.k d.n.equales eo q duo arcus.f. g ⁊.k.l.sunt similes ex ypothesi:erit ex sexta ⁊ quarta sexti proportio.f. m.ad.k.n.sicut.b.m.ad.d.n.ideoq sicut.a.m. ad .c.n ⁊ quia iterum ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte vterq duorum angulorum.a.m.f.c n.k.est rectus:erit ex sexta ⁊ quarta sexti proportio. a.f.ad.c.k.sicut.a.m.ad.c.n.ideoq per.11.quinti sicut.a.b.ad.c.d.⁊ sicut b.f.ad d.k.igitur ex quinta sexti duo anguli .a.b.f.⁊.c d.k. sint adinuicē equales quod est propositum. ¶ Idem probabis leuiter de rotundis columnis similibus:hoc itaq demonstrato dico q omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunq fuerint siue erecte siue inclinate est proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides.a.⁊.b.quarum bases sunt circuli.a. ⁊.b. ⁊ horum circulorum diametri sint etiam.a.⁊.b.sitq proportio piramidis.a.ad corpus.c. sicut diametri.a.ad diametrum.b.proportio triplicata.non erit igitur corpus c.minus neq maius rotunda piramide.b. Sit enim primo si possibile est minus quātitate corporis.d.ita q duo corpora.c.⁊.d.pariter accepta sint quantum rotunda piramis.b.ab axe igitur piramidis.b.prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum.b. Sitq cōmunis sectio huius superficiei ⁊ circuli.b.linea e.f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli b ⁊ protrahatur intra circulum.b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit g.h. Sicq inscribatur circulo.b. quadratum e.g.f.h ⁊ a rotūda piramide.b.itelligatur detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo . b . inscriptum:que vt probatum est supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahant piramides eiusdē altitudinis consistentes sup trigonos portionū circuli.b. fiatq hoc totiēs quousq residuū sit rotunde piramidis.b. minus corpore d.ex pria decimi. Eritq ex conceptione laterata piramis detracta quā cōponunt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tūc ergo pdeat ex axe piramidis.a.superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum a.,⁊ sit commun s sectio huius superficiei ⁊ circuli .a. linea





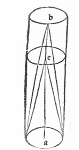


k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a.protrahatur autem in circulo.a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit.m.n.sicq inscribatur in circulo.a.quadratum k.m.l.n.& diuidendo arcus portionum circuli.a. per equalia perficiatur in circulo.a.poligonium simile illi quod est inscriptum circulo.b.& ad singulos angulos huius poligonii demitte lineas rectas a cono piramidis.a.perficiēs super illud poligonium lateratam piramidem eque altam piramidi.a.hanc autem lateratam piramidem probabis esse similem laterate piramidi detracte.a.rotunda piramide.b. quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu vtriusq in vtrisq piramidibus.a.&.b.&.a.centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum poligoniorum. Eruntq ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis piramidis.a.cum singulis lineis ductis a centro circuli .a.ad angulos poligonii sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis.b.cum singulis lineis ductis a centro circuli.b ad angulos poligonii sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum piramidum similium proportio axis piramidis.a.ad axem piramidis.b.ē sicut semidiametri circuli.a.ad semidiametrum circuli.b.sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similium superficierum & similium corporum ꝙ due laterate piramides.a.& b.sint similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq de omnibus rotundis piramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata.& quia omnis columna rotunda est tripla ad suam piramidem.hoc enim sufficiēter est demōstratum siue columne & sue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequitur ex.15.quinti vt etiam quarumlibet columnarum rotundarum similium sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

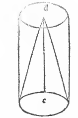
Propositio .II.

Omnes duas rotūdas piramides siue columnas eque altas suis basibus ꝓportionales eē necesse ē.

¶ Supra duos circulos.a.&.b.statuantur vt prius due rotunde piramides eque alte que dicantur similiter.a.& .b. & due rotūde columne eque alte eisdem litteris ascripte a.&.b.dico itaq ꝙ proportio duarum piramidum.a.& b. duarumq columnarum.a.&.b est sicut duorum circulorum.a.&.b.quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demonstrabit omnis enim rotunda columna tripla est ad suam piramidem: de piramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde piramidis.a.ad aliquod corpus sicut circuli.a.ad circulum.b.illud corpus sit.c.dico itaq ꝙ corpus.c.non potest esse maius neq minus rotunda piramide.b.sit enim primo minus quantitate corporis.d.igitur circulo b.inscribatur quadratum & detrahatur a rotunda piramide.b.piramis.laterata cuius sit basis quadratum circulo.b.inscriptum & ex portionibus piramidis detrahantur piramides super trigonos portionum circuli consistentes fiatq hoc totiens quousq sit ex piramide.b.residuum minus corpore .d. eritq laterata piramis detracta quam componunt piramides piramides detracte maior corpore c. Inscribatur ergo circulo .a.poligonium simile illi poligonio quod ē basis laterate piramidis.b.& perficiatur super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a.ad angulos poligonii inscripti. Eruntq due laterate piramides.a & b.eque alte.hoc.n.est ꝓpositū de rotundis: q̄re ꝓportio laterate piramidis.a.ad lateratā piramidē.b.est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonii.a.ad poligoniū.b hoc n.demonstratum est in sexta huius. At vero poligonii.a.ad poligoniū.



12



b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex prima et secunda huius: itaq; laterate piramidis. a. ad lateratam piramidem. b. sicut rotunde piramidis. a. ad corpus. c. quare permutatim laterate piramidis. a. ad rotundã piramidẽ. a. sicut laterate piramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata piramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam piramidem. a. esse maiorem rotunda piramide. a. hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus. c. minus rotunda piramide. b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maius demonstrabimus. rursum idem impossibile consequi erit enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad rotundam piramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadem rotunde piramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus c. sit maius rotunda piramide. b. per ypothesim: erit ex. 14. quinti rotunda piramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli. b. ad circulum. a. erit sicut rotunde piramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda piramide. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto. non est igitur corpus. c. neq; minus neq; maius rotunda piramide. b. sed tantum equale. itaq; ex secunda parte septime quinti conclude propositum. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistãter basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secãtem superficiem se: habeantur portionibus axis columne proportionalia.

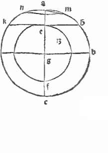
¶ Simile est hoc ei quod proposuit. 25. vndecimi libri de solidis paralellogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratę fuerint siue rotunde. Quod quĩ argumentationem prime sexti vel. 25. vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic enim non aliter q̃ ibi ex diffinitione incõtinue proportionalitatis que posita est in prohemio quinti libri arguendum est, propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quecunq; superficies secat columnam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius opposite. nam quecunq; superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decimasexta vndecimi libri didicisti: quare manifestum est q; omnes rotunde columne quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de piramidibus rotundis et etiam de lateratis quod de piramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam piramidem. Rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

Propositio .12.

Si due piramides rotunde siue columne fuerint equales sue bases et altitudines erunt mutue. Si vero sue bases et altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue columnas equales eẽ necesse est.

¶ Altitudinem piramidum determinant linee a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem a suppremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; due rotunde piramides. a. b. et. c. d. equales: dueq; rotũde columne. a. b. et. c. d. equales sintq; communes bases tam piramidum q̃ columnarum duo circuli. a. et. c. communes quoq; altitudines tam piramidum q̃ columnarum determinate per lineas. a. b. et. c. d. dico q; proportio circuli. c. ad circulum. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. et econuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de piramidibus certum erit: quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam piramidem. Si itaq; due altitudines

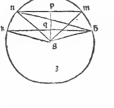
a.b ꝛ.c.d.fuerint equales ex premissa constat propositum. Si aũt inequalis sit.a.b.maior sumaturq̃.a.e.equalis.c.d ꝛ secetur columna.a b.a sup̃ficie.e eq̃distãter basi eius.a eritq̃ ex premisso antecedente columna.a b. ad columnam.a.e.sicut altitudo.a.b.ad altitudinẽ a e.ideoq̃ ex pria pte 7.quinti columna.c.d.ad columnã.a.e.sicut altitudo .a.b.ad altitudinẽ a.e.quare p̃ scḋam ptem.7.quinti sicut altitudo .a.b.ad altitudinẽ .c.d. ex p̃missa aũt ẽ columna.c.d.ad columnã a.e.sicut circulus.c.ad circulũ a.itaq̃ p.11.quinti est altitudo.a.b.ad altitudinem.c.d sicut basis c ad basim.a.constat igit̃ pria ps ꝟ Scḋa couerso mõ cõstabit eadẽ dispositione manẽte. Sit.n.vt basis c.ad basim.a.sic altitudo .a.b.ad altitudinem.c.d.dico ꝙ due columne.a.b.ꝛ.c.d sunt equales. Erit enim ex secũda pte.7.quinti altitudo.a b.ad altitudinem.a.e.sicut basis.c.ad basim.a. ꝛ q̃a ex p̃missa columna.c.d ad columnã.a.e ẽ sicut basis.c.ad basim.a.ꝛ ex p̃misso antecedente columna a.b.ad columnã.a.e. sicut altitudo.a.b. ad altitudinẽ.a.e.sequitur ex 11.quinti vt columna.c.d ad columnam.a.e.sit sicut columna a.b.ad eandem.a.e.igitur ex prima parte.9.quinti due columne.a.b.ꝛ.c.d.sunt equales: quare constat etiam secunda pars.



Propositio .13.

CUm propositi fuerint duo circuli ab vno centro circũducti superficiem multiangulam equalium laterum circulum minorem minime tangentium intra circulum maiorem describere

Sint duo circuli.a.b.c.d. ꝛ.e.f.ab vno cõi centro q̃d sit.g.circũducti.dico ꝙ intra maiorem.qui sit.a.b.c.d. possibile est vnum poligonium quod sit equilater̃ describi minorẽ circulũ q est.e.f.nullo suor̃ later̃ tangens.quadrent.n.hi duo circuli duabus diametris sup centr̃ ipsor̃ orthogonaliter seinuicem secantibus que sint.a.c.ꝛ.b.d.sitq̃.e.f.diameter minoris ps diametri.a.c.q̃ est diameter maioris.sicq̃ igitur a puncto.e. ducat̃ vtrinq̃ vsq̃ ad circũferentiam maioris linea orthogonaliter super diamet̃.e.f.que occurrat circũferentie maioris hinc q̃dem in puncto.h.inde vero in puncto.k.eritq̃ ex correllario.15.tertii linea.h.e.k.cõtingens circulũ minorẽ. Postea vero quadrantẽ.a.b.maioris circuli diuide p̃ equalia in puncto.l.ẽm doctrinam 29.tertii: dehinc rursus arcũ.a.l.p̃ equalia ad punctũ.m.cũq̃ hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu.a.h.sit hic.a.m. Hoc aũt idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantitates inequales si a maiori earũ dematur eius dimidium.itẽq̃ a residuo dimidium possibile est hoc totiens fieri quousq̃ tandẽ minor minore ear̃ relinquetur quemadmodum in prima.10.demonstratum est. Cum igit̃ sic diuidendo ad arcum quantulumcũq̃ minorem.a.h.fuerit deuentum cuiusmodi ẽ arcus hic.a.m sumat̃ arcus.a.n.eq̃lis arcui .a.m. ducanturq̃ due linee.a.m.ꝛ.n.m. Quia igit̃ arcus.a.k.ẽ eq̃lis arcui a.h.q̃d ex scḋa p̃te tertie tertii ꝛ quarta primi ꝛ.27.tertii manifestũ ẽ. Et q̃a arcus.a.n.ẽ eq̃lis arcui.a.m.erit ex cõi scia arcus.n.k.eq̃lis arcui m.h.ergo due linee.m n.ꝛ.k.h.sunt eq̃distantes Ergo linea.m.n nõ poterit tãgere circulũ e.f. q̃re multo fortius neq̃ linea a.m.p̃t ipsum tãgere Quoniã igit̃ cõstat circulũ.a.b.c.d diuisibilẽ eẽ p̃ archus equales arcui.a.m.ideoq̃ p.28.tertii simul cõstat intra ipsum circulũ posse chordulas eq̃les chordule.a.m. cõtinue coaptari circulũ ipsum poligonie chordantes.manifestũ ẽ intra circulũ maiorẽ posse vnũ poligoniũ eq̃later̃ cuius vnũ latus ẽ linea .a.m.inscribi ꝛ q̃a linea.a.m nõ cõtingit circulũ minorẽ patet ex pria pte.13.tertii et diffinitione linear̃ a centro circuli eq̃liter eq̃distantium ꝙ inscriptum poligoniũ nullo later̃ suor̃ tangit circulũ minore q̃d ẽ p̃positum.



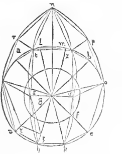
At q̃d dubitas duas lineas.m.n.ꝛ.k h.eẽ.eq̃distantes cum sint duo arcus.n.k ꝛ.m.h.eq̃les: hoc aũt incõcussam v̄itatẽ sortitũ est ꝙ due linee circulũ vnũ nõ aũt se inuicẽ secantes: si ex circumferentia equales arcus hincinde lineis ipsis intersint erunt eq̃distantes: due quidem a centro.g

lineam .g.p. perpendicularem ad lineam .m.n. que secet lineã .h.k. in pũcto .q. & protrahe lineas .g.m. g.n. g.k. g.h. & duobus arcubus .n.k. & .m.h. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m.h. eruntq; ex .28. tertii hee corde equales .n.k & .m.h. eo q arcus equales. Et per secundam p'tem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p equalis linee .m.p. cũ igitur vterq; duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At v'o per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq; per communem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq; per quartam primi linea .k.q. erit equalis linee .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.q. erit perpẽdicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .28. primi due linee .n.m. & .k.h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conquestus es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim linea .n.h. eritq; ex vltima sexti angulus .h.n.m. equalis angulo .n.h.k. eo q arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .27. primi linea .m.n. erit equidistans linee .h.k. Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis si enim linea .m.n. est equidistans linee .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui .m.h. erunt enim ex prima parte .29. primi duo anguli .h.n.m. & .n.h.k. eq̃les. ideoq; ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.h. erunt etiam equales.

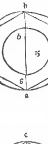
Propositio .14.

Duabus speris vnum centrum habentibus propositis intra maiorem earum solidum multarum basium superficiem minoris sphere minime tangentium figuraliter constituere. Quo constituto si in minori sphera siue in qualibet alia sphera simile corpus intelligibiliter constituatur erit proportio corporis multarum basium intra maiorem spheram cõstituti ad corpus multarum basium intra minorem spherã vel aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametrum minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Sint proposite due sphere .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq; idem centrum quod sit .g. habentes & sit maior earum spera .a.b.c.d. minor vero sphera .e.f. volumus aũt intra maiorem earũ vnum corpus multarum basium constituere: de quibus non intendimus q ipse bases sint equales aut similes sed q nulla earũ tãgat superficiẽ minoris sphere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum spherarum vna plana superficie per commune centrum earum transeunte: eruntq; ex diffinitione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis superficiei & superficierum spherarum propositarum linee continentes circulos. sint itaq; duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum orthogonaliter secãtibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo secũdum precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonũ equilaterum ita q in quadrante ipsius maioris circuli q ẽ .c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.h. h.k. & .k.c. que cum sint equales erunt quoq; ex prima parte .27. tertii arcus earum equales. Dehinc a duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates medie corde producemus duas diametros que sint .h.m. & .k.l. & super centrum .g. erigemus lineam .g.n. perpendicularem ad superficiem circuli .a.b.c.d. quam producemus quousq; obuiet superficiei sphere maioris super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes



spheras propositas: quarum vnaqueq; secet eas super lineam. g.n. sed prima earum supra lineam.g.n.& diametrum.d.b.secunda super lineam g.n.& diametrum.h.m.tertia vero super lineam.g.n.& diametrum.k.l. quarta autem super lineam.g.n.& diametrum.c.a.Eruntq; ex diffinitionibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & superficiei sphere maioris linee continentes circulos & erunt portiones inscripte vt inter punctum.n & quatuor puncta que sunt.d.h.k.c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.h.n.&.k.n.&.c.n. hoc autē ideo euenit eo q oēs anguli quos continet linea.g.n.cū vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cētro quarte circumferentie subtenduntur.quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est q vnusquisq; horum quatuor circulorum est equalis circulo.a.b.c.d.Nam diameter oium ipsoꝝ ē diameter sphere maioris.igit̄ per.15.qnti quadrātes eorum sunt equales: quare quinq; arcus qui sunt.d.n.h.n.k.n.c.n &.d.c. sunt equales. In vnoquoq; ergo quatuor quadrātium circulorum erectorum coaptentur ypothemisales chorde quarum quelibet sit equalis chorde circuli prostrati que sunt latera poligonii sibi inscripti & est vna earum corda d.h.sintq; in primo quidem.d q.q.r.& r.n.in secundo vero.h.s.s. t.&.t.n.in tertio autem.k.u.u x.&.x.n.& in quarto sint.c.o.o.p.& p.n.& protrahantur corausta coniungentes capita ypothemisalium chordarū que sint.q.s.s.u.u.o.&.r.t.t x.x.p. Vides igitur quarte parti superioris hemisperii maioris sphere que quidem quarta pars est.d.n.c.inscriptum eē corpus.9.basium quarum tres que coeunt in puncto.n.sunt triangule. cetere autem sunt quadrangule.suntq;harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia.sed non equidistantia. Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicē equales. ¶ Hoc autem scies si perpendiculares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus constat q ipse cadēt super diametros circulorum quos corausti coninuant quod ex demonstratis in.13.11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti.q.s demisse due ppēdiculares.q.y.&.s.ȝ.cadentes in diametris.d.b.&.h.m.& protrahantur linee.q.d.s.h.& y.ȝ.eruntq; ex quarta sexti duo trianguli.q.y.d.&.s.ȝ.h.similes quare proportio duarum perpendicularū.q.y.&.s.ȝ. erit sicut duarum cordarum.q.d.& s h.cumq; sint corde equales erunt etiam & perpendiculares equales At ipse sunt equidistantes ex sexta.11.ergo ex.33. primi coraustus.q.s.est equalis & equidistans line.y.ȝ.& quia ex secunda parte secunde sexti linea.y.ȝ.est equidistans corde.d.h.& ideo minore ea sequitur ex.9. vndecimi vt coraustus.q s sit etiam eqdistans corde.d.b.& minor ea ex ª conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera poligonii inscripti circulo iacenti & ipse sint omnes equales corde.d h.non tangant spheram minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tangat eandem minorem spheram cum omnia hec latera sint ipsis cordis equalia aut miora. Simpliciter aūt dico q nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte secunde.11.q ipse sint tote in superficie vna pōt aliquo sui puncto contingere minorem spheram eo q omnis linea recta ducta super quemlibet punctum cuiusq earum equidistanter corausto minor est necessario corda prostrati circu i. Si igitur connexitates aliarum quartarum maioris sphere tam superioris hemisperii q̄ inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilateris superficiebus sibrexantur: eritq maiori sphere corpus.72.basium superficiem minoris sphere nūi nē tangentium quēadmodū ppositum fuerat inscriptū. Dico insup q si i alia q̄







libet ſphera ſimi'e corpus ſtatuatur erit proportio vnius ad' a'terum ſicut diametri vnius ſphere ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ra. baſes vtriusq corporis baſes totidem lateratarum piramidum quarum omnium vertices erunt in centris ipſarum ſpherarum his autem pirami des perficies.ſi a ſingulis angulis inſcriptorum corporum qui ſunt extre' mitates cordarum & corauſtorum lineas ad centra ſpherarum produxe' ris. Stude itaq ex diffinitione ſimilium corporum probare cunctas pira mides vnius eſſe ſimiles ſuis relatiuis piramidibus alterius. Quo proba' to erit ex 8. huius proportio vniuscuiusq earum ad ſuam relatiuam alte rius ſicut pportio ſemidiametrorum ſpherarum ipſarum triplicata. ſunt enim ſemidiametri ſpherarum latera cunctarum piramidum. At quia ſe midiametrorum & diametrorum eſt ex.15. quinti vna proportio ex .13. eiusdem facile concludes propoſitum

Caſtigator.

a Cum poligonium deſcriptum ſecundum quantitatem linee.y.3. ſit pars poligonii deſcripti ſecundum quãtitatẽ linee ſeu corde d.h. v.'patet intuenti quoniam diametri ſuorum circulorum quibus imaginatur in' ſcribi ſunt inequales &c.

Propoſitio .15.

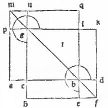
OMnium duarum ſperarum eſt pportio alterius ad alteram tanquam ſue diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

Sint due ſpere.a.b.& c.d quarum diametri ſint . a.b. & c.d dico q proportio earum eſt ſicut ſuarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonſtratio eſt quoniam neq ad minorem ſpheram q̃ ſit ſphera.c.d. neq ad maiorem eſt proportio ſphere.a.b.ſicut diametri.a. b.ad diametrum .c.d. triplicata. Eſto quidẽ pportio ſphere.a.b. ad ſpherã.e.f.ſicut diametri a.b ſphere a.b.ad diametrum.c.d.triplicata:demonſtrabo itaq q ſphera.e.f. non poteſt eſſe minor neq maior q̃ ſphera . c.d . Si enim affirmet aduer' ſarius eam eſſe minorem imaginabor eã includi a ſphera.c.d. & circũdu ci a.b eodem centro & inſcribam ſphere.a.b.corpus multarum baſium ſpheram.e.f.minime tangentium quod iam dicatur.c.d & inſcribam. a.b.corpus multarum baſiũ ſimile corpori multarum baſiũ c.d.qđ ẽt noĩe ſue ſphere dicat.a b. Et ſphere.c.d.aliud huic ſimile qđ ẽt dicat noĩe ſue ſphe re.c.d.vt in pmiſſa oſtenſum eſt. conſtat itaq ex ſcda parte premiſſe.&.11. quinti q proportio ſphere.a.b.ad ſpheram.e.f.eſt ſicut corporis multa' tum baſium quod eſt.a.b.ad corpus multarum baſium :'quod eſt .c.d. vtraq enim eſt ſicut diameter.a.b ad diametrum.c.d.triplicata: hec aũt ex ypothe.illa vero ex ſecunda parte premiſſe:quare permutatim propor tio ſphere.a.b.ad corpus multarum baſium'.a.b.'eſt ſicut ſphera .e.f. ad corpus multarum baſium.c.d. Cum igitur ſphera.a b.ſit maior corpore multarum baſium.a.b.erit etiam ſphera e.f. maior corpore multarum baſium.c.d hoc autem eſt impoſſibile.nã ipſa eſt ps eius:nõ ẽ ergo ſphe ra e f.minor ſphera.c.d. Si autem dicat aduerſarius eſſe maiorem con' ſutabimus ipſum hoc modo:erit enim per conuerſam proportionalita tem ſphera.e.f.ad ſpherã.a b.ſicut diametri.c d.ad diametrum a b triplica ta.ſit itaq eadẽ ſphe e.c d.ad ſpherã g.h.,eritq ex.14. quinti ſphera .g h. minor ſphera.a.b.eo q ſphera.c.d.poſita ẽ minor ſphera.e.f. q̃re pportio ſphere.c.d.ad aliquã ſpherã minorẽ ſphera a b.ẽ ſicut diametri c.d. ad diametrum.a b triplicata. At hoc eſt impoſibile:nam ex hoc ſequitur q pars ſit maior ſuo toto vt demonſtratũ eſt prius. itaq ſphera e.f. non eſt maior neq minor q̃ ſphera .c d. igitur ex .7. quinti conclude propoſitã concluſionem que imponit finem libro duodecimo.

Explicit liber duodecimus.

Liber tertiusdecimus Euclidis de admiranda vi linee secundum proportionem habentem medium duoque extrema diuise et quinque corporum regularium formatione ex perfecta Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum castigatore optimo Incipit.

Propositio .1.

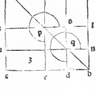


Cum diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise: quadratum linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdem linee diuise quincuplum esse necesse est.

Sit linea .a.b. diuisa in puncto .c. prout docet .29. sexti. et sit maior portio eius linea b.c cui .b.c. directe adiungatur linea .b d. que sit equali medietati totius a.b. dico quod quadratum linee .c.d. erit quincuplum ad quadratum linee. b.d. Quadrabo enim lineam .b.d. et sit eius quadratum .d.e. et circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem linee .b.c. protracta diametro .f.b.g. sitque circumpositus gnomo .e.g.d.e. itaque ex 22. sexti superficies inde composita que sit .h.k. tanquam quadratum linee .c.d. Dico igitur quadratum .h.k. quincuplum esse ad quadratum .d.e. Sit igitur .c.l. quadratum circumpositi gnomonis sibique circumponatur alius gnomo ad quantitatem linee .a.c protracta diametro .f b. vsque ad .m sitque hic gnomo .c.m.l. et protrahantur linee .c.n. et p.l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrum .f.m. in puncto . g . Manifestum est autem ex .22. sexti quod compositum ex hoc secundo gnomone et quadrato .c.l. et ipsum quadratum sit .a.q. est quadratum linee .a.b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum .d.e. eo quod linea .b.d. est medietas linee .a.b. cumque sit ex prima parte .16. sexti superficies .a.n. ideoque per .43. primi superficies .m.l. equalis quadrato .c.l. prouenit enim .a.n. ideoque et .m.l. ex .b.a. in .a.c. et .c.l. prouenit ex .c. b. in se et cum ex prima sexti sit .a.l. dupla ad .l.d. ideoque equalis .l.d. et .c.e. pariter acceptis ex .43 primi erit ex hac communi scientia: si equalibus equalia addas tota fient equalia: quadratum .a.q. equale gnomoni .e.g.d. hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum .d.e. quemadmodum erat quadratum .a.q. itaque totum quadratum .h.k. cum ipsum constet ex simplo et quadruplo erit ex communi scientia quincuplum ad idem quod est propositum . Idem aliter ex quarta secundi constat quod quadratum linee a.b. est quadruplum ad quadratum linee b.d. At per secundam eiusdem quod fit ex .a.b. in .b c. et in .a.c. est equale quadrato .a b. quod autem ex .a b. in b.c. equum est ei quod ex b d bis in b.c. quod ex prima secundi manifestum est cum .a b. sit dupla ad .b.d. At vero quod ex .a.b in .a c. est ex prima parte .16. sexti equale quadrato .b.c. itaque per communem scientiam quod fit ex .b.d bis in b.c. et quod ex .b.c. in se est equale quadrato .a. b. et ideo est quadruplum ad quadratum .b.d. quare superaddito quadrato .b d. erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum .b.d. videlicet illud quod fit ex .b d. bis in .b.c. cum quadrato b.c et quadrato .b.d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato .c.d. constat verum esse quod diximus.

Propositio .2.

Si cuiuslibet linee bipartite cuius quadratū quadrati alterutrius suarum portionum sit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea scd'm proportionem habentem mediū duoqȝ extrema diuisa erit maiorqȝ portio eius erit linea media



¶ Hec est conuersa premisse duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur via retrograda eadem ꝑsus manente dispōne. verbi grã. sit quadratum h.k. quincuplum ad quadratum.d.e. ꝛ linea a.b. dupla ad lineam b.d. dico ꝙ linea.a.b. diuisa est in puncto.c. scd'm proportionem habentē medium ꝛ duo extrema ꝛ maior portio eius est linea media vt est.c.b. Constat aūt ex.4. secundi ꝙ quadratum.a.q. quadruplum est ad quadratum.d.e. atq; gnomo.g.d.e. equalis est quadrato.a.q. quare duo supplementa l.d. ꝛ c.e. pariter accepta sunt quantum gnomo.c.m.l. Atq; eadē supplemēta pariter accepta sunt ex prima sexti quantum a.l. ideoq; quantum.c.q sequitur ꝙ.c q. sit equalis gnomoni.c.m.l. dempta igitur ab vtroq; supꝑficie l.n. erit quadratum.c.l. equale superficiei.a.n. cum igitur fiat supꝑficies a.n. ex.a.b. in.a c. sit aūt quadratum.c.l. quadratū linee.c b. erit ex secūda parte 16. sexti ꝓportio.a.b. ad.b.c sicut.b.c. ad.c.a. ex diffinitione ergo linee scd'm ꝓportionem hñtem medium ꝛ duo extrema diuise positam in principio sexti libri cōclude ꝓpositū. ¶ Item aliter cum quadratū.c.d sit ex ypothesi quincuplū ad quadratum b.d quadratum vero.a.b sit ex quarta secūdi quadruplū ad idem.at quadratū.c d. sit ex eadem equale q̄drato c.b ꝛ quadrato.b.d. ꝛ ei qđ fit ex b d. bis in.c.b. sequitur vt illud qđ fit ex.b.d. bis in.c b. cum quadrato c b. sit equale quadrato.a.b. sed ex b d. bis in.c.b. tm̄ est quantum qđ ex.a.b in b c. eoq; a b. dupla est ad b.d. ergo quod fit ex.a.b. in.b c. cū quadrato.b.c. est equale quadrato.a.b. ꝛ quia ex secūda scd'i quod fit ex.a.b. in.b.c. ꝛ in.a.d.c eq̄le quadrato.a.b. sequit̄ ex cōi scientia vt quadratum linee.b c. sit equale ei quod fit ex.a.b. in.a.c. igitur ex secunda parte.16. sexti ꝛ diffinitione cōstat ꝓpositum.

Propositio .3.

Cum diuisa fuerit linea secūdum proportionem habentem medium ꝛ duo extrema si minori portioni tanq̄ȝ dimidium maioris directe iungatur: erit vt quadratum linee inde composite quincuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

¶ Sit linea.a b. diuisa in puncto.c scd'm ꝓportionem hñtem mediū ꝛ duo extrema. sitq; eius maior portio linea.c b q̄ diuidat̄ ꝑ equalia in.d. dico ꝙ quadratum linee.a.d. est quincuplum ad quadratum linee.c d. describatur enim quadratum a.b. quod sit.a.e. in quo protrahatur diameter.b.f. ꝛ linee.g.c ꝛ d.h. itemq; k.l ꝛ m.n equidistāter lateribus oppositis secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis.p ꝛ.q. ꝛ extra diametꝝ in duobus alijs locis r ꝛ s. manifestū igitur est ex.21. sexti vel ex correlario quarte secundi: ꝙ oēs superficies existentes in quadrato a.e quas diameter diuidit per medium sunt quadrate: quatuor autem superficies que sunt.a r.m p p.h. ꝛ s.e. constat ex.43. primi ꝛ prima sexti eē adinuicem eq̄les. nam due postreme.p.h ꝛ.s.e. sunt adinuicē equales ex prima sexti quonia igr̄ ex p̄nti ypothesi ꝛ diffinitione linee scd'm ꝙ ꝓponitur diuise ꝛ pma parte.16. sexti quadratum.c.l. est eq̄le superficiei.a.g. ideoq; ꝛ gnomoni.r.f s. ꝓpter id quod superficies.a r. est equalis superficiei.p.h ꝛ qm̄ ex quarta secundi quadratum.c.l. est quadruplum ad quadratum.r.s. qđ est tanq̄ quadratum linee.c.d. sequitur ex cōi scientia ꝙ quadratum m.b sit quincuplum quadrati.r.s. cōstat enim ex gnomone quadruplo.ꝛ.r.s. simplo. hoc aūt est propositū. ¶ Idem aliter cum sit linea.b.c. diuisa ꝑ equalia in pūcto.d. ꝛ addita est ei linea.a.c. erit ex.6. secundi quod fit ex

a.b in.ã.c.cum quadrato.c.d.interiacentis equale quadrato.a.d.at quia quod fit ex.a b.in.a.c.equale est quadrato.c.b.ex prima parte.16.sexti hoc aũt est quadruplum ad quadratum.c d.manifeste patet veritas eius quod dr̃.Potes quoq; si libet et duplici modo ex consequente huius suũ añs concludere processu retrogrado. Sit.n.eadem dispositione manente quadratũ.m.h.quĩcuplũ ad quadratũ.r.f.eritq; gnomo.r.f.s.eq̃le q̃drato c.l.Vtrũq;.n.ē quadruplũ ad q̃dratũ.r.f.at q̃a si pficies.a.g.ē equalis gnomoni pdicto necesse est vt supficies eadē sit equalis quadrato predicto.q̃re ex scd̃a parte.16.sexti et diffinitione linea.a.b.ē diuisa in pũcto.c.sm̃ pportionem hñtem medium et duo extrema: et maior portio eius est linea c.b. ¶ Idē aliter cũ sit ex ypothesi quadrati linee.a.d.quincuplũ ad quadratum linee.c.d.et ex.6.scd̃i idem ipsum quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b.in.a.c.cũ quadrato.c.d.sequitur vt id quod fit ex.a b.in.a.c.cũ quadrato c.d.sit quincuplum ad idem quadratũ.c.d.ideoq; eo dempto erit residuum videlicet quod fit ex.a.b.ĩ.a.c.quadruplum ad ipsum et q̃a ēt ex quarta secundi quadratum linee.c.b.est quadruplum ad idem necesse ē vt quod fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato.c.b.quare itez ex secũda pte.16.sexti et diffinitione linea.a.b.est diuisa sm̃ proportionē hñtem medium et duo extrema in puncto.c.et maior eius portio est linea.c.b.

Propositio .4.

Si secundum proportionem habentem medium et duo extrema quelibet linea fuerit diuisa eiq; in longum directe tanq̃ maior sectio adiciatur: et totã lineam inde compositam sm̃ proportionem habētem medium et duo extrema diuisam esse et erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea.a.b.diuisa qua supponit pportione in pũcto.c.et sit eius maior portio.c.b.totiq;.a.b.adiciat directe linea b.d.q̃ sit equalis c.b.dico q; tota.a.d.eadē pportiōe diuisa est in puncto b.et maior eius portio ē linea.a.b q̃ est linea prima.Est.n.ex diffinitiōe.a.b.ad.b.c.sicut b.c.ad.c.a.at q̃a ex septima quĩti.a.b.ad.b.d sicut ad.b c.igit̃ ex vndecima eiusdē.a.b.ad.b.d.sicut.b.c.ad.c.a.Quarẽ p cōuersam pportiōalitatē.b.d.ad b.a.sicut.a.c.ad.c.b.et cōiunctim.d a ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c.Cũq; sit ex septima q̃nti.a b.ad.b.c.sicut ad b.d.erit ex vndecima eiusdem.d.a.ad a.b.sicut.a.b ad.b.d.Itaq; ex diffinitione linea.a.d diuisa est in pũcto.b sm̃ proportionem hñtem medium et duo extrema et maior portio eius ē linea.a.b.quod est propositum. Eodem quoq; modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportiōem diuise tanq̃ minor portio detrahatur.erit ipsa maior portio secundum eandem proportionē diuisa.eritq; maior portio eius linea detracta.verbi grã.Sit liea.a.b.sicut proponitur in pũcto.c.diuisa sitq; maior portio.a.c.a qua detrahatur c.d.equalis.c.b.dico q;.a.c.est diuisa sm̃ proportionem eandem in puncto.d.et q; maior portio eius est linea.d.c.Cũ enim sit ex diffinitione.b.a ad.a.c.sicut.a.c ad.c b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b sicut ad.c.d.erit ex vndecima eiusdem b a.ad.a.c.sicut.a.c ad.c.d.ideoq; p.19.quinti:sicut.c.b.residuum ad.d.a.residuum. Sed ex septima eiusdem.c.b.ad d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaq;.a c.ad.c.d.sicut.c.d.ad.d a.ex diffinitione ergo constat quod diximus.Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimu detractio quantumcunq; vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio .5.

Si secundum proportionem habentem medium et duo extrema quelibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

Sit linea .a.b diuisa per sepe dictam proportionem in puncto.c.sitq maior portio eius linea.c.b.dico q quadrata duarum linearum.a.b.& c a.pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee.c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum.c.b.& duplum eius quod fit ex.a.b.in.a.c. Itemq quia quod fit ex.a.b.in a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffinitione & prima parte.16.sexti: manifestum est propositum.

Propositio .6.

Omnis rationalis linee secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise vtranqz portionem residuum esse necesse est.



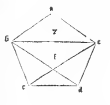
Sit linea.a.b.secundum solitam proportionem diuisam in puncto.c.rationalis.dico q vtraq portio eius est residuu. Sit enim maior eius portio.a.c.cui directe adiciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritq etiam .d.a.rationalis ex.6.decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q quadratum linee.d.c.quinciplum est ad quadratum linee.d.a.igitur linea.d.c.est communicans linee.d.a.in potentia ex diffinitione.sed non in longitudine ex vltima parte.7.decimi quare per.68.decimi linea.a.c.est residuu cum due linee.c.d.& d.a.sint ambe rationales potentialiter tantum communicantes.& quia iterum si ad lineam rationalem a.b.adiungatur superficies equalis quadrato linee.a c.que e residuum erit latus eius secudu linea.c b.ex prima parte.16.sexti necesse est ex.92.decimi vt linea.c.b.sit residuum primum. quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise vt proponitur maior portio fuerit rationalis erit minor residuum verbi gratia sit vt prius.a.b.diuisa in c.secundum dictam proportionem & maior portio eius que est.a.c.sit rationalis que diuidatur per equalia in.d eritq ex tertia huius quadratum d b.quinciplum ad quadratum.d.c.at quia.d.c.est rationalis cum ipsa sit dimidium.a.c.sequitur vt due linee.d.b.& d.c.sint rationales potentialiter tantum communicantes quare vt prius linea.c.b.est residuum.at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est vt vtraq portio eius sit residuum. Sit enim.a.b.rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto.c.& sumatur aliqua rationalis in longitudine que sit d e.que etiam diuidatur in.f.secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda.14.libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur in cocussa demostratione roborat q pportio a.b.ad.d.e.est sicut.a.c.ad d f.& sicut c.b.ad f.e. Cum ergo.a.b.cocet cu d.e.in potentia sequit ex pma pte.10.decimi q.a.c.cocet cu.d.f.& c.b.cu.f.e.in potentia. Et q a vtraq portio linee.d e.est residuum vt patet ex predictis sequitur ex.98.decimi vt vtraq portio linee.a.b.sit et residuum sed no eiusdem speciei vt ibide demostratum est. Quare costat q ois linee ronalis in logitudine vel in potentia tm fm pportionem hntem medium & duo extrema diuise vtraq portio e residuum. Et nota q prima ps pntis demonstratiois qua demonstrat q maior portio linee diuise fm pportioem hntem medium & duo extrema sit residuu si tota linea sit ronalis pcedit ex sufficientibus siue tota linea ponat ronalis in longitudine siue in potetia tm. Scda vo pars qua demonstrat hoc de minori portione q ipsa quoq sit residuum si tota est ronalis non pcedit ex sufficientibus nisi tota sit ronalis in longitudine. Tertia aut ps q pbatur q minor portio est residuum sufficieter pcedit siue maior portio sit ronalis in longitudine siue in potentia tm. Ad concludendum igr de maiori portioe linee pdicto modo diuise q ipsa sit residuu sufficit ponere totam lineam diuisam esse ronalem in potentia tm sed ad cocludedum quoq hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portione maiorem similiter ronalem in potentia tm.sed ad cocludendum hoc de minori portione med ate tota necesse est ponere tota lineam esse ronalem in longitudine aut vtedum est secunda.14.libri quadmodu dan&





Propositio .7.

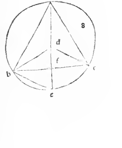
Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoqꝫ idem pentagonus esse probatur.



℄ Sit pentagonus.a.b.c.d.e.equilaterus.sintq̃ quilibet tres eius anguli siue continue siue incontinue sumatur adinuicem eq̃les ꝙ sint prius incõtinue sumpti.sintq̃ anguli.a.c.d. illi tres qui ponuntur adinuicẽ eq̃les dico totũ pentagonum eẽ equiangulum. His angulis subtendantur chorde.b.e.b.d.ꝙ.e c.ꝙ totus pentagonus diuidatur in trigonũ ꝙ quadrilateꝝ cuius due diagonales sint chorde duorum ꝑximorum eq̃lium angulorꝫ secantes se intra quadrilateꝝ ipsum in puncto.f.eritq̃ ꝑ quartam primi basis.b e.equalis basi.b.d.ꝙ angulus.a.e b.equalis angulo.c.d b. Cũq ꝑ quintã primi angulus.b.e.d sit equalis angulo.b d.e.co ꝙ duo latera.b.e.ꝙ.b d sunt equalia.erit ex cõi scia totalis angulus.e.eq̃lis totali angulo.d. Silr̃ ꝓbabis totalẽ angulum.b.esse equalem angulo totali.c. Est n.per quartam primi basis.b.e.equalis basi.c.e. ꝙ angulus.a.b.e equalis angulo d.e.c.per quintam aũt eiusdẽ.s.primi est angulus.e.b.c.eq̃lis angulo.e.c.b igit̃ ex cõi scia totalis angulus.b.ẽ eq̃lis totali angulo.c. Sint itaq̃ tres anguli.b c.d.cõtinue sumpti equales ꝙ sic quoq̃ erit pentagonus equiangulus: erit enim ex.4.primi basis.b.d.equalis basi c.e.ꝙ.angulus.c.d.b.angulo.d e.c.ꝙ angulus.b.d.c angulo.e.c d quare per sextam primi due linee.c.f.ꝙ.f.d.erunt equales cum duo anguli trianguli f.c.d.qui sunt ad basim.c.d.sint equales. Igitur ex hac cõi scia si ab eq̃libus erit linea.f.b.equalis linee.f.e.erat enim tota.b.d.equalis toti.c.e.ideoq̃ per quintã primi erit angulus.f.b.equalis angulo.f.e.b.ꝑ eãdem aũt est angulus.a.b.e.equalis angulo.a.e.b. Itaq̃ per cõem sciam angulus.b.totalis est equalis angulo.e.totali tres enim partiales anguli cõponentes vnũ sunt equales tribus ꝑtialibus cõponentibus alium vnusquisq̃ suo relatiuo. Manifestum est igitur ꝙ tres anguli.e.b.c.non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. Cum aũt sic demõstratũ est totum pentagonum esse equiangulum vtrolibet ergo mõ cõstat ꝓpositum.

Propositio .8.

Omnis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triãgulus ipse circũscribit̃.



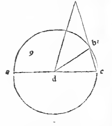
℄ Sit triãgulus.a.b.c.equilaterus cui circumscribatur.circulus.a b.c.supra centrum.d.quemadmodum docet quinta quarti libri ꝙ protrahatur in eo diameter.a.d.e.dico ergo ꝙ quadratũ linee.a.b.triplum est ad quadratum semidiametri.a.d. Ducãtur.n.due linee.b d ꝙ.d c ꝙ arcui.b.e subtendatur chorda b.e.eritq̃. ex octaua primi angulus.b a d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimam sexti arcus.b.e.ẽ eq̃lis arcui.e c. Et quia ex.27.tertii tres arcus.a b.b.c.ꝙ.c a.sunt adinuicẽ equales eo ꝙ eorꝫ chorde que sunt latera trigoni sunt equales ex ypothesi. Erit arcus.b e.sexta pars circumferentie.ideoq̃ chorda b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti.quare per correl.15.quarti linea.b.e. est equalis semidiametro.a.d. Manifestum est aũt ex prima parte 30.tertii ꝙ angulus a.b.e.est rectus.adeoq̃ quadratum linee.a.e est equale quadratis duarꝫ lineaꝝ.a.b.ꝙ.b e.pariter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum.a e.quadruplum ad quadratum.b.e.ex quarta secũdi cum linea a e.sit dupla.b e. Relinquitur ergo quadratum a.b.triplum esse ad quadratum.b.e.ꝙ ideo ad quadratum.a d quod est propositum. Non lateat aũt nos ꝙ linea.b.e que est latus trigoni diuidit semidiametrũ.d e.per eq̃lia. Esto quidem punctus diuisionis f.constat igitur ex quarta primi ꝙ b f.est equalis f c ideoq̃ per primam partem tertie tertii oẽs anguli qui sint ad f.sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum b d est equale quadratis duarum linearum d f.ꝙ f b Quadratum vero b e.equale quadratis duarum linearum que sunt.b.f.ꝙ.f.e. Et quia.b.d.est equalis.b.e.erũt

ex cōi scīa duo quadrata duarū linearū.b.f.ꝫ.f.d pariter accepta equalia duobus quadratis duarū linearū.b.f ꝫ.f.e pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq̧ quadrato.b.f.erit ex cōi scīa q̄dratum.f.d residuum equale q̄drato.f.e.residuo quare ꝫ linea.f.d linee.f.e.ex hac cōi scīa quarū quadrata sunt equalia eas lineas esse equales. Ex hocª itaq̧ manifestum est ꝙ perpēdicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti eq̄lis est dimidio linee ducte a cētro eiusdem circuli ad ipsius circūferentiā.

Castigator.

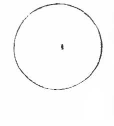
a ¶ Quia duo anguli ad.d.sunt equales adinuicem ꝫ latera triangulorū illos continētia eq̄lia.s.b.d,d.c,ꝫ.d f.cōe vtriq̧ triangulo.

Propositio .9.



Si latus exagoni equilateri latusq̧ decagoni equilateri quos ambos vnus idemq̧ circulus circumscribit, sibi inuicem in longum directumq̧ coniungentur totam.a.ex eis composita fm proportionem habentem medium ꝛ duo extrema diuisa erit maiorq̧ eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus.a.b.c.cuius centrū.d.ꝫ diameter a.d.c.sitq̧ arcus.c b.quinta ps arcus semicirculi.a.b.c.cui subtendatur chorda.c.b.quam cōstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti. Adiūgaturq̧ linee.c.b in cōtinuū ꝫ directum linea.b.e.que ponatur esse eq̄lis lateri exagoni eq̄lateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineā.c e.diuisam esse in pūcto.b.fm ꝓportionē hn̄tem medium ꝫ duo extrema ꝫ maiorē eius portionem dico esse linea b.e.q̄ est latus exagoni. Ducant̄.n.in centrū due lineee.e.d.ꝫ.b d.eritq̧ angulus.e.equalis angulo b.d e.ex.5.primi ꝓꝑ hoc ꝙ linea.e.b.est eq̄lis linee.b d.ex correl.15.quarti angulus quoq̧.d b.c.est eq̄lis angulo.c.ex.5.primi: quare ex.32.primi angulus.a d.b.erit duplus ad angulum.d.b.c.ꝫ quia ꝓ eādem angulus.d.b.c.est duplus ad angulum.e. sequitur vt angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulum.e. Est.n.ex cōi scīa q̄dcuplum ꝗcquid fuerit duplū dupli. Cūq̧ sit ēt idem angulus.a.d.b.quadruplus ad angulū.b.d.c.ex vltima sexti eo ꝙ arcus a.b.est q̄dcuplus ad arcum.b.c.necesse est ex cōi scīa vt āgulus.e.sit equalis angulo.b d.c. Si igr̄ intelligant̄ duo triangulı.d.e.c.totalis.ꝫ.b d c ꝑtialis cū angulus.e. totalis sit eq̄lis angulo.b.d.c.partialis ꝫ angulus c.sit cōis vtriusq̧ necesse est ex.32.primi vt ipsi sint equianguli. quare ꝓ q̄rtam sexti ꝓportio duorū laterū e.c.ꝫ c.d.cōtinentium angulum.c.in totali triangulo ē sicut duorū laterū d.c.ꝫ.c.b cōtinentium eūdem angulū in ꝑtiali triangulo qa ergo ꝓportio.e.c.ad.c.d.ē sicut ad.e b.ex scd̄a ꝑte.7.quinti.ꝫ.d.c.ad.e.b.ē sicut e.b.ad eādem ex ꝑma ꝑte eiusdem. Sequit̄ ex.7.quinti vt sit ꝓportio.c.e ad e.b.sicut.e.b.ad b c. I gr̄ a dione cōclude ꝓpositum lineam.e.c.esse diuisam fm ꝓportionem hn̄tem mediū ꝫ duo extrema ꝫ maiorem portionē eius eē latus exagoni ꝙ oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq̧ demōstrare cōuenit qd̄ facile fiet via retrograda. Eā n.assumit Ptolomeus capitulo.9.prime dictōis almagesti ad demōstrandum q̄ntitatem chordarū arcuū circuli. Dico itaq̧ ꝙ si linea q̄libet fm ꝓportionē hn̄tem mediū ꝫ duo extrēa diuidat̄ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdem minor erit latus decagoni. At ꝟo cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit n.priori dispositiōe manēte linea e.c.diuisa in puncto.b.fm predictā ꝓportionē ꝫ maior eius portio sit.e. b dico ꝙ cuiuscūq̧ circuli linea.e.b.est latus exagoni eiusdē ē linea.b.c. latus decagoni.ꝫ cuiuscūq̧ circuli lin.a.b.c.est latus decagoni eiusdē est linea.e b.latus exagoni. Intelligo aūt hoc de exagonis ꝫ decagōis equilateris. Si n.sit.e b.latus exagoni circulo a.b c.inscripti erit per correl.15. quarti e b equalis.d c.ꝫ quia ꝓ ꝓ tio.c.e.ad e.b est sicut e b.ad b.c ex ypothesi erit ex.7.quinti e c ad d.c.sicut d c.ad.c.b.igit̄ ex.6 sexti duo triāguli.e.d c ꝫ.d c.b.sint equianguli. Angulus ergo.e.est equalis angulo.b.d.c.ipsos enim latera proportionalia respiciunt, cumq̧ sit angulus

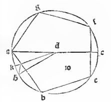


a.d.b.quadruplus ad angulum.e.ex.32.primi bis assumpta. & quinta eiusdem bis. sequit vt etiā idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulum b.d.c. Ideoq; ex vltima sexti arcus.a.b quadruplus est ad arcum.b.c. Linea igitur.b c.est latus decagoni circulo.a.b c.inscripti. Q uod si linea b.e fuerit latus decagoni circuli a.b.c.erit e.b.latus exagoni eiusdem. Sit.n.e b latus exagoni circuli.f. eritq; ex predictis.b.c latus decagōi eiusdem. Intelligantur igitur inscripti ee decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c & f.quoꝝ oīa latera erunt equalia linee b c & quia ois figura equilatera circulo inscripta est equiangula vt probatum est in.15.quarti libri seq. itur vtrosq; decagones eē equiangulos. Cumq; oēs anguli vnius pariter accepti sint equales oibus angulis alterius pariter accepti sicut euidēter apparet ex demonstratis in.32.primi:necesse est ex hac cōscia quorūlibet equalium decimas aut quotaslibet ptes eiusdē denotatiōis eē equales vt vnus hoꝝ decagonoꝝ sit equiangulus alii. ideoq; similis ex diffinitione similiū superficierum. & quia si due figure similes duobus circulis inscribantur: erit proportio duoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ illaꝝ figurarum sicut duaꝝ diametroꝝ illoꝝ circuloꝝ vt appar&t ex correl.18.sexti libri & prima.12.cum latera decagonorum similium inscriptoꝝ duobus circulis.a b.c. & f sint equalia sequitur vt diametri eoꝝ sint equales ideoq; & semidiametri equales. Sūt autē semidiametri & latus exagoni equalia ex correlario decime quite quarti. Erit ergo linea.e b.latus exagoni circulo.a b.c.inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli f.sibi equalis. Hoc aūt est quod demonstrare volumus Ex hac autem nōa huius.13.libri noueris exortam esse decimam qrti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus existat. Talis eñ m est vterq; triangulorum e.d.c & d c.b & simpliciter omnis cuius duo latera sint equalia maiori portioni alicuius linee diuise sm proportionem habentem medium duoq; extrema & tertium quod est basis est equale minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sint equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

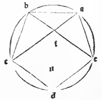
Propositio .10.

QVe latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si sint in eodē circulo ambo inscripta

¶ Sit circulus.a.b c.cuius centrum.d & diameter.a.d.c. inscribaturq; ei pentagonus eqlaterus qui sit a.b e.f.g & a centro d protrahatur perpendicularis ad latus.a b. que producatur vsq; quo obuiet circumferentie in puncto.h.sitq;.d.h & protrahātur due chorde.a.h & h b.que erunt equales adinuicē ex secunda parte.3.tertii & quarta primi. ideoq; ēt duo arcus.a h & h b.equales adinuicem ex.27.tertii. Est igitur vtraq; duarum chordarum.a.h & h.b latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; q quadrati in linee a b que est latus pētagoni ē equale duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ b d.& a h.pariter acceptis quaꝝ prima est equalis lateri exagoni ex correl 15 quarti & secūda ē latus decagoni ptrahat.n a centro d ppendicularis ad lineā a.h.q est latus decagoni q producat vsq; ad circumferētiam sitq;.d.k q secet lineam a.h.q est latus pētagoni in puncto.l & Protrahat linea h.l. Cōstat aūt ex secūda pte tertie tertii & .4.primi.27.tertii q linea d.k q est ppendicularis ad chordam.a.h simul diuidit p equalia chordam & arcū. Ideoq; arcus.a k. est eqlis arcui k.h. Quare ex vltima sexti angulus.a d.l est eqlis angulo l d.h Ideoq; ex qrta primi basis a l basi.l.h Igr ex qnta primi angulus.l.a h.eqlis est angulo.l.h a Cūq; ēt sit ex eadē angulus.h.a b.eq lis angulo h. b.a sequit vt angulus l.h a.sit equalis angulo.h b.a. Ergo ex 32.primi duo triāguli.b.a.h.& a.h.l.sunt eqanguli. Est.n.angulus.b.maioris eq.a angu



lo.h.minoris & angulus.a.cōis est vtriq. Itaq. per quartam sexti pportio b.a.ad.a.h.ē sicut.a.h.ad.l.a. Quare ex prima parte.16.sexti quod prouenit ex b.a.in.a.l.est equale quadrato linee.a.h.q̄ est latus decagoni. Cū sit aūt semicirculus.a.e.c.equalis semicirculo.a.f.c.& arcus.a.e.arcui.a.f.erit arcus.e.c.residuus equalis arcui.f.c.residuo. Quare arcus.e.c.est medietas arcus.e.f ideoq. equalis arcui.a.h.& duplus ad arcum.h.k. Et quia arcus.c.b.ē duplus ad arcum.b.h.erit ex.13.quinti totus arcus.c.e.b.duplus ad.totum arcum.b.h.k.ideoq. ex vltima sexti angulus.c.d.b.ē duplus ad angulum.b.d l cūq. ēt angulus.c d.b.duplus sit ad angulum.b.a.d.ex.32.& quinta primi.sunt.n.duo latera.d a.&.d b.equalia erit angulus b.d.l.eq̄lis angulo.b.a d.itaq per.32 primi erit triangulus.b.d.l.eqangulus triangulo b.a.d. Est.n.angulus.d.minoris eq̄lis angulo.a.maioris.& angulus.b est cōis vtriq. Ergo per quartam sexti proportio.a.b.ad.b d.est sicut.b d ad.l.b.quare per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.ē equale quadrato.d.b.at vero probatum est prius q̄ illud quod prouenit ex.a.b.in.l.a.est equale quadrato.a.h. Itaq. quod prouenit.ex.a.b.in a.l.& in.l.b.est equale duobus quadratis duarum linearum.a.h.&.b.d.& quia ex secunda secundi quod prouenit ex.a.b.in.l.a.&.in.l b.est equale quadrato linee.a.b. Est autem linea.a.b.latus pentagoni equilateri proposito circulo inscripti. Linea vero.a.h.est latus decagoni equilateri.& linea.b.d.est ex correlario.15.quarti equalis lateri exagoni equilateri proposito circulo inscripto totum inconcussa demonstratiōe astruitur.& hoc quod dicitur.



Propositio .11.

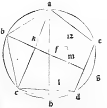
Si duobus propinquis angulis pentagoni equilateri intra circulum descripti a terminis suo. um laterum due recte linee subtendantur vnaquaq. alteram secundum proportionem habentem medium duoq. extrema secabit maiorq. ipsius portio lateri ipsius pentagoni equalis erit.

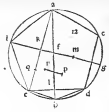
¶ Sit pentagonus equilaterus a.b.c.d e.inscriptus circulo eisdem literis signato & duobus eius propinquis anguli qui sunt.a.&.b subtēdātur due recte linee.a.c.& b.e.secantes se inuicem in puncto.f. Dico itaq. vtrāq. barum esse diuisam in puncto.f.sm̄ proportionem hn̄tem medium duoq. extrema:& q̄ maior portio vtriusq. est equalis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex.27.tertii q̄ quinq. arcus circuli pentagonum propositū circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chorde:sunt adinuicem equales. Ideoq. ex vltima sexti quatuor anguli.a.e.b a b.e.b a.c.&.b.c.a.sunt adinuicem equales. Nam arcus.a b.a.e.&.b.c.sunt adinuicē equales. Cumq. sit arcus.c.d.e.duplus ad arcum.b.e.erit quoq. ex vltima sexti angulus.c.a.e.duplus ad angulum.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus est ad angulum.f.a.b.igitur angulus.a.f.e.est equalis angulo.f.a.e. Quare per sextam primi linea.a.e.est equalis linee.f.e. Sunt aūt duo trianguli.a.b.e.&.a.f.b equianguli per ea que dicta sunt & per.32.primi. Est enim angulus e.maioris equalis angulo.a.minoris & angulus.b.communis vtriq. Igitur per quartam sexti proportio e b ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cumq. sit.e.f.equalis.a b.eo q̄ ipsa vt probatum est equalis.a.e. Sequitur ex.7.quinti:vt sit proportio.b.e ad.e.f.sicut.e.f ad f b. Quare p diffinitionem linea.e b.est diuisa sm̄ proportionem habentem medium duoq. extrema.& eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si autem hoc est verum de linea.e.b.erit quoq. ex.7.quinti & quinta eiusdē & diffinitione idem verum de linea.a.c. Nam tota b.e est equalis toti.a c.ex quarta primi & portiones portionibus ex sexta primi & communi scientia portiones enim.a.f.& b.f.sunt equales ex sexta primi.ideoq.f.e.& f c.residue erunt ad inuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet & facilius de linea.a.c.demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam.e.b.

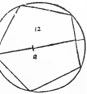
Propositio .12.

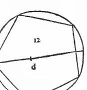
Si circuli pentagonum equilaterum circumscribẽtis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

¶ Sit pentagonus equilaterus.a b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris ascripto cuius centrum.f & due diametri.b.g.& a.h.sitq; vtraq; harum diametrorum linea rõnalis in longitudine: dico tunc q latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q̃ dicitur minor. Protrahatur.n.linea.a.c.q̃ secet diametrum b.g.in puncto k. Eritq; ex vltima sexti & quarta primi linea.a.c.diuisa a diametro.b g.orthogonaliter & per eq̃lia in puncto.k.qa cum semicirculus.b.a.g.sit eq̃lis semicirculo.b.e.g & arcus.b.c.arcui.b.a.sicut constat ex 27 tertii erit arcus.a.g.residuus equalis arcui.c.g.residuo. Ideoq; ex vltima sexti angulus.a b.g.equalis est angulo.c b.g.Cum itaq; duo latera.a.b.& b.k.trianguli.a.b.k.sint eq̃lia duobus lateribus.c.b.& b.k.trianguli.c.b.k.& angulus.b.vnius angulo b.alterius:erit ex quarta primi basis.a.k.equalis basi.k.c.& oẽs anguli qui sunt ad.k sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter aũt.a.h.secet latus pentagoni.c.d.in puncto.l.Eritq; similiter linea.c.d.diuisa a diametro.a.h.orthogonaliter & per equalia in puncto.l. Cũ.n.sint duo arcus.a.d.h.& a.c.h.equales & arcus.a.c.sit eq̃lis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculorum qui sunt c.h.& d.h.eq̃les.Quibus si subtendãtur due chorde que sunt.c.h.& d.h.ipse quoq; ex.28.tertii erunt equales & qa arcus.a c.est equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.h.l.eq̃lis angulo.d.h.l. Ideoq; per quartam primi basis.c.l.est equalis basi.d.l.& oẽs anguli qui sunt ad.l.recti ex prima parte tertie tertii. Itaq; duo triãguli.a.c.l.& a.f.k.sunt equianguli ex 32.primi.Est.n.angulus.l.maioris eq̃lis angulo.k minoris eo q vterq; est rectus & angulus.a.est cõis vtriq;:quare ex quarta sexti proportio.l.c ad.c.a.est sicut.k.f.ad.f.a. Sumatur igitur ex diametro b.g linea.f.m.equalis quarte parti semidiametri.eritq; per equam proportionalitatem proportio.c.l ad quartam partem linee.a.c.q̃ sit.c.q.sicut.k f.ad quartam partem linee.f.a.que est.f.m.& qa per.15.quinti proportio c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q. Sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum. Erit per.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.& coniunctim linee constantis ex.d c.& c.k.ad.c.k.sicut.k.m.ad.m.f.& iõ per primam partem.20.sexti proportio quadrati linee cõposite ex.d.c & c.k.ad quadratum linee.c.k.sicut quadrati linee.k.m.ad quadratum linee.m.f. Cõstat aũt ex premissa q si linea.a.c.diuidatur secundum proportionem hñtem medium duoq; extrema maior portio eius erit equalis linee.d.c.igitur linea constans ex.d.c.& c.k.cõponitur ex maiori portiõe linee diuise secundum proportionem hñtem mediũ duoq; extrema & ex medietate totius linee sic diuise Est.n.c.k.medietas.a.c. Itaq; per primã istius.13.libri quadratum linee composite ex.d c.& c.k.quincuplum quoq; est ad quadratum linee c.k. Ideoq; quadratum linee.k.m quincuplum quoq; est ad quadratum linee.m.f.Cum sit horum quadratorum & illorum vna proportio est aũt linea.b.m quincupla ad lineam m.f. Erat.n.m.f.q̃rta pars semidiãetri propositi circuli:ergo q̃dratũ linee.k.m.ad q̃dratũ linee.m f.ẽ sicut linee b.m.ad lineã m.f.& qa ex secunda parte.18.sexti quadratum linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.est sicut linee k m.ad lineam m.f.duplicata. Erit ex vndecima quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineã.m.f.duplicata. Igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b.m.& m f.quod sic constat. Sit enim linea n.p medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq; ex diffinitiõe proportionis duplicate que posita est in principio quinti proportio b m ad m.f.sicut b.m.ad n p.duplicata: & quia.b.m.ad.n.p sicut n.p.ad m.f.erit etiam ex.11.quinti proportio b.m.ad.m.f.sicut.n p.ad m f.duplicata. Igitur ex prima parte.9.quinti due linee.k.m & n.p.sunt equales. Ideoq;





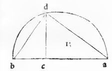


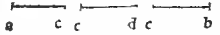


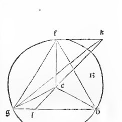
ex prima parte.7.quinti & ex secunda parte eiusdem linea k.m.est medio loco proportionalis inter.b.m.& n.f. Quare ex correl.17.sexti proportio quadrati linee.b.m.ad quadratum linee m.k est sicut est linee.b.m ad lineam.m.f.& quia linea.b.m.est quincupla ad lineam m f, erit quadratum linee.b.m.quincuplum ad quadratum linee.m.k linea aut b.m. est rōnalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem 7.decimi linea.m.k. est rōnalis in potentia tm̄ & quia linea b m est potentior linea.m k.in quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt continuo probabitur erit linea.b.k residuum quartum ex diffinitione residui quarti. Quod āt probandum assumpsimus sic patet. Sit numerus.r.quincuplus ad numerum.t.finito.t.& r quantum r.ac si esset.r.quinq.s.vnum t.quattuor. Et sit linea.b.m.potentior linea.m.k.in quadrato linee.x. Cum igitur sit q̄dratū linee.b.m.ad quadratū linee.m k.sicut numerus.r.ad numerum.s.erit p euersam proportionalitatē quadrati linee.b.m.ad quadratū linee.x.sicut numerus.r.ad numerum.t. Quare per vltimam ptem 7.decimi linea.x est incōmensurabilis linee b.m in longitudine Nō est ergo dubium quin b k.sit residuum quartum. Manifestum vero est ex.34.tertii q illud quod fit ex.b.k.in.k g est equale ei quod fit ex.a.k.in.k.c Ideoq̄ et ipsum idē est equale quadrato.k c eo q a.k.est equalis .k.c.ergo quadrato b.k.addito vtriq, erit ex penultima primi quod fit ex.b.k.in se & in.k g.equale quadrato.b.c, Et quia ex prima secundi quod fit ex b k.in se & in.k.g ē equale ei qđ fit ex b k in.g.b. Erit linea.b.c.latus tetragonicum superficiei contente a duabus lineis.g.b.& k.b & quia linea.g b.est rōnalis linea vero.b.k est residuum quartū. & quia linea potens in superficiem linea rōnali residuoq, quadrato cōtentam est linea minor vt constat ex.39.decimi libri necesse est lineam.b c.que est latus pentagoni equilateri proposito circulo inscripti esse lineam minorem.quod erat ex principio d. constrandum. Hoc ergo modo sequitur q latus pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor.si diameter circuli cui inscribatur fuerit rationalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōalis in potētia tm̄.adhuc necesse est vt latus pētagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enim linea a.rōnalis in potentia tm̄ supra quam describatur circulus cui descripto inscribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit.b.c.dicantur q pentagonus & circulus a dico q linea.b.c.est linea minor. Sumatur enim aliqua linea rōnalis in longitudine que sit d & super eam linee tur circulus cui inscribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsius linea e.f.d cantur q pentagonus & circulus.d constat igitur ex hac in. q e.f.est linea minor cum diameter.d sit rōnalis in lōgitudine. Qm̄ vero proportio pentagoni.a.ad pētagonum.d est sicut quadrati linee b.c.ad quadratum linee.e f vtraq enim est ex secunda parte.13.sexti sicut linee b c.ad lineam e.f duplicata. Pentagoni autem.a.ad pentagonum.d.est sicut quadrati diametri.a.ad quadratum diametri.d ex prima.12.erit ex 11.quinti quadratum linee.c b.ad quadratum linee.e.f.sicut quadratum diametri a.ad quadratum diametri.d cumq, quadrata duarum diametrorum a.& d.sint cōicantia quia ambo sunt rōnalia ex ypothesi erunt quoq ex prima parte.10.decimi quadrata duarum linearum b c.& e.f cōicantia. Ergo linea.b.c.cōicat in potentia cum linea e.f.& quia linea.e.f.est minor sequitur ex 100.decimi q et b c.sit linea minor quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in potētia tm̄ necesse est vt latus pētagoni eqlateri sibi inscripti sit linea minor.

Propositio .x.

Piramidem quatuor basium triangularium & equilaterarum ab assignata spera circumscriptibilem fabricare. hinc ergo spere diametros ad latus ipsius piramidis sexquialteram proportionem potentialiter habere probatur.

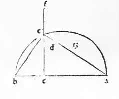


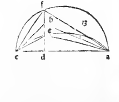


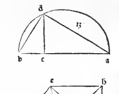


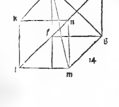
¶ Sit linea.a.b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita q.a.c.sit dupla ad b.c.& lineetur super eam semicirculus.a.d.b.& producatur linea.c.d.orthogonaliter super lineam.a b.& producantur linee.b.d.&.d.a. Postea fiat circulu.f.g.h.super cētrum.e.cuius semidiameter sit equalis linee.c.d cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equilaterus qui sit f.g.h ad cuius angulos protrahantur a centro linee.e.f.e.g.e.h. Deinde super centrum.e.erigatur secūdum q docet.11.vndecimi linea e.k.que ponatur equalis.a.c perpendicularis ad superficiem circuli.f.g.h. Et demittantur a puncto.k.ypothenuse.k.f.k g.k.h. Eritq cōpleta piramis quatuor basium triangularium & equilateraꝝ quam dico eē ab assignata spera circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri propo site spere sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate piramidis. Constat enim ex prima parte correlarii.8.sexti q linea.c.d.est medio loco proportionalis inter.a.c.& c.b.Quare ex correl.17.eiusdem quadratum linee a.c.ad quadratum linee.c.d.est sicut.a.c.ad.c b.Ergo coniunctim quadratum.a.c.& quadratum.c.d. ad quadratum.c.d.sicut a.b.ad.b.c. Ideoq ex penult primi quadratum.a d.ad quadratum.d.c.sicut.a.b.ad b.c. Cum ergo linea.a.b.sit tripla ad.b c.(erat.n.a.c dupla ad eā) erit quoq quadratū a.d.triplū ad quadratū.d.c.ē aūt ex.8.huius q̄dratum.f.g.triplū ad quadratū.e.f.Quare cum ex ypothesi.d.c.sit equalis.e.f.erit ex cōsciā.a.d.equalis.f.g.& quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem linea.e.k.cōtinet cū singulis lineis.e.f.e g.e h.angulos rectos quaꝝ que libet est equalis linee.c.d.& q ipsa eadem est eq̄lis linee.a.c.& angulus.c.ē rectus: erit p quartam primi vnaqueq triū lineaꝝ.k.f.k.g.k.h.eq̄lis linee.a.d. Manifestum ē igitur fabricatam piramidem eē quatuor basium triangularium equilateraꝝ. Ipsam aūt eē circūscriptibilem ab assignata spera sic habeto. Linee e.k.intelligatur adici fm rectitudinem linea.e.l.eq̄lis linee.c b.vt tota.k.l fit eq̄lis.a.b.q̄ est diameter assignate spere. Hāc aūt lineam inquam.e.l.imagineris esse sub circulo.f.g.h.perpendicularē quoq ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est.e.k.ex parte superiori eritq vnaqueq triū linearum.e.f.e g.e.h.& simpliciter q̄libet semidiametri circuli f.g.h medio loco pportionalis inter.k.e & e.l quēadmodum ē.d.c.inter.a c & c b nam hee sint equales illis vnaquaq sue relatiue. Si igr super lineam.l.k describatur semicirculus circūducatq quousq ad locū vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitiōe speraꝝ equaliū spera descripta motu huius semicirculi eq̄lis spere assignate. Sunt.n.spere equales q̄ꝝ sint eq̄les diametri quēadmodū de circulis in pncipio tertii dictū ē. Se micirculum hunc vero necesse est trāsire p tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. Similiter aūt dico q semicirculus hic qui super lineam.k.l.fuerit descriptus si circūducatur quousq ad locū redeat vnde moueri cepat continget circulum.f g h.super oia puncta circūferentie ipsius. Quod ex hac veritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circūstat medio loco proportionalis ponatur. fueritq super eam lineam cui perpēdicularis superstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extremitatem linee medio loco pportionalis posite perpendiculariter necessario transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli.f.g.h.sint perpendiculare ad lineam k.l.& medio loco proportionales inter partes ipsius q̄ sunt.k.e.& e.l.sequitur vt semicirculus descriptus super.k.l.si circūducatur transeat per oia puncta circumferentie.f.g.h & per oēs solidos angulos piramidis fabricate. Itaq ad diffinitione eius quod est figuram in orbi figure piramis fabricata est inscriptibilis illi spere quam semicirculus super lineam.k.l.lineatus motu suo describit. Et quia hec spera descripta est assignate spere equalis per diffinitionem equalium speraꝝ sequitur ex communi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spa circū scriptibilis qd est propositum. Correlariū aūt patet sic. Cū.n.a.b sit tripla ad b c.p eueršam pportionalitatem erit.a.b.sexqualtera ad.a.c.Ideo ex scda pte correla











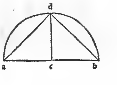
rii.8.sexti & correlario 17.eiusdē quadratū linee.a.b.erit ēt sexquialtez ad quadratum linee.a.d. & q̄a linea.a.d.ē eq̄lis lateri fabricate piramidis. at ꝯo.a.b.est diameter spere cōstat vez esse quod per correlariū dr̄. Ne aūt quemq̄ de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc mō demōstratione firmare. Sit igitur sup lineam.a.b.linea.c.d.perpendicularis q̄ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes linee.a.b.q̄ sint.a c.& c.b.ita q̄ proportio.a.c.ad.c.d.sit sicut.c.d.ad.c.b. Et super lineā.a.b describatur semicirculus.a.e b. Dico q̄ huius semicirculi circūferentia trāsibit per punctū.d.q est extremitas perpendicularis. Si naūt aut secabit lineam.c.d.aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsiens & includēs & nō cōtingēt. Secet ergo primo eā in pūcto.e.& ducātur linee.e.b & .e.a.eritq̄ ex prima parte.30.tertii totalis angulus.a e.b.rectus. Itaq̄ ex prima parte correl.8.sexti proportio.a.c.ad.c.e ē sicut.c.e.ad.c.b. At ꝯo ex secūda parte 8.qnti proportio.a.c.ad.c.e.ē maior q̄.a.c.ad.c.d.eo q̄.c.e.ē minor.q̄.c.d. Cū igitur sit.c.e.ad c.b.sicut.a.c.ad.c.e. & .c.d ad.c.b.sicut a.c.ad.c.d. erit per.12.qnti.e.c.ad.c.b.maior q̄.c d.ad.c.b. Ideoq̄ per primam partē 10 quinti.e.c.est.maior q̄.d c.pars videlicet q̄ suū totum quod est impossibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi lineam.c.d. ¶ Supertrāseat igitur & producatur.c.d vsq̄ ad circūferētiam sitq̄ tota.c.e & protrahātur linee.e.b.& .e.a.sequeturq̄ vt prius lineam c d.esse maiorē q̄ sit linea c.e. Quod est ēt impossibile.cōstat ergo propositū. Silr̄ aūt dicimus q̄ si fuerit aliqs angulus rectus cui basis subtēdatur super quā semicirculus lineetur: ipsius circūferentiā per angulum rectum trāsire necesse ē. Conuersam ꝯo huius proponit prima pars.30.tertii. Quod aūt dicimus sic constat. ¶ Sit.n.angulus.a b.c.rectus cui subtēdatur basis.a c.& super eā lineetur semicirculus dico q̄ ipsius circūferentia trāsibit per pūctum.b.in quo cocunt linee cōtinentes angulum rectū cuius demōstratio est q̄ neq̄ trāsibit supra neq̄ infra. Sin aūt transeat: primo infra sitq̄.a.e.c.& ab angulo.b. producatur linea.b.d.perpēdicularis ad basim.a c q̄ secet circūferentia semicirculi in puncto.e.& protrahantur linee.e.a.& .e.c. Eritq̄ angulus.a.e.c.rectus ex prima parte.30.tertii.at ipse est maior angulo.a.b.c.per.21.primi hoc aūt est impossibile ex tertia petitione cū vterq̄ sit rectus. Hic quidem ex ypotesi ille ꝯo ex prima parte.30.tertii. Nō ergo trāsibit circumferentia semicirculi infra angulum b.transeat itaq̄ supra & sit.a.f.c.producatur autem perpendicularis.d.b.quousq̄ obuiet circumferentie semicirculi.a.f.c.in puncto.f.& producantur linee.f.a.f.c.eritq̄ ex prima parte 30.tertii angulus.a.f c.rectus. Cumq̄ ēt esset ex ypothesi angulus.a.b c.rectus sequitur impossibile per.21.primi sicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc aūt necessarium est ad cognitionem eoz q̄ sequūtur.

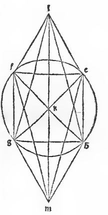
Propositio .14.

Ab assignata spera circūscriptibilem cubum cōstituere eiusdem aūt spere diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem eē māifestum erit.

¶ Assignate spere diameter sit.a.b.super quā lineetur semicirculus.a.d.b.diuidaturq̄ diameter in puncto.c.prorsus secundum conditionem premisse videlicet vt linea.a c.sit dupla ad lineam.c.b.& producatur.c.d.perpendicularis ad a.b.& protrahantur.d.b.& .d a postea fiat vnum q̄dratum cuius omnia latera sint equalia linee.b.d.sitq̄.e.f.g h.super cuius quatuor angulos erigantur vt docet.12.vndecimi quatuor linee perpēdiculares ad superficiē ipsius q̄drati quaz q̄libet ponatur ēt equalis linee.b.d.sintq̄.e.k.f.l g.m.h.n.eruntq̄ hee quatuor perpendiculares singule singulis eq̄distantes ex sexti vndecimi & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione linee perpēdicularis ad superficiē: deinde cōiungātur extremitates istarū perpendicularium protractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritq̄ cōpletus cubus sex superficiebus q̄dratis cōtentus. Cōstat.n ex.33.34.p̄mi q̄ q̄tuor supficies ipsum ambientes & ipse sunt quaz opposita latera sunt quatuor perpendi-

culares sint oēs quadrate de basi aūt hoc positum est. at ꝟo de suppema eius sup̄ficie q̄ est. k.l.m.n. q̄ ipsa quoq̄ sit quadrata. cōstat ex .33. primi ⁊ 10. vndecimi. ideoq̄ ex quarta vndecimi māifestum ē singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt aūt cubum hūc ab assignata spera circūscriptibilem esse demonstremus: in vna suaꝝ sup̄ficierum ꝑtrahat̄ diagonalis. Verbi grā in basi eius sitq̄. e.g. ⁊ ab huius diagonalis altera extremitate ꝑtrahatur diameter cubi. e.m. eritq̄ ex penultima p̄mi q̄dratum. e.g. duplum ad q̄dratum. f.g. I ōq̄ ⁊ ad quadratum. g.m. eo q̄ .g.m. ē equalis. f.g. Sūt.n. oīa latera cubi adinuicē equalia. ⁊ q̄a rursus ex penultima primi quadratum. e.m. est equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. e.g. ⁊ .g.m. ꝑp hoc q̄ angulus. e.g.m. est rectus ex diffinitione linee ꝑpendicularis ad sup̄ficiem. Erit quadratum. e.m. triplum ad quadratum. m.g. Constat.n. ex duplo ⁊ simplo. cūq̄ ex secunda pte correlarii. 8. sexti ⁊ ex correlario. 17. eiusdem q̄dratum quoq̄ a.b. sit triplum ad q̄dratum. b.d. eo q̄ linea. a.b. tripla ē ad lineam. b.c. sit aūt. b.d. equalis. e.g. sequit̄ ex cōi scīa vt. e.m. q̄ est diameter cubi sit equalis. a.b. q̄ est diameter spere. I taq̄ si sup̄. e.m. lineē semicirculus circūducaturq̄ quousq̄ ad locum vn̄ fuit initium motus redeat spera descripta: erit ex diffinitiōe sperarum equaliū eq̄lis spere assignate. At ꝟo q̄a hic semicirculus trāsitum faciet ꝑ pūctum. g. eo q̄ angulus. e.g.m. est rectus eadēq̄ rōne ꝑ ceteros singulos rectos angulos cubi q̄d ex ante ante hanc. 14. imediate p̄misso manifestum est. Cōstat cōstitutum cubum ab assignata spera eo q̄ a sua equali circumscriptibilem esse quod demonstrare oportebat. correlarii ꝟo demōstratio in istius demonstrationis processu prepatuit.

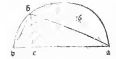




Propositio .15.

Corpus octo basium triangulariū ⁊ equilaterarum a spera proposita circumscriptibile cōponere. eritq̄ palam eiusdem spere diametrū lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

¶ Diameter spere proposite sit. a.b. que diuidatur ꝑ equalia in pūcto. c. ⁊ sup̄ eam lineē semicirculus. a.d.b. ⁊ ꝑducat̄. c.d. ꝑpendicularis. ad. a.b. ⁊ iungat̄ punctus. d. cum. a. ⁊ cum. b. Describaturq̄ vnum quadratum cuius singula latera sint equalia linee. b.d. sitq̄ quadratum. hoc. e.f.g.h. in quo ꝑtrahant̄ diametri due. e.g. ⁊ .f.h. secantes se inuicem in puncto. k. Cōstat igitur ex. 4. primi q̄ vtraq̄ istarum diametroꝝ sit equalis linee. a.b. que est diameter spere cum angulus. d. sit rectus ex prima pte. 30. tertii ⁊ singuli quoq̄ anguli. e.f.g.h. recti ex diffinitione q̄drati. Cōstat rursus q̄ eedem due diametri. e.g. ⁊ .f.h. diuidūt se inuicem ꝑ equalia in puncto. k. h̄ aūt ex. 5. primi ⁊ .32. ⁊ sexta eiusdem facile est elicere. Erigat̄ itaq̄ super punctum. k. linea. k.l. ꝑpendicularis ad sup̄ficiem q̄drati q̄ ponatur equalis medietati diametri. e.g. vel. f.h. ⁊ demittant̄ ypothemise. l.e. l.f. l.g. l.h. eruntq̄ ex his q̄ posita sunt ⁊ penultima primi quotiens oportuerit repetita singule baꝝ ypothemisaꝝ equales sibi inuicem ⁊ equales lateribus quadrati. Habes ergo piramidem quatuor equilaterarum triangulariumq̄ basium super quadratum constitutam. Hinc itaq̄ sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appōe lineā. l.k. producas ꝑforando quadratum vsq̄ ad. m. ita q̄. k.m. exīs sub quadrato sit equalis. l.k. existenti supra: ⁊ iunge punctum. m. cum singulis angulis q̄drati ꝑducendo. 4. alias ypothemisas que sunt. m.e. m.f. m.g. m.h. de quibus quoq̄ manifestum est ex penultima primi: quemadmodum de aliis q̄ sunt in sup̄iori pte q̄ ipse sint equales ad inuicem ⁊ lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus. 8. basium triāgularium ⁊ equilaterarum. Hoc aūt ab assignata spera circūscriptibile esse sic habeto. Cōstat.n. q̄ linea. l.m. est equalis diametro assignate spere: nam vtraq̄ earum est equalis diametro quadrati. igitur si super. l.m. lineetur semicirculus qui circumuoluatur quousq̄ ad locum suum redeat: spera quam motu suo describet erit eq̄lis assignate spere vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Hic

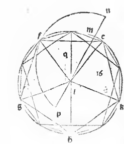


vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati et simpliciter per oia puncta circumferentie circuli circumscribentis quadratum, eo quod semidiameter quadrati vt linea.f.k.et portiones linee.l.m.que sunt.l.k.et.k.m.sunt ad inuicem equales, quare ex diffinitione eius quod est figuram vnam alii figure inscribi fabricatum corpus inscriptibile est spere motu huius semicirculi descripte. Itaque et spere assignate ex concept. cum ipse sint adinuicem equales ex diffinitione. Correl. vero manifeste constat: sunt enim due linee.d.b.et.d.a.equales ex.4.primi: ideoque quadratum.a b.duplum est ad quadratum.b.d.ex penul.primi latus autem fabricati corporis est equale linee.b.d.verum est ergo correlarium.

Propositio .16.

Corpus viginti basium triangularium atque equilaterarum a data spera diametrum rationalem habente circumscriptibile fabricare. eritque palam latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam scilicet que dicitur minor.

¶ Sit hic quoque diameter assignate spere.a.b.que ponatur esse rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum: et diuidatur in puncto.c.ita quod a.c.sit quadrupla ad.c.b.et lineetur super eam semicirculus.a.d.b.et producatur.c d perpendicularis ad.a.b.et protrahatur linea.d b deinde secundum quantitatem linee.d.b lineetur circulus.e.f.g.h k.supra centrum.l.cui inscribatur pentagonus equilaterus eisdem litteris annotatus ad cuius angulos a centro.l.ducantur linee.l.e.l.f.l.g.l.h l.k.Rursus in eodem circulo inscribatur decagonus equilaterus: diuidantur enim cuncti arcus quorum chorde sunt latera pentagoni per equalia et a punctis mediis ad extremitates cunctorum laterum inscripti pentagoni linee recte dirigantur. Itemque super singulos angulos pentagoni erigatur cathetus secundum quod docet.12.vndecimi quorum quilibet sit etiam equalis linee.b.d.et continuentur extremitates horum quinque cathetorum quinque corausstis. Eruntque ex.6.vndecimi quinque catheti erecti adinuicem equidistantes. Cumque ipsi sint equales erunt quoque ex.33.primi quinque corausti eorum extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igitur a summitatibus singulis singulorum cathetorum binas et binas ypotemisas ad duos circumstantes angulos inscripti decagoni. Et harum decem ypothemisarum a quinque extremitatibus cathetorum ad.5.puncta que sunt singuli anguli medii inscripti decagoni descendentium extremitates continualitum pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoque erit equilaterus ex.23.tertii. Cum hoc itaque feceris videbis te perfecisse decem triangulos quorum latera sunt decem ypothemise et quinque corausti et.5.latera huius secundi pentagoni inscripti. Hos ergo decem triangulos equilateros esse sic collige. Cum enim tam semidiameter descripti circuli quam quilibet erectorum cathetorum sit equalis linee.b.d.ex ypothesi erit ex correlario.15 quarti quilibet cathetorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter est equalis linee b.d.inscripti. Quia vero ex penul.primi vnaqueque.10.ypothemisarum tanto est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex.10.huius latus quoque pentagoni est tanto potentius eodem quantum potest idem latus decagoni. Erit ex com scia vnaqueque harum ypothemisarum equalis lateri pentagoni. De corausstis autem iam patuit quod ipsi sint equales lateribus pentagoni. Itaque cuncta latera horum decem triangulorum aut sunt latera pentagoni equilateri secundi vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur equilateri trianguli. Amplius autem super centrum circuli quod est punctum.l.erige alium cathetum equalem prioribus qui sit.l.m.eiusque superiorem extremitatem que est punctus m iunge cum singulis extremitatibus priorum per quinque corausstos eritque ex sexta vndecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equidistans. Ideoque ex.33.primi hi quinque corausti erunt semidiametro circuli equales et ex correl.15.quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni. centrali ergo catheto ex vtraque parte adiciatur linea vna equalis lateri decagoni. Supra quidem adiciatur ei.m.n.deorsum autem sub circulo adiciatur sibi a centro circuli.l.p.postea demittantur a puncto.n.5.ypothemise

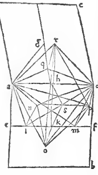


ad.5.superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. & a puncto.p.alie.5.ad alios quinq; inferiores. Eruntq; hee decem ypothemise eq̃les adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi & .10.huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus.20.basium triangularum atq; equilaterarum cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n.p. Horum autem.20. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum. quinq; autem consurgunt sursum ad punctum. n. concurrentes. At quinq; reliqui deorsum emergunt super punctum.p.coeuntes. Hoc autem ycocedrum corpus a data spera circumscriptibile esse sic erit manifestum. Cum linea.l.m.sit equalis lateri exagoni & .m.n.lateri decagoni equilaterorum quos circulus.e.f.g.circumscribit tota.l.n.erit ex nona p̃ntis libri diuisa ſm ꝓportionẽ.h.m.&.d extre.i pũcto.m. & maior portio eius erit linea l.m. Diuidat̃ itaq; l m.per eq̃lia in.q. Eritq; ex cõi ſcia.p.q.eq̃lis.q.n. Nã.p.l.posita ẽ eq̃lis lateri decagõi queadmodum.m.n.q̃re.q.n.ẽ medietas.n.p.queadmodũ ẽ.q.m.medietas m.l.Cũ ergo q̃dratũ.n.q.sit ex 3.huiꝰ q̃ncuplũ ad q̃dratũ.q.m.erit quoq; ex.15.q̃nti q̃dratũ.p.n. q̃ncuplũ ad quadratum.l.m. Est.n.ex quarta secundi q̃dratum p.m.q̃druplum ad quadratum.q.n. Quadratum quoq;.l.m.q̃druplum ad quadratum.q.m ex eadem. Quadruplum aũt ad q̃druplum ẽ vt simplum ad simplũ teste 15.q̃nti. at ꝟo quadratum.a.b.quincuplum est ad q̃dratum b.d.ex sc̃da ꝑte correlarii.8.sexti: & ex correlario.17.eiusdem: est ẽt.a.b q̃ncupla ad.b.c.eo q̃ a.c.fuit ad eãdem q̃drupla. Quia ergo.l.m.est ex ypothesi eq̃lis.b.d.erit ex cõi scĩa.a.b.equalis.n.p. Itaq; si sup lineam.n.p semicirculus describat̃ qui tãdiu q̃ locũ p̃mum repetat circũuoluat̃ spera ipsius motu descripta erit a diffinitione sperarum equalium equalis spere ꝓposite. & q̃m linea.l.m.est medio loco ꝓportionalis inter.l.n.&.n.m.ideoq; inter.l.n. & .p.l.erit quoq; q̃libet semidiameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l n.&.l.p.& cum.l.m.sit equalis semidiametro circuli: itaq; semicirculus sup.p n.descriptus transibit ꝑ oĩa puncta circumferentie circuli.e.f.g. Ideoq; & ꝑ singulos angulos solidi fabricati in illa circũferentia consistentes: & q̃a eadẽ rõe singuli coraustī cõtinuãtes extrẽitates angularũ cathetorum: cũ extremitate cẽtralis sint medio loco ꝓportiõales inter.p.m.&.m.n.eo q̃ quilibet eorum est eq̃lis.l.m.sequitur vt idem semicirculus trãsẽat ẽt ꝑ reliquos angulos figure ycocedre statute. ẽ igr̃ corpus hoc inscriptibile spere cuius diameter.p.n. Ideoq; & spere cuius diameter.a.b. Latus autẽ huius solide figure dico esse lineam minorem. Cõstat.n.q̃ linea.b d est rõnalis in potentia cũ eius q̃dratum sit subq̃ncuplum ad q̃dratum linee a.b.q̃ posita est rõalis siue in lõgitudine siue in potẽtia tm̃. Itaq; semidiameter atq; semidiameter circuli.e.f.g.est ẽt rõnalis in potentia. Nam eius semidiameter ẽ eq̃lis b.d. Igit̃ ex.11.huius latus pẽtagoni equilateri huic circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis ꝓcessu patuit latus huius figure est quãtum latus pẽtagoni: ergo latus huius figure.20.alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit̃.

Propositio .17.

Corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum ab assignata spera diametrum rõnalem habente circumscriptibile cõstituere eritq; palam latus eiusdem corporis irrationale esse id quod residuum dicitur.

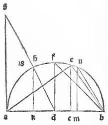
Sit at cubus ſm q̃ docet.14.huius circũscriptibile ab assignata spera: sintq; huius cubi due supficies.a.b.&.a.c.imagiemur ãt nũc q̃ a.b.sit suprema supficies cubi & .a.c.sit vna ex lateralibus sitq; liea.a.d cõis istis duabus superficiebus. diuidantur itaq; in superficie.a b.duo opposita latera ꝑ eq̃lia videlicet.d.b.i pũcto.f.& latꝰ ei oppositũ i.e.& pũcta diuisionis cõtinuent̃ ꝑ lineã e f.latus quoq;.a.d.& illud q̃d sibi opposit̃ i supficie a.c.diuidat̃ ꝑ eq̃lia & pũcta diuisiõis cõtinuẽt liea recta cuius medietas sit



g.h. Sitq̧ pũctus.h.medius punctus linee.a.d.similiter linea.e.f.diuidaꝛ ꝑ equalia in.k.& protrahatur.h.k.quālibet igiꝛ triū lineaꝝ.e.k.k.f.&.g h.diuide ſm proportionem ha.me & du.ext.in tribus punctis.l.m.q.ſint q̧ maiores portiones eaꝝ.l.k.k.m.&.g.q. Quas manifeſtum eſt eſſe equales cū tote linee diuiſe ſint equales videlicet quelibet eaꝝ medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis.l.& m.erige perpēdiculares vt docet.11.vndecimi ad ſuperficiem.a.b.quaꝝ vtraq̧ ponas equalē linee.k.l.ſintq̧.l.n &.m.p ſimiliter a puncto.q erige ꝑpendiculariter.q.r.ad ſuꝑficiem.a.c. quam ponas equalē g.q.ꝓtrahe itaq̧ lineas.a.l.a.n.a.m.a.p d.m.d.p.d. l d.n.a.r.a.q d.r.d.q. Manifeſtum eſt igitur ex quinta huius q̧ due linee k.e.&.e.l.potētialiter ſunt triplū ad lineā.k l.ideoq̧ ēt ad lineam.l.n.cū k.l &.l.n.ſint equales. At ꝓ.k.e.ē equalis.e.a.igiꝛ due linee.a.e.&.e.l. ſunt potētia triplū ad lineā l.n.quare ex penul.primi.a.l.ē potētia tripla ad.l n.ideoq̧ ꝑ eādem.a.n.ē potētia quadrupla ad.l.n. Cūq̧ oīs linea ſit potētia quadrupla ad medietatem ſui ſequiꝛ ex cōi ſcia q̧.a.n.ſit dupla in longitudine ad.l n.&.q̧a.l.m dupla eſt ad.l.k. At.k.l.&.l.n.ſunt equales erit.a.n.equalis.l.m ſunt n.eaꝝ dimidia equalia. Et q̧a ex.33 primi l.m. eſt equalis.n.p.erit.a.n equalis.n.p. Eodē mō ꝓb.bis tres lineas.p.d.d.r. &.r.a.eē equales ſibi inuicem & duabus predictis. Habemus itaq̧ ex his q̄n q̧ lineis pētagonū equilateꝝ q eſt.a.n p.d.r. Sed fortaſſe dices ipſum nō eſſe pentagonum q̄a nec forſan ē totus in ſuꝑficie vna.q̄d eſſet neceſſariū ad hoc vt eſſet pētagonus. Quod ergo ſit totus in ſuꝑficie vna ſic habeto. ꝓdeat eqdem a pūcto.k.linea.k.s.perpēdicularis ad ſuꝑficiem.a.b.q̄ ſit eq̄lis l.k.eritq̧ ob hoc equalis vtriq̧ duaꝝ lineaꝝ.l.n.& m.p.cūq̧ ipſa ſit eq̄diſtans vtriq̧ eaꝝ ex ſexta vndecimi ideoq̧ cum ambabus in eadem ſuꝑficie ex dione lineaꝝ equidiſtantium neceſſe eſt vt punctus.s.ſit in linea.n p.& q̧ diuidat eā ꝑ equalia.ꝓtrahanꝛ igitur due linee.r.h.&.h.s.ſint itaq̧ duo trianguli.k.s.h.&.q.r.h.ſuꝑ vnū angulū videlicet.k.h.q.cōſtituti & eſt ꝓportio.k.h.ad.q.r.ſicut.k.s.ad.q.h. nā vt.g.h.ad.q r.ſic.k.h.ad.q. r.ex.7.quinti.& vt.r.q.ad.q.h.ſic.k.s ad.q.h.ex eadē.ſed.g.h.ad.q.r.vt q.r.ad.q.h.eo q̧.q.r.eſt equalis.g.q.ergo ꝑ.30.ſexti linea.r.h.s.eſt linea vna. Quare ex ſecunda vndecimi totus pentagonus de quo diſputamus eſt in ſuperficie vna. Ipſum quoq̧ dico eſſe equiangulum.cū.n.e.k.ſit diuiſa ſm proportionem habentem medium duoq̧ extrema &.k.m.ſit eq̄lis maiori portioni eius erit quoq̧ ex.4.preſentis tota.e.m.diuiſa ſm ꝓportionem habentium medium duoq̧ extrema maior quoq̧ portio eius linea.e.k. Ideoq̧ per.5.duee linee.e.m.&.m.k. Ideoq̧ due.e.m.&.m p. Nam m.p.eſt.equalis.m.k.ſunt potentia triplum ad lineam.e.k. Ideoq̧ & ad lineam.a.e.nam.a.e.eſt equalis.e.k. Itaq̧ tres linee.a.e.e.m.&.m.p ſunt potentia quadruplum ad lineam a.e. Conſtat aūt per penultimam primi bis aſſumptam q̧ linea.a.p.eſt potentia equalis tribus lineis.a.e.& e.m.&.m.p. Itaq̧.a.p.eſt potentia quadrupla ad lineam a.e. Latus vero cubi cum ſit duplum ad lineam.a.e.eſt potentia quoq̧ quadruplum ad ipſam ex.4.ſecundi.igitur ex cōi ſcientia.a.p.eſt lateri cubi equalis. Cumq̧ a.d.ſit vnum ex lateribus cubi erit.a.p equalis a.d. Ideoq̧ ex.8.primi angulus.a r.d.eſt equalis angulo.a.n.p. Eodem mō ꝓbabis angulum.d.p. n.eſſe equalem angulo.d r.a.quia ꝓbabis lineam.d.n.eſſe potentialiter quadruplū ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus ſit eq̄laterus & habeat tres angulos equales ipſe erit eq̄angulus ex ſeptima p̄ntis libri. Si itaq̧ hac via rōeq̧ cōſimili ſuꝑ vnūquodq̧ reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonum equilateꝝ & equiāgulum fabricemus ꝑficieꝛ ſolidum.12. ſuꝑficiebus pentagonis eq̄lateris & equiangulis cōtentum. Cubus.n.hēt 12.latera. Reliquum aūt eſt demonſtrare ſolidum hoc eſſe a data ſpera circūſcriptibile.ꝓtrahantur igiꝛ a linea.f.k.due ſuꝑficies ſecātes cubū quaꝝ vna ſecet ipſum ſuꝑ lineā.h k.& alia ſuꝑ lineā e.f eritq̧ ex.40. vndecimi vt cōis ſectio haꝝ duaꝝ ſuꝑficieꝝ ſecet diameꝝ cubi & ſeceꝛ viceuerſa ab ipſa diāetro ꝑ eq̄lia.ſit ergo cōis ſectio eaꝝ vſq̧ ad diāeꝝ cubi līea.k.o.

¶ Itaq̄ ꝙ o.sit centrum cubi. Et ducantur linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. Cō stat aūt ꝙ vtraq̄ duarum lineaꝝ.o.a.⁊.o.d. est semidiameter cubi. Iōq̄ equales De linea autem.o.k.constat ex.40. vndecimi ꝙ ipsa est equalis e.k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia k.s.ē equalis.k.m. Erit.o.s. diuisa in puncto.k.sm proportiōem habentem medium duoq̄ extrema ⁊ maior portio eius erit linea.o.k q̄ est equalis.e.k. Itaq̄ p.5.huius erunt due linee.o.s.⁊.s.k. Iōq̄.o.s.⁊.s.p. Eo ꝙ.s.p.ad quas hec demōstratio non extēditur est equalis.k.s.triplum in potētia ad lineā.o.k. Et iō ad medie tatem lateris cubi quare p penul.primi. linea.o.p.ē potētia tripla ad me dietatem lateris cubi. Ex correl.aūt.14.huius cōstat ꝙ semidiameter spere tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem spera. Itaq̄.o.p.est quanta semidiameter spere circūscribentis cubum p positum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto o.ad angulos singu los pētagonoꝝ oium super latera cubi descriptorum ad singulos angulos inq̄ qui proprii sunt pentagonis non aūt cōes eis ⁊ superficiebus cubi.s.p prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli.n.p.r. De illis aūt lineis q̄ veniunt a puncto.o ad angulos singulos pentagonoꝝ qui sunt cōes pē tagonis ⁊ superficiebus cubi quales sunt in pentagono pñti duo anguli.a. ⁊.d.cōstat ꝙ ipse sunt equales semidiametro spere circūscribentis cubum. Ipse.n.sunt semidiametri cubi ex.40.vndecimi. At vero semidiameter cubi est tanq̄ semidiameter spere ipsum circūscribētis quem admodum ex rōcinatione.14.appet. Igr̄ oēs linee ducte a pūcto.o.ad singulos angulos duodecedri sunt eq̄les adinuicē ⁊ semidiametro spere. Semicirculus itaq̄ super totam diametrum spere vel cubi lineatus si circūducatur transibit p oēs angulos eius quare per diffinitionem ipsum est ab assignata spera cir cūscriptibile. Dico iteꝝ ꝙ latus huius figure est linea irrōnalis ista vid.li cet q̄ residuū dr̄ si diameter spere ipsum circūscribentis fuerit rōalis in lō gitudine vel in potentia. Cum.n.diamēter spere sit ex.14.huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potentia si diameter spere fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat aūt ex ꝙ ꝙ linea.r p. diuidit lineam.a.d q̄ est latus cubi sm proportionē hñtem mediū duoq̄ extrema ⁊ ꝙ portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior porrio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duode cedron eē residuum quod demonstrare volumus. Fabricata sunt igitur p 13.⁊ quatuor eam sequētes quinq̄ corpora equilatera atq̄ equiangula quo tum vnūquodq̄ ē circūscriptibile ab assignata spera. Sūt aūt hec solida: p mum qdem quatuor basium triāgularium: ⁊ dr̄ tetraecedron. Secūdum ē ex basium quadrataꝝ ⁊ dr̄ cubus siue exacedron. Tertium oct o basiū triā gularium: ⁊ dr̄ octocedron. Quartum aūt ē solidum ycocedron ⁊ est vi ginti basium triāgularium. Quintum vero ex.12.basibus pentagonis cōsti stit: drq̄ duodecedron. Hec aūt quinq̄ solida regularia dicūtur qm ipsa eq angula sunt atq̄ eqlatera ⁊ a spera atq̄ ab inuicem circūscriptibilia. plura vero his quinq̄ eqlatera q̄ sint ⁊ equiangula eē est impossibile. Ad cōsti tutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres supficiales an gulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angu lus cōpleri: qa ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri ⁊ equianguli sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni ⁊ cuiuslibet pluriū laterum figure equilatere atq̄ equiangule tres anguli sunt maiores quatu or angulis rectis quemadmodum ex.32 primi euidenter elicitur: omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est tesste.21 vndecimi impossibile est tres angulos exagoni atq̄ eptagoni: ⁊ simpliciter omnis pluralitate figure equilatere tamen atq̄ equiangule solidum angulum con stituere. ideo nulla solida figura equilatera atq̄ equiangula potest ex super ficiebus exagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli exagoni equilateri atq̄ equianguli quemq̄ solidum angulum excedunt quatuor ⁊ plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pē tagoni equilateri atq̄ equianguli minores esse quatuor rectis angulis.ma

nifestum est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateris & eqangulis q̃ in pentagonis: tõis enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaq; fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per.32.primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatere ipse sint equilatere atq; equiangule vnicum solidum quod cubum dicimus: fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 32. primi pauciores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateris corpus quatuor basium triãgularium atq; equilateraruũ. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sint solida regularia & quare plura his non sint dictum est.



Castigator.

a Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. Nam vbi ibi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. & latus cubi esset .℞.12. cuius potentia est.12. semidyameter.3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset ℞.3. cuius potentia.3. que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri spere & cetera.

Propositio .18.

Latera quinq; corporum premissorum ab eadem spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis proposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

Sit.a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrum in.c. ita q; .a.c. sit dupla ad.c.b. Et per equalia in.d. Et lineemus super eam semicirculum.a.f.b. ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares ad lineam a.b. que sint.c.e. & .d.f. Et iungamus.e. cum.a. & cum.b. & .f. cum.b. Manifestum ergo est ex demonstratione.13. q; .a.e. est latus figure quatuor basium triangularium & equilaterarum. Et ex demonstratione .14. q; .e.b. est latus cubi. Et ex demonstratione.15. q; .f b. est latus figure octo basium triangularium & equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto.a. linea.a.g. perpendicularis ad.a.b. & equalis eidem.a.b. & iungatur.g. cum.d. Sitq; h. punctus in quo.g d. secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur.h.k. perpendicularis ad.a.b. & quia.g.a. est dupla ad.a.d. erit ex quarta sexti.h.k. dupla ad.k.d. Sunt enim duo trianguli.g.a.d. & .h.k.d. equianguli ex.32. primi eo q; angulus.a. maioris est equalis angulo .k. minoris: namq; vterq; rectus & angulus.d. est communis vtriq; . Igitur ex quarta secundi.h.k. est potentia quadrupla ad.k.d. ergo ex penultima primi.h.

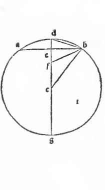
d.est potentia quincupla ad.k.d.cumque.d.b.sit equalis.b.d.est.enim.d. centrum semicirculi.erit quoque.d.b.potentia quincupla ad.k.d. At vero cum tota.a.b.sit dupla ad totam .b.d. quemadmodum.a c.detracta ex prima.a.b.est dupla ad.c.b.detractam ex secunda.b.d.eritque ex.19.quinti b.c.residua prime et dupla ad.c.d.residuam secunde. Ideoque tota.b.d.est tripla ad.d.c. Igitur quadratum.b.d.est noncuplum ad quadratum.d.c. & quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum.k.d.erit ex secunda parte decime quinti.quadratum.d.c.minus quadrato.k.d. Ideoque d.c.minor.k d. Sit igitur.d.m.equalis.k d. & prodeat.m.n.v·q. ad circumferentiam que sit perpendicularis ad.a.b. & iungatur.n.cum.b. Cum igitur.d.k.&.d.m.sint equales erunt ex diffinitione eius quod est aliquas lineas a centro equidistare due linee.b.k.&.m.n.equaliter distantes a centro. Ideoque equales adinuicem ex secunda parte.13.tertii & ex secunda parte tertie eiusdem. Itaque.m.n.est equalis.m.k. Nam.b.k.erat equalis ei. At quia.a.b.dupla est ad.b.d.&.k.m.dupla est ad.d.k.& quadratum.b.d quincuplum ad quadratum d.k.erit ex.15.quinti quadratum.a.b.similiter quincuplum ad quadratum.k.m.est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim.16.manifestum est quod diameter spere est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure.20.basium.quam ad k.m.est equalis lateri exagoni circuli figure 20.basium. Nam diameter spere que est.a.b.est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure quam ad.k.m. Rursusque ex demonstratione eiusdem manifestum est quod diameter spere constat ex latere exagoni & duplici lateri decagoni circuli figure.20.basium. Cum ergo.k.m.sit tanquam latus exagoni. At vero.a.k.sit equalis.m.b. Nam ipsa sunt residua equalium demptis equalibus. Erit.m.b.tanquam latus decagoni. Quia igitur.m.n.est tanquam latus exagoni.nam ipsa est equalis.k.m.erit ex penultima primi nt·10. huius n.b.tanquam latus pentagoni figure circuli.20.basium. Et quia ex demonstratione.16.apparet quod latus pentagoni circuli figure.20.basium est latus eiusdem figure.20.basium. Constat lineam.n.b.esse latus istius figure. Diuidatur itaque.e.b.que est latus cubi ab assignata spera circumscriptibilis secundum proportionem habentem medium duoque extrema in puncto.p. Sitque maior portio eius.p.b. Constat igitur ex demonstratione premisse quod p.b.est latus figure.12.basium. Inuenta ergo sunt latera.5.premissorum corporum ex diametro spere nobis proposita. Est enim lat.s.a.e.piramidis.4.basium.e.b.latus cubi.f.b.latus octocedri. At vero.n.b.latus ycocedri. Linea autem.p.b.latus duodecedri. Que autem horum laterum sint maiora aliis sic habetur. Constat enim quod.a e.est maior.f b.nam arcus.a.e.est maior arcu.f.b. Itemque.f.b.est maior.e.b. Et.e.b.maior quam n.b. At vero.n b. dico etiam esse maiorem quam.p.b. Cum enim sit.a.c dupla ad.c.b.erit ex quarta secundi quadratum.a.c. quadruplum ad quadratum.c.b. Constat autem ex secunda parte correlarii.8.sexti & ex correlatio.17.eiusdem quod quadratum.a.b.triplum est ad quadratum.b.e.sed per.22.sexti quadratum.a.b.ad quadratum.b.e.est.sicut quadratum.b.e.ad quadratum.c.b.ex eo quod proportio.a.b.ad.b.e.est sicut.b.e.ad.b.c.ex secunda parte correlarii.8.sexti.itaque per.11.quinti quadratum.b e.triplum est ad quadratum c.b.& quia quadratum.a.c.quadruplum est ad idem quadratum vt ostensum est.erit ex prima parte.10.quinti quadratum a.c minus quadrato.b.e. Ideoque linea.a c maior est linea b e Ideoque.a.m.multo maior b.e. Manifestum vero est ex.9.huius quod si linea.a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem medium duoque extrema erit maior portio eius linea k.m que est equalis m.n. At vero cum b.e diuiditur secundum eandem proportionem videlicet habentem medium duoque extrema maior eius portio est linea.p.b cum itaque tota.a.m.sit maior tota b.e.erit maior.quoque est equalis ei maior portio.a.m.maior quam.p.b.que est maior portio b.e. Hoc autem manifestum est ex secunda.14.libri que sine auxilio alicuius earum que sequuntur firma de

monstratione solidatur. Ergo p.19. primi a fortiori.n. b. maior est q.p.b. Quare patet latera horum.5 corporum premissorum fere eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim dumtaxat et octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi quis cubus antecedat octocedrum. Cubum autem premittunt idcirco octocedro: quia eadem diuisione diametri assignate spere latus piramidis. 4. bases triangulas habentis et latus cubi inuenitur. Est igitur. a e. latus piramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsum aut est f.b. latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit in magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto vero loco e.n. b. latus ycocedron. Minimum autem est omnium. p.b latus duodecedron vel duodecedri. ¶ Explicit liber Tertiusdecimus.

¶ Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagoniq adinuicem respectu linee. Secundum proportionem habentem medium duoq extrema diuise et corporum regularium adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore acuratissimo feliciter. Incipit.

Propositio .1.

Omnis perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipsum descripti. Dimidio lateris decagoni atq dimidio lateris exagoni intra circulum eundem descriptorum ambobus dimidiis in longum directumq coniunctis equalis esse probatur. ¶ Patet igitur q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni est equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq lateris decagoni uti a eundem circulum descripti directe coniunctis.



¶ Sit linea. a. b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo cuius centrum. c. et ducatur a centro. c. perpendicularis ad lineam a. b. que per secundam partem tertie tertii diuidet ipsam per equalia et arcum eius etiam per equalia ex quarta primi et .27. tertii. Sitq hec perpendicularis linea c. d. secans. a. b in puncto. e. et arcum eius in puncto d. Est igitur vt diximus linea. a. e. equalis linee. e. b. et arcus. a. d. arcui. d. b. Protrahaturq linea. d. b. de qua constat q ipsa est latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti cum ipsa subtendatur medietati quinte totius circumferentie. Dico itaq q linea. e. c. est equalis medietati linee. c. d. et medietati linee. d. b. in longum directumq coniunctis. Compleatur quidem diameter. d. c. sitq. d. c. g. et sit. e. f. equalis. e. d et protrahatur. b. f. Eritq ex. 4. primi. b. f. equalis. b. d. ideoq p. 5. primi angulus. b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. Constat aut ex vltima sexti q angulus. g. c. b quadruplus est ad angulum. b. c. d. Eo q arcus. g. b. quadruplus e ad arcum. b. d. At vero angulus. g. c b per. 32. primi duplus est ad angulum. b d. c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt. b. d. c. et d. b. c. At ipsi sunt equales ex. 5. primi. igitur angulus. b. d. c. duplus est ad angulum. b. c. d. Quare angulus quoq. b. f. d. duplus e ad angulum. b. c. f. Sed angulus. b f. d. est equalis duobus intrinsecis qui sunt. b. c. f. et c. b. f. per. 32. primi. Itaq duo anguli. b. c. f. et c. b. f. sunt equales. Ideoq per. 6.

primi·c·f· est equalis. b.f· Ideoq; etiam·c·f· est equalis·b·d· Nam·b·d·& b·f· sunt equales adinuicem· Quare dimidium·c·d· cum dimidio·b·d· est quantum dimidium·c·d·cum dimidio·c·f· at vero a dimidium·c·d·cum dimidio·c·f· est quantum dimidium·c·f·bis cum dimidio·f·d· Dimidium autem·c·f·bis est quantum·c·f· Et dimidium·f·d· est quantum·e·f· Itaq;·c·e· est quantum dimidium·c·d·cum dimidio.d·b·quod est propositum· Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex 8·tredecimi libri ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam· Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum. Cum igitur ex hac prima istius·14. libri pateat ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni: sequitur ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli: dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti: & hoc est quod ex correlario proponitur· Nunc ergo explicandum est quod ait Aristeus·in libro intitulato Expositio scientie.5·corporum necnon & Appollonius in dono secundo: in proportionalitate figure·12· basium ad figuram·20·basium dicens: ꝙ proportio superficierum figure habentis·12·bases ad superficies figure habentis·20·bases·est tanq̃ proportio corporis·12· basium ad corpus·20·basium· Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure·12· basium duodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figure·20·basium ycocedri ad circumferentiam eius· Hec sunt ipsius magni appollonii verba· Intelligenda autem sunt de figura·12·& figura·20. basium ab vna eademq; spera circumscriptibilium· Est enim proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedron cum ambo vna eademq; spera circumscribit· Sicut proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas quemadmodum Appollonius premissorum verborum prima parte commemorat: quod & decima huius·14·libri solida demonstratione stabilitur· Et est circulus circumscribens pentagonum duodecedri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron & ycocedron eadem spera circumscribit quemadmodum ipse appollonius secunda parte premissorum verborum commemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur: premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda·

Castigator.

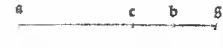
a At vero dimidium·c·d·cum dimidio·c·f·est quantum dimidium c·f·bis cum dimidio·f.d·& cetera·

Propter hoc est notandum ꝙ omnium duarum quantitatum inequalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris·c·d·12·f·c 8.differentia·f·d·erit·4·nam·c·d·est latus exagoni & . c·f· latus decagoni vt dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in·f.d·dico ꝙ medietas·c·d·que est·6·cum dimidio·c·f·quod est·4·que iuncta faciunt·10·& sunt dimidia totalia equantur dimidio·c·f·bis.f·8·& dimidio·f·d·quod est·2·que iuncta similiter faciunt·10·& hoc in omni genere verificatur: & ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem·c f·bis est quantum c.f·totum & dimidium f d·est quantum·e·f. s·medietas differentie f·d.maioris ad minorem itaq; c.e·est quantum dimidium·c·d.cum dimidio.d.b·& cetera sine isto presupposito non concluderet vt patet.

Propositio ·2·

Quicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema eunidem linee similiter diuise probatur accidere &c.

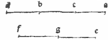
Sit vtraq; duarum linearum.a b & d.e.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema hec quidem in.c.illa vero in.f.sintq; maiores portiones huius quidem.a.c illius autem.d.f. Dico itaq; q ambarum ad sua maiores portiones est vna proportio. Itemq; ambarum ad sua minores portiones est proportio vna atq; quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et econtrario & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit idem quoq; alii accidere. Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuise & ex prima parte.16.sextiq; illud quod fit ex.a b.in.b.c.est equale quadrato.a.c. Eodemq; modo quod fit ex.d.e. in.e.f.est equale quadrato.d.f. Ideoq; proportio eius quod fit ex.a.b. in.b.c.ad quadratum.a.c.est sicut eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratum d f. Vtraq; enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.f.ad quadratum.d.f. Quod ex.15.quinti & permutata & equa proportionalitate manifestum est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex.a.b.in b c.cum quadrato.a.c.ad quadratum.a c.sicut equadruplum eius quod fit ex d.e. in.e.f.cum quadrato.d.f.ad quadratum. d f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam.a.b.vna linea que sit equalis b.c. que dicatur b.g. Et.ad.d.e. adiungatur equalis e.f.que dicatur.e.h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri q; quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato.a.c.est quale quadrato linee.a.g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d. e.in e.h.cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex.a b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g. Eo q b.c.& b.g.sunt equales. Similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex.d.e in.e.f.equum est quadruplo eius quod fit ex.d.e.in.e.h. Eo q.e.f.& e h.sunt etiam equales. Igitur ex prima parte septime quinti & ex.11.5.eiusdem quadratū.a.g.ad quadratū.a.c. sicut quadratum.d.h.ad quadratum d.f. Quare ex secunda parte.21.sexti proportio linee.a.g.ad lineam.a.c.est sicut linee.d.h.ad lineam.d.f. Et coniuncti.a.g.&.a c ad.a.c.sicut.d.h.&.d.f.ad.d.f. At vero.a.g.cū.a c sunt tanq̄ duplum.a.b.&.d h cum.d.f tanquam duplum d.e. Quare duplū a b.ad.a.c.sicut duplum.d e.ad.d.f. Et permutatim duplum.a.b ad duplū.d e.sicut.a c.ad.d f. Sed duplū.a.b.ad duplū.d.e sicut.a.b.ad d.e.ex 15.quinti. Igitur.a.b.ad.d.e.sicut.a c.ad d.f. Itaq; permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim: quod oportebat ostendere.



Propositio .3.

Diuiso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duoq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

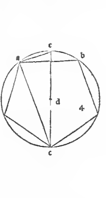
Sit linea.a.b.latus exagoni alicuius circuli & diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto.c.sitq; maior portio eius.b.c Dico q cuiuscumq; circuli.a. b.est latus exagoni eiusdem.b.c.erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam.a b linea.b.d.que sit latus decagoni illius circuli cuius.a.b.est latus exagoni. Eritq; ex nona 13.linea.a.d diuisa secundum proportionē habentem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea.a.b. Cū igitur vtraq; duarum linearum a.b.& a.d sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Igitur erit per premissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq;.d.a.ad.a.b.



que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c.que est etiam eius maior portio. Sed d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise secundũ proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a b.ad.b.d.sicut a.b.ad.b c.Quare per secundam partem.9.quinti.b.d & b.c.sunt equales. Cum ergo.b.d sit latus decagõi erit quoq; ex communi scientia.b.c latus decagoni. Vel aliter ad lineam.a b.adiungatur.b.d equalis.b.c.eritq; ex.4.tredecimi tota.a.d. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius linea.a.b. Itaq; per conuersam.9.tredecimi quam continue post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusdem linea.b.d. Ideoq; linea b.c.sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim.e.f.equalis.a.b.que etiam diuidatur in .g. secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et sit maior portio eius linea.f.g. Constat igitur ex premissa ꝙ quemadmodum.a.b est equalis.e.f.sic a.c.est equalis e.g.& c.b.equalis.g.f. Cumq; fuerit b.d.adiuncta ad a.b.latus decagoni illius circuli cuius.a.b est latus exagoni erit sicut prius dictum est ex.9. tredecimi tota.a.d diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et maior eius portio erit linea.a b. Itaq; per premissam. a.b.ad.b.d.sicut f.g.ad g.e. Quare per primam partem 15.sexti quod fit ex.a b.in.g.e.equum est ei quod fit ex.b d.in.f.g Cumq a.b.sit equalis e.f. Et erit quod fit ex.e.f in.g e.equum est ei quod fit ex b d in f.g. Sed quod fit ex e.f in g.e equum est quadrato f g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et ex prima parte.16.sexti. Igitur quod fit ex.b.d.in f g.est equale quadrato.f.g. Ideoq; ex prima sexti linea b d.est equalis.f.g. Et quia.f.g.est equalis.c. b.erit quoq;.c b.equalis.b.d & latus decagoni quod oportebat ostẽdere.

Propositio .4.

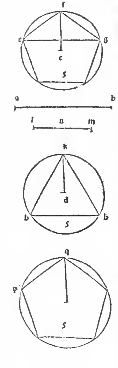
Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumq; linee que illius pentagoni angulo subtenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.



❡ Sit in circulo.a b.c.cuius centrum.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit a.b.& protrahatur diameter.c.d.e diuidens lineam.a.b.& eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a.e.medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus.a. e.est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaq; due linee.a.e. & a.c. Eritq;.a.e.latus decagoni, equilateri. eo ꝙ eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero.a.c.erit que subtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo ꝙ arcus a.c.est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaq; ꝙ quadrata duarum linearum.a.b &.a.c pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee d e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee.c.e.quadruplum ad quadratum linee.d e. Cum autem angulus.c.a e.sit rectus ex prima parte 30.tertii.eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum.c.a.&.a.e. quadruplum ad quadratum.d.e. Igitur quadrata trium linearum.c.a.&.a.e.&.d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.& quia ex decima tredecimi libri quadratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a e.&.d e.sequitur vt quadrata duarum linearum .a.b.& c a sint quincuplum ad quadratum d.e.quod est propositum.

❡ Manifestum est ergo ꝙ quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum & figuras duodecim basium eadem spera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

¶ Illud correlarium vere manifestum est: constat enim ex demonstratione .17. tredecimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubum & duodecedron vna eademq; spera circumscribit itaq; per hanc quartam sine obice constat correlarium &c.



Propositio .5.

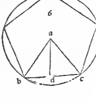
Pentagonus figure duodecim basium triangulusq; figure viginti basium quos eadem spera circumscribit vno eodemq; circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter .a.b. circumscribens duas solidas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit .c. & ycocedron cuius vnus ex .20. triangulis sit .d. Pentagono autem .c. Et trigono .d. super duo centra .d. & .c. circumscribantur duo circuli huic quidem .f.c. ex .14. quarti illi vero .k.d. ex .5. eiusdem. Dico itaq; ꝙ hi duo circuli sperarum propositarum quorum alter circumscribit pentagonum .c. Alter vero trigonum .d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni .c. vnum ex suis angulis continentia litteris .e.f. & .f.g. & protrahatur linea .e.g. que subtendat angulum .f. Et semidiameter circuli que sit .c.f. Vnumquodq; ex lateribus trigoni .d. signetur litteris .k.h. Et protrahatur semidiameter sui circuli que sit .d.k. Dehinc sumatur linea .l.m. ad quam sit linea .a.b. que est diameter spere assignate quincupla in potentia. Que quidem .l.m. diuidatur in .n. secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Sitq; maior portio eius linea .l.n. Et secundum quantitatem totius .l.m. lineetur circulus .p.q. Itaq; semidiameter circuli .p.q. sit equalis linee .l.m. Eritq; ex correlario .15. quarti linea .l.m. tanq̄ latus exagoni equilateri circulo .p.q. inscripti. Ideoq; per tertiam huius linea .l.n. erit tanq̄ latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex .11. quarti inscribatur pentagonus equilaterus circulo .p.q. cuius vnum latus sit .p.q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratum .p.q. equale quadratis duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter acceptis. Cōstat autem ex demonstratione .16. tredecimi ꝙ .b.k. est equalis .p.q. ergo quadratum .b.k. est equale quadratis duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter acceptis. At vero ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est ꝙ .e.g. est latus cubi ab eadem spera circumscriptibili. Quare per correlarium .14. tredecimi .a.b. que est diameter spere potentialiter est tripla ad .e.g. que est latus cubi. Si autem .e.g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema patet ex demonstratione .17. tredecimi ꝙ .e.f. est tanq̄ maior portio eius. igitur ex secunda huius .e.g. ad .l.m. sicut .e.f. ad .l.n. Nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per .22. sexti quadratum .e.g. ad quadratum .l.m. sicut quadratum .e.f. ad quadratum .l.n. Quare per .13. quinti quadrata duarum linearum .e.g. & .e.f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter accepta sicut quadratum .e.g. ad quadratum .l.m. ergo per .15. quinti & permutatam proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum .e.g. & .e.f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter accepta sicut triplum quadrati .e.g. ad quadratum .l.m. Triplum autem .e.g. quadrati est tanq̄ quadratum .a.b. ex correlario .14. tredecimi. At quadratum .a.b. est per ypotesim quincuplum ad quadratum .l.m. ergo triplum quadrati .e.g. quincuplum quoq; est quadrati .l.m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum .e.g. & .e.f. pariter acceptorum est quincuplum ad quadrata duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter accepta & quia probatum est ꝙ quadratum .b.k. est equale quadratis duarum linearum .l.m. & .l.n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scientia vt triplum quadratorum .e.g. & .e.f. sit quincuplum ad quadratum .b.k. Constat autem ex .8. tredecimi ꝙ quincuplum quadrati .b.k. est quindecuplum ad quadratum .d.k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat ꝙ triplum quadratorum .e.g. & .e.f. est quincuplum qua-

drati.e.f.nam simplum est quindecupli. Itaq; quincuplum quadrati.c.f. est equale quincuplo quadrati.d.k.ideoq; per.15.quinti quadratum.c.f. est equale quadrato.d.k. Quare etiam linea.c.f.est equalis linee.d.k. Ergo ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscribens pentagonum.c.est.equalis circulo circumscribenti trigonum.d, quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.c.f.& d.k.

Propositio .6.

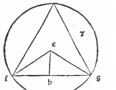
Quadratum quoq; quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq; sub latere ipsius pentagoni cõtinetur omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.



Sit pẽtagonus.a.vna ex.12.basibus figure duodecedri & vnum ex eius lateribus sit.b.c. sibiq; ex.14. quarti circumscribatur circulus supra centrum.a.& protrahantur linee.a.b.& a.c. & a.d. perpendicularis ad.b.c. Dico ergo q trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.est equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a.esse diuisibilem in quinq; triangulos equales triangulo.a.b.c.ex.8.primi.itaq; omnes.12.pentagoni duodecedri cum omnes sint equales & similes pentagono a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quorum quisq; per.8. primi est equalis triangulo.a.b.c. Quod autem fit ex.a.d.in.b.c.est duplum per.41.primi ad triangulum.a.b.c.ergo trigincuplum eius quod fit ex.a.d in.b.c.est sexagincuplum ad triangulum.a.b.c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum.a.b.c.sequitur vt trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.sit equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis quod est propositum.

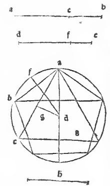
Propositio .7.

Quadratum quoq; quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq; sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium pariter acceptis.



Esto enim hic trigonus.e.vna ex.20.basibus figure ycocedri & vnũ ex eis lateribus sit.f.g. Sibiq; ex.5.quarti circumscribatur circulus super cẽtrum.e.& protrahantur linee.e.f e.g.& e.h.perpendicularis ad.f.g. Dico igitur q trigincuplum eius quod fit ex.e.h.in f.g.est equale omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis Constat enim trigonum.e.esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono.f.g. Itaq; omnes.20.trigoni ycocedri pariter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sunt tanq̃ sexagincuplum trigoni.e.f.g. Et quia p.41.primi quod fit ex.e.h.in.f g.est duplum trigoni.e.f.g. Iõq; trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius:sequitur vt trigincuplum.e.h.in.f.g.sit equale omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.

Manifestum igitur est q proportio superficierum figure duodecim basium in aliqua spera contente ad superficies figure viginti basium in eadem spera concluse:est tanq̃ proportio tetragoni contenti sub latere pẽtagoni ipsius figure duodecim basiũ & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus pentagoni:ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis viginti alchaidarum.



¶ Quod per illud correlarium concluditur verũ esse siue figura.12.basiũ & figura.20 basium sint ab eadem spera circumscriptibiles vt proponitur siue etiam fuerint circumscriptibiles a diuersis speris. Proponitur autem prout hee figure,sint circumscriptibiles ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet. Constat enim ex.6.huius ꝙ trigincuplum.a.d.in.b.c.equum est omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis cuius pentagonus.a.est.vna ex.12 sup.rficiebus. Et ex hac 7.constat similiter ꝙ trigincuplum e.h.in.f.g.equum est omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus. Siue illud duodecedron & istud ycocedron eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq̧ proportio trigincupli.a.d.in.b.c.ad oẽs supficies illius duodecedri pter acceptas est sicut trigincupli e.h.in.f.g.ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas. Vtrobiq̧ enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum.a.d.in.b.c.ad trigincuplum.e.h in.f g.sicut omnes superficies illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri & per.15.quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti ꝙ proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri est eius quod fit ex.a.d in.b c ad id quod fit ex.e h.in.f.g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

Propositio .8.

Proportio cunctarum superficierũ corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basium pariter acceptas que ab vna spera ambo circu.. scribuntur est tanq̃ proportio lateris cubi quem circumscribit eadem spera ad latus triãguli ipsius corporis vigiti basiũ.

¶ Vt ab huius.8.demonstrationis libri.14 processu ambiguitas omnis abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duoq̧ extrema fuerit diuisa & ex medietate eius tanq̃ dimidium sue maioris portionis detrahatur: ipsa quoq̧ medietas secundum proportionem habentem medium duoq̧ extrema diuisa erit & eius maior portio est tanq̃ dimidium maioris sue duple. Verbi gratia sit.a.b.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq̧ extrema in.c. Et maior eius portio sit.a.c.& sit d.e.tanq̃ dimidium.a b. Et d.f.tanq̃ dimidium.a.c. Dico ergo ꝙ.d.e.diuisa est in.f.secundum proporionem habentem medium duoq̧ extrema & maior potrio eius est d.f. Constat enim ex.15.quinti ꝙ proportio a b ad a.c.est sicut.d e.ad.d.f. Videlicet duplum ad dupliũ tanq̃ simplum ad simplum. Quare pmutati.a.b.ad d e sicut.a c.ad.d.f. Igitur per 19.quinti.c.b.ad f.e. sicut.a.b.ad.d e. Est itaq̧.c b dupla ad f.e sicenim est.a b ad d e. Cum igitur tota.a b.sit dupla ad totam.d e.& singule partes.a.b.ad singulas partes.d.e.quare ex.15.quinti &.1..eiusdem & diffinitiõe linee diuise secundũ proportionem habentem medium duoq̧ extrema. Erit linea.d e.diuisa in.f.quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod ꝓpositum est insistamus. Ad cuius exemplum sit.a.b.c.circulus cuius centrum.d.circumscribens pentagonum duodecedri & trigonum ycocedri que ambo pariter eadẽ spera circumscribit & concludit. Nam ex.5.huius manifestum est ꝙ idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circumscribit. Sit autem linea.a b latus pentagoni & linea a c.trigoni. Sitq̧ linea.h.tanq̃ latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq̧ ꝙ proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas est sicut linea.h.ad lineam.a.c. Producatur quidem a centro.d.perpendicularis ad.a.b q̃ transeat vsq̧ ad circũferẽtiam secans.a.b.in puncto.e.& arcum eius in puncto.f Hãc aũt ppẽdicularem cõstat diuidere p eq̃lia tam lineam a.b.q̃ eius arcum chordã q̧dem.a.b.p sc̃dam ptem tertie tertii; arcũ ṽo eius p q̃rtã pmi &.27.tertii.&

igitur arcus.f.a.decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chorda.a.f.que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex.9. tredecimi linea constans ex d f f.a diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. & maior portio eius erit linea.d f. At vero ex prima huius.d.e.est equalis dimidio.d.f dimidioq; f a in longum directumq; coniunctis Sit igitur.d.g perpendicularis ad.a.c.eritq; ex correlario 8.tredecimi.g d.tanq; dimidium d.f. Itaq; si a linea.d.e. que est tanq; dimidium.d f.a.cum.d f.& f.a.sit linea vna: detrahatur equalis.d g.que est tanq; dimidium.d.f.erit per illud quod ante hoc probatum est linea.d.e.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio erit tanq;.g.d. Ex demonstratione autem 17.tredecimi constat q; si linea.b.que est latus cubi diuidaturq; secundum proportionem habentem medium duoq; extrema maior portio eius erit tanq.a.b.que est latus pentagoni figure.12.basium. Itaq; per secundam huius proportio.b.ad.a b est sicut.d.e.ad.g.d. Quare per primam partem 15.sexti quod prouenit ex.b in.g d.equum est ei quod fit ex.a.b in.d.e. Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium superficierum duodecedri cuius latus.a.b.pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas est sicut eius quod fit ex a b in.d.e.ad illud quod fit ex.a.c in.g.d. Igitur ex prima parte.7 quinti &.11.eiusdem proportio eius quod prouenit ex.b. in g d ad illud quod prouenit.ex.a.c.in.g d.est sicut omnium superficierum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri. At vero eius quod prouenit ex.b in g.d. ad illud quod prouenit ex.a.c.in.g.d.est per primam sexti sicut b.ad.a. c. Itaq; per 11.quinti proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri est sicut.b.ad.a.c.quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus.si ad ipsum huius antecedens necessarium premiserimus quod est.

Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis continetur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

Maiores nostri vnumquodq; integrum in.12.partes equales intellectu & ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum assem: vocauerunt: vndecim vero earum dixerunt deuncé.decem autem dextantem nouem dodrantē.octo vero bisse.at septem septuncem septātē vel quincem. sex autem semis quinq; quinquincem.quatuor trientem tres autem quadrantem.duas vero sextantem.vnam autem appellauerūt vnciam ea.q; per ordinem talibus designauere figuris q̄ sepissime inueniunt in antiqs libris.

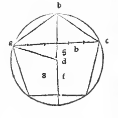


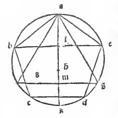
As Deunx Dextans Dodrans Bisse Septunx.



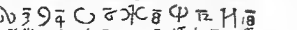
Semis Quincunx Triens Quadrans Sextans Vncia

Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias rursus.12.fractiones. Sed alia via diuiserūt.nam medietatem vncie dixerunt semunciam.tertiam vero duellam.q̄rtā sicilicum.sextam sexculam. octauam dragmam duodecimam semissiclam. decimāoctauam tremissem. vigesimamquartam scrupulum.quadragesimamoctauam obulum. septuagesimamsecundam bissiliquam . nonagesimamsextam ceracem. Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie siliquam nominauerunt. His autem.12 fractionibus vncie posteriores adiunxere calcum. Est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars vncie cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesseron & diapente simphoniarum tonorum semitonorumq; internallis distinctarum harum fractionum denominatio concenderet vel contenderet &

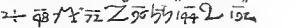




ipsas omnes s[ecundu]m ordinem talibus annotauere figuris.



Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Emisseda Tremissis



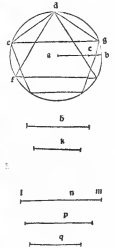
Scrupulus Obulus Bissiliqua Cerates Siliqua Calcus

¶ Eius ergo quod dicitur: sensus est: q[uod] si in aliquo circulo pentagonus equilaterus inscribatur illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq[ue] sextas linee subtendentis vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono, verbi gratia. Sit circulus.a.b.c, super centru[m].m.d. eiq[ue] ex.11.quarti inscribatur pentagonus equilaterus cuius duo latera vnu[m] ex suis angulis continentia sint.a b. [et] b.c. Et angulo.b subtendatur linea.a.c. [et] protrahatur diameter.b.d.e. secans lineam.a.c.per equalia in puncto.g. Sitq[ue].d f.medietas.d.e. [et].g.h.dupla ad.h.c.eritq[ue] b.f dodrans diametri: est enim tres quarte ipsius [et].a.h.erit dextans.a.c.est enim.5.sexte eius: protrahatur autem linea.a.d. Dico q[uod] illud quod prouenit ex.b.f.in a.h.est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim.a.g.sit perpendicularis ad b.d.erit ex.41.primi illud quod prouenit ex b.d in.a.g.duplum ad triangulum.a.b.d. Ideoq[ue] quod prouenit ex b.f.in.a.g.triplum erit ad eundem triangulum. [et] quod prouenit ex.b.f.in.h.g.duplum [et] ex.b f.in totam.a h.quincuplum. Cum itaq[ue] totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum: co[n]stat q[uod] istud quod fit ex b.f.in.a.h est equale pentagono [et] illud erat demonstrandum Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via sicut promisimus demonstremus. Sint itaq[ue] circulo cuius centrum.h.inscripti pe[n]tagonus figure 12 basium [et] trigonus figure 20.basium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex.5.huius q[uod] huius duodecedri pentagonus [et] illius ycocedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq[ue] pentagonus.a.b.c.d.e. [et] trigonus.a.f.g. [et] angulo a.pentagoni subtendatur linea.b.e. que ex demonstratione.17 tredecimi erit latus cubi quem eadem spera concludit. Protrahatur itaq[ue] diameter.a.h.k secans orthogonaliter [et] per equalia vtranq[ue] duarum linearum.b.e. [et].f.g. Hanc quidem in puncto.l.illam vero in puncto.m. Dico ergo q[uod] proportio omnium superficierum duodecedri ad omnes ycocedri quorum pentagonus [et] trigonus proposito circulo sint inscripti est sicut linee.b.e. que est latus cubi ab eadem spera conclusi ad lineam.f.g.que est latus trigoni ycocedri. Constat enim ex correlario octaue tredecimi q[uod] linea.h.m.est.dimidium linee.a.h. Ideo q[ue].a.m.erit dodrans diametri.a.k.est enim eius tres quarte. Sit ergo.l.n dupla ad.n.e.eritq[ue] b.n.dextans.b.e.est enim quinq[ue] eius sexte. Itaq[ue] per premissum antecedens quod prouenit ex.a.m.in.b.n.erit equale pentagono .a.b.c.d.e. Quod autem prouenit ex.a.m.in.m.f.est equale triangulo.a.f.g. Igitur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut b.n.ad.m.f.Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee b.n.ad vigincuplum linee.m.f.q[uo]d ex.15.quinti [et] equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem b.n est tan[quam] decuplum.b.e.nam.n.dextantes coequant.x.asses hoc est.x.tota. vigincuplum vero m.f.est tan[quam] decuplum.f.g.nam.f.g.est dupla ad m f.igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli b.e.ad decuplum.f.g [et] quia duodecuplum illius pentagoni est omnes superficies duodecedri: vigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies ycocedri [et] quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplum.f.g.sicut b.e.simple ad.f.g.simplam erit per 11. quinti proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas sicut b.e.ad.f.g. [et] hoc est quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.

Diuisa qualibet linea scdm pportioem habetem medium duoq extrema erit pportio linee potetis supra totam lineam eiusq maiorem portionem ad lineam potetem supra totam eiusdemq minorem portionem tanq proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso in eadem spera contenti.

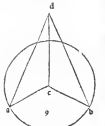
Sit linea.a.b.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq.extrema & maior portio eius sit linea.a.c.& super centrum.a.secundum quantitatem linee.a.b.describatur circulus.d.b.e. Eiq inscribatur ex.11. quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit . d . e . Et ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit d.f. Et vni ex angulis pentagoni qui sit.d. subtendatur linea.e.g. Constat igitur ex.5.huius q spera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e.circumscribit simul ycocedron cuius trianguli latus est.d.f.Et ex demonstratione.17.tredecimi manifestum est q eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g. Sumatur ergo linea h.potens super totam a.b.& eius maiorem portionem a c.Et sumatur.k.potens super totam.a.b.& minorem eius portionem.b.c. Dico itaq q proportio.e.g.ad. d . f . hoc est lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cum ipso cubo ab ipsa spera contenti: est sicut . h . ad . k . Constat quidem ex correlario.15.quarti q.a b.est tanq latus exagoni equilateri circulo.b.d.e.inscripti. Igitur ex tertia huius a.c.est tanq latus decagoni eiusdem circuli. Itaq per.10.13. d.e.potens est super totam a b & eius maiorē portionem.a c.Quare.d. e.est equalis h. Nam quadratum vtriusq earum tantum est quantum quadrata duarum linearum.a b & a.c.pariter accepta. Patet autem ex octaua.13 q d.f.est tripla est potentialiter ad.a.b. At vero ex.5.eiusdem patet q.k.quoq tripla est potentialiter ad.a.c.ergo ex secunda parte.11.sexti proportio.d.f ad.a.b est sicut.k.ad.a.c. Quare permutatim.d.f.ad.k. sicut a.b.ad.a.c. Et quia ex demonstratione .17 . tredecimi manifestum est q si.e g.diuidatur secundum proportionem habētem medium duoq extrema maior portio eius erit tanq.d.e.Erit per secundam huius proportio.e.g ad d.e.sicut.a b.ad a.c Quare per.11 quinti erit quoq.e.g.ad.d.e sicut d f.ad.k.Et permutatim e.g ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et quia per primam partem.7.quinti.d e.ad.k.sicut.h.ad.k.Eo q.d.e.& h.sunt equales Erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.h.ad.k.quod est propositum. Non solum autem est proportio.e.g.lateris cubi ad d.f.latus trianguli ycocedri sicut.h.ad.k immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duoq extrema & super eius maiorem portionem. Altera vero super totam & eius minorem portiōem. Nam singularum linearum talium ē pportio vna. Verbi gratia. Maneant priores ypotheses circa lineas a.b.h.&.k. Et sumatur quoq quelibet alia linea que sit.l.m.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq extrema in.n.& portio maior sit.l.n . Sitq linea.p.potens super totam.l.m & eius maiorem portionem.l.n. Et linea.q.sit potens super totam l.m.& eius minorem portionem m n. Dico ergo q proportio.p.ad.q.est sicut.h.ad k. Cōstat enim ex secunda huius q.b.a.ad.a.c. est sicut.l.m.ad.l.n. Ergo per primam partem.11.sexti quadrati.b.a.ad quadratum.a.c.est sicut quadrati.m.l.ad quadratum.n.l. Quare coniunctim quadrati . h . ad quadratum .a.c. sicut quadrati.p. ad quadratum l.n. Et pmutatim q̄drati.b.ad quadrati.p.sicut quadrati.a.c.a.q̄dratum l.n. Eodē argumentatiōis genere sequit q pportio q̄drati.k.ad q̄dratū q. est sicut quadrati.c b.ad quadratum.n.m. Et quia ex secunda huius & ex prima parte.11.sexti quadratum.a.c.ad quadratum l.n. sicut quadratum c.b.ad quadratum.m.n. Erit.ex 11.quinti quadratum . h . ad quadratum p.sicut quadratum.k.ad quadratum.q. Quare per secundam partem.11.



sexti.b.ad.p.sicut.k.ad.q. Et permutatim.b.ad.k.sicut.p.ad.q. Quod erat demonstrandum. Et ne quisq̃ dubitationis locus ea que demonstranda restant obfuscet: premittenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficiei secantis & curue superficiei spere erit circumferentia continens circulum.

¶ Sit igitur aliqua plana superficies secans speram & sit linea.a.b. communis sectio superficiei secantis & superficiei spe. Dico q̃ linea.a.b.est circumferentia circuli. Aut enim centrum spere est in plana superficie secante aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbicunq̃ contigerit & sit.c. Quia ergo tota linea.a.b.est in superficie spere & quia omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione spere, sequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineam.a.b.sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea.a.b.circulus & eius centrum est.c. videlicet idem q̃ centrum spere. Si autem centrum spere fuerit extra superficiem secantem: ponatur ergo vbilibet quod sit.d. a quo secundum doctrinam.11.vndecimi ducatur linea.d.c. perpendicularis ad superficiem secantem. Et protrahantur ab eodem centro.d.due linee recte quomodocunq̃ contingat ad lineam.a.b.que sint d.a.&.d.b. Et iungatur.c.cum.a.& cum.b. Eruntq̃ due linee.d.a & .d.b.equales. Eo q̃ ipse sunt a centro spere ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q̃ anguli.d.c.a.&.d.c.b. sunt recti. Ideoq̃ ex penultima primi & ista communi scientia: que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum.c.d &.c.a.pariter accepta equalia quadratis duarum linearum.d.c.&.c.b.pariter acceptis Dempto itaq̃ vtrinq̃ quadrato.d.c. Erit quadratum.c.a.equale quadrato.c.b. Quare & linea.c.a.linee.c.b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto c.ad lineam.a.b.esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea.a.b.est circulus & eius centrum est.c.quod est propositum.

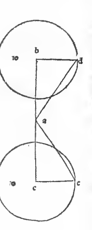


¶ Ex hoc itaq̃ manifestum est q̃ cum superficies secat speram super centrum eius sector proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq̃ proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q̃

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro spere ad superficies illorum circulorum erunt ad inuicem equales.



¶ Sint i spera cuius centrum.a.signati duo circuli.b.&.c.equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro spere videlicet a puncto.a.perpendiculares secundum q̃ docet.11.vndecimi. Ad hunc quidem.a.b. Ad illum autem.a.c. Dico q̃ due linee.a.b.&.a.c.sint equales. Protrahantur enim a punctis.b.&.c singule linee recte ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit In hoc quidem.b.d. In illo autem.c.e. Et iungatur a.cum d &.cum.e. Eritq̃ ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vterq̃ duorum angulorum.a.b.d &.a.c.e rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q̃ duo puncta.b.&.c.sint centra circulorum.b.c. Ideoq̃ due linee.b.d &.c.e.sint semidiametri eorum, qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum has semidiametros esse equales. Et quia due linee.a.d &.a.e.sint equales quia sint ducte a centro spere ad eius superficiem. Erunt ex penul. primi due perpendiculares.a.b.&.a.c.equales.

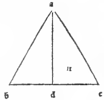
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.

Proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

¶ Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristei ⁊ Apollonii con.memorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est ꝙ circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquus vero trigonum ycocedri que ambo corpora spera vna coherect sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecedri ⁊ trigonos illius ycocedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste .5. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Piramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri coni autem earum sunt centrum spere. atq; piramides quarum bases sunt trigoni ycocedri: ⁊ coni earum similiter centrum spere sunt eque alte. Cunctarum quidem piramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in .6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidem cuius basis trigoni ycocedri est sicut illius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per .24. quinti proportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad piramidem cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hee autem .12. piramides quarum sunt bases .12. pentagoni duodecedri sunt tanq̄ totum corpus ipsius duodecedri. At .12. pentagoni tanq̄ omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad piramidem cuius basis est trigonus ycocedri est sicut proportio omnium superficierum. duodecedri ad trigonum ycocedri. Quare rursus ex .24. quinti proportio corporis duodecedri ad viginciplum illius piramidis cuius basis est trigonus ycocedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vinginciplum trigoni ycocedri. Cum igitur viginciplum huius piramidis sit tanq̄ totum corpus ycocedri ad. viginciplum ipsius trigoni tanq̄ omnes superficies ipsius ycocedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis ycocedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportiōe horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; aduciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera conclusi sicut ex .8. huius demonstratum est: erit ex .11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circumuoluit tanq̄ proportio lateris cubi eidemq; spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema est proportio linee potentis super totam ⁊ eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam ⁊ eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadem spera circūducti sicut ex .9. huius demōstratū ē erit ēt ex .11. qnti vt diuisa qualibet linea fm ꝓportionē hñtem mediū duoq; extrēa sit ꝓportio liee potētis sup totā ⁊ eius maiorē portionē ad lineā potentem super totam ⁊ eius minorem portionem veluti proportio corpo

ris duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atq; eadem spera circūscribit. Ex d c̄tis igitur manifestum est q; proportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circumscripti. Itēq; proportio cunctarum superficierum duodecedri ad cunctas superficies ycocedri que ambo super eadem spera circumscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam sm̄ proportionem habētem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineā potentem super eandem & super eius minorem portionem atq; iterum ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eadēq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee sm̄ ꝓportionem habentem medium duoq; extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tū magnitudine tū basium numero tū etiam figura irrationali quadam simphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est q; proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quamlibet lineam sm̄ prefatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem partem quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non habemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.



Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potentialiter sexquitertium esse conuenient

¶ Sit enim triangulus equilaterus a b c. ducaturq; ab angulo. a linea. a. d. perpendicularis ad b. sim dico q;. a. b. ē potentialiter sexquitertium ad. a. d. Sunt quidem ex. 5 primi duo anguli b. & c. equales. Et quia anguli ad. d. sunt recti erit per. 26. primi linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. Itaq; ex quarta secundi quadratum b. c. quadruplum est ad quadratum. b. d. ideoq; etiam quadratum. a. b. q̄druplum est ad quadratum b. d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum. a. d. & b. d. pariter accepta q̄druplum sunt ad q̄dratum. b. d. itaq; quadratum. a. d. triplum est ad q̄dratū b. d. cōstat ergo ꝓpositū.

Propositio. .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius est latus rationale superficies medialis esse probatur.

¶ Sit vt ꝓus triangulus. a b. c. equilaterus & sit latus eius a b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q; ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicularis. a. d. ab angulo. a. ad basim. Erit q; ex premissa & ex. 6. decimi & diffinitione superficiei rationalis quadratum linee a. d. rationale & linea. a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte. 7. decimi mediante premissa erit incōmensurabilis linee. a. b. ideoq; & linee. b. d. que est tanq̄ eius dimidium. Sunt itaq; due linee. a. d. & b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex. 19. decimi superficies vnius earum in alteram est medialis. Cumq; superficies vnius earū in alteram sit equalis trigono. a. b c. cōstat verū esse quod diximus.

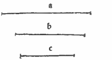
Propositio .13.

Cuncte superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuor basium triangularium & equilaterarum reliquum vero est corpus octobasium triangularium & equilaterarū pariter accepte: si diameter spere ea circūscribentis rōnalis fuerit componunt superficiem medialem.

¶ Nam si diameter sphere alterum duorum propositorum corporum circumscribentis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus piramidis rationale in potentia & ex correllario .15. eiusdē latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt equales: erunt ex .22. decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter accepte componētes superficiem medialem quemadmodum proponitur &c.

Propositio .14.

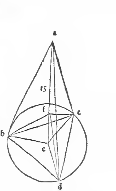
Si tetracedron ⁊ octocedron vna eademq; sphera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnam ex basibus octocedri. Omnes autē bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.



¶ Sit aliqua sphera cuius diameter .a. circumscribens piramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaq; q triangulus eqlaterus cuius latus .b. sexquitertius est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et q superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusq; quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusq; quorum est latus .b. Constat enim ex correl. .13. tredecimi q quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur econuerso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. ¶ Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est q quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaq; per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autē .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilaterus cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobiq; enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igitur trigonus equilaterus cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. ¶ Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus eqlaterus cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Ideoq; octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii hoc est sicut .24. ad .16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. ē omnes bases piramidis cuius latus .b. Et quia proportio .24. ad .16. est sexquialtera sequitur vt superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componūt omnes bases piramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportione respiciat.

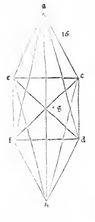
Propositio .15.

Piramide quatuor basium triangularium atq; equilaterarum intra speram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per cētrum spere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribentis eam cadere atq; eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.



¶ Sit piramis .a.b.c.d. 4. basium triangularium atq; equilaterarum intra spheram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius piramidis possit esse conus eius at quilibet quatuor triangulorum basis. ¶ Imaginemur nunc eius solidum angulum .a. esse conum & triangulum .b.c.d. imaginemur esse basim. Atq; huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b.c.d. Dehinc a puncto .a.

quem imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim. b.c.d. lineam rectam transeuntē per punctum.f. qui est centrum sphere circum scribentis piramidem de qua disputamus. Et occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quam imaginati sumus basem piramidis super punctum .e. Dico igitur ꝙ punctum.e. est centrum circuli .b.c.d. & ꝙ linea a.f.e. est perpendicularis ad superficiem.b.c.d. Producam enim lineas .f.b.f.c.f.d. Et quia quatuor puncta.a.b.c.d sunt in superficie sphere cuius cētrum f. propter hoc ꝙ illam spheram positum est circumscribere hanc piramidem. Erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d. adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiem. Ergo quia duo latera.a.f.& f.b. trianguli.a.f.b. sint equalia duobus lateribus.a.f. & f.c. trianguli a.f c.& basis.a.b. basi.a.c. ⁋ Nam piramis posita est equilatera. Erit ex octaua primi angulus.a.f.b. equalis angulo.a.f.c. Ideoq; per.13. primi angulus quoq; .b.f.e. erit equalis angulo.c.f.e. ⁋ Eodem modo probabis angulum .d.f.e. esse equalem angulo .c.f.e. ⁋ Necesse est enim ex octaua primi vt angulus.a.f.e. sit equalis angulo.a.f.d quare per.13. primi angulus quoq .c.f.e. erit equalis angulo.d f e. Sunt igitur tres anguli b.f e.c.f.e.d.f.e. adinuicem equales. Protractis igitur lineis .e b e.c. & .e. d. sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eq̄les. Ideoq; per.9. tertii punctus.e. est centrum circuli b c.d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam.a.f.e. esse perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c. quemadmodum proponitur. ⁋ Si autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq̄ impossibile exhorret.



Propositio .16.

Solidum octo basium triangularium atq3 equilaterarum quod ab aliqua sphera circumscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphere: basis autem vtriusq3 quadratum quod est sibi duplum quadrato diametri sphere.

❡ Esto corpus octo basiū triāgulariū atq eq̄laterarū cuius sex anguli sint a.b.c.d.e.f. circūscriptum a spera cuius centrum.g. Cōstat itaq; ꝙ sex puncta a.b.c.d.e.f. sunt in superficie sphere cuius centrum.g. Si igitur centrū g. iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiem. Cum autem ex correl.15. tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta a secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. Quadratum ergo e.f. duplum est ad quadratum c.g. ideoq equale duobus quadratis duarum linearum.c.g & g.f. itaq; per penul. primi angulus .c.g.f. est rectus. eadē rōne quisq; triū angulorū.f.g.d d g.e. & e.g.c. ē rectus q̄re p 14 p̄mi c.g.d. & f g c. est linea vna igitur ex secunda.11. quinq puncta .c.f.d.e g. sunt in superficie vna. Manifestum est autem ex quinta primi & .32. eiusdem ꝙ quilibet quatuor angulorum.c.e.d.f. est rectus. igitur ex diffinitione quadrati superficies.c.e.d.f. est quadrata. & quia latus eius est latus propositi corporis. constat ex correlario.15 tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere. consimili quoq; ratiocinatione constat vtraq; duarum linearum.a.g. & g b. cum qualibet quatuor linearum.c g.f.g.d.g e.g. continere angulum rectum. ideoq ex.4. vndecimi vtramq earum esse perpendicularem ad superficiem . c . e . d.f. & ambas scilicet .a.g & g.b. per.14. primi componere lineam vnam diuisum est igitur propositum corpus in piramidem .a.c.f.d.e. cuius basis

.f.d.e. cuius basis quadratum .c.e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee.a.g. que est semidiameter spere & in piram dem.b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea.g.b. que est semidiameter spere : & hoc est quod oportebat ostendere.

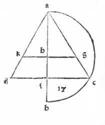
Castigator.

a Ista quarta sed̄ isto medio aducitur. Nam cū diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnius medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earūdem duarum medietatum. Et sic apparet ꝙ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est subduplum alicui ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est subduplus ad.16. Et ideo 8.qui est subduplus.est duplus ad quartam partem.16.videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in ꝓposito latus.8. basium,est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

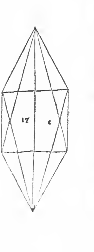
Propositio .17.

Piramidem quatuor basium triāgularium atq; equilaterarum in sphera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem lateris ipsius piramidis & sub linea super quinq; ptiente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratū diametri sphere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum que ambo eadem sphera circumducantur.

Sit sphera cuius diameter.a.b.& centrum.h.circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum.a.c.d.& corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum quod sit.e. Sitq; linea.l.m.potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem linee.a.c.que est latus piramidis.Et linea.n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicesimas septimas. Sitq;.p.quadratum diametri.a.b.Dico itaq; ꝙ proportio piramidis .a.c.d.ad octocedron.e.ē sicut superficiei.l.m.in.m n. ad quadratum.p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis & basim piramidis cuius vnum latus est.d.c.secare diametrum sphere in pūcto.f. Eritq; quemadmodum ex ratiocinatione.13.tredecimi manifestum est.a.f.dupla ad f.b.Cumq; etiam.a.b. sit dupla ad.b.h. erit ex.19.quinti.b.f.dupla ad.h.f. Ideoq;.a.f. quadrupla ad.f.h. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem.a.c.d.super centrum sphere equidistanter basi ipsius. Sitq; linea.g.k. communis sectio huius superficiei & trianguli.a.c.d.Eritq; ex.17.vndecimi proportio.c.a.ad.a.g.sicut f.a.ad.a.h. Igitur.c.a.ad.a.g sicut.4 ad.3. Sic enim est ex euersa proportionalitate.f.a.ad a h.Constat etiam ex secunda parte.29.primi & .16. vndecimi &.10.eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similium superficierum & similium corporum ꝙ piramis.a.g.k.est similis piramidi.a.c.d. Ideoq; ex.8.duodecimi proportio piramidis.a.c.d. ad piramidem.a g.k.est sicut.c.a.ad.a.g triplicata quare sicut.4.ad.3.tri-
a plicata. Constat autem ex secunda octaui ꝙ proportio quatuor ad tres triplicata ē sicut.64.ad.27.itaq; proportio piramidis.a.c.d.ad piramidē a.g.k.est sicut.64.ad.27.Fiat ergo triangulus equilaterus .q.r.s. ex linea equali.a.g.quam constat esse dodrantem linee.a.c.& ꝓducat linea .q.t. perpendicularis ad.r.s. eritq; ex .12. huius linea . q .t. potentialiter sub



sexquitertia ad lineam.q.r. Ideoq; equalis.l.m. Adiiciat quoq; linee.r.s. linea.s.x.ita ꝙ proportio.r.x.ad r.s.sit sicut.64.ad.27. Diuidatq;.r.x.p eq̄lia in.v. vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.est.27.aut.r.x.64. Eritq;.r.u.equalis.m.n. Et ducantur linee.q.u.⁊.q.x.Eritq; ex prima sexti proportio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad.27. Cumq; per eandem triangulus.q.r.x.sit duplus ad triangulum.q.r.u. At ex.41.primi quod fit ex.q.t.in r.u.duplum quoq; sit ad triangulum q.r.u. Erit quod fit ex.q.t.in.r.u.⁊ ipsum est equale superficiei.l.n.equale triangulo.q.r.x Quare proportio superficiei.l.n.ad triangulum.q.r.s.est sicut.64.ad.27. Ideoq; sicut piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k. Manifestum est autem ex.15. huius ꝙ linea.a.f.est perpendicularis ad basim piramidis.a.c.d. Ideoq; per.19.vndecimi linea.a h.est etiam perpendicularis ad basim piramidis.a g.k. Igitur altitudo.a.g.k.piramidis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq; octocedron e.quemadmodum proponit premissa: erit itaq; vtraq; duarum piramidum ī quas ipsum.e.diuiditur eque alta piramidi.a.g.k.nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate piramides eque alte suis basibus sunt proportionales vt in.6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k ad vtrāq; earum in quas diuiditur octocedron.e.sicut basis eius ad bases earum. quare per.24.quinti proportio piramidis.a.g.k.ad totum octocedron.e.est sicut sue basis quam cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases ambarum piramidum in quas diuiditur e pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diametri sphere per premissam videlicet.p. Quoniam ergo propotrio piramidis.a.c.d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonum.q.r.s.videlicet.64.ad.27.⁊ piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadratum.p. Erit per equam proportionalitatem propotrio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e.sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.⁊ hoc erat demonstrandum.



Castigator.

a Cum.a.f.sit quadrupla ad.f b.⁊.a.h.tripla ad eandem sequitur vt.4.ad.3.⁊ cetera.

b Et etiam.27.ad.8.⁊.125.ad.64.⁊c quia per.11.diffi.quinti quatuor quantitatum cōtinue propotrionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata ⁊ per secundam octaui quatuor numerorum minimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus ⁊ vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de necessitate cubi. Et ideo vnius ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitionem quinti.⁊c. Et ideo quamuis ibi acceperit 64.⁊.27.qui sunt duo numeri cubi poterat accipere quoscunq; duos alios cubos indifferenter inequales.cetera quoq; prosequendo vt dicitur. Idem eueniet ⁊c.vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per euersam proportionalitatem fuit proportio lateris vnius ad latus sibi relatium alterius vt.4.ad 3.triplicata fuit necesse sumere.64.cubum.4.⁊.27.cubum ternarii arguendo vt dictum est per secundam octaui.sed fuisset lateris ad latus.3.ad 2.triplicata per.8.12.tunc accepisset cubum ternarii.27.⁊ cubum binarii 8.⁊ sic in ceteris ⁊c. erunt de.4.⁊.5.continue.64.48.36.27.

Ex premissis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum circumscribentis ad quamlibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

Cum enim cuncti trianguli piramidem ambiẽtes sint similes & equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendiculares a centro spere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam eq̃les. Perpendiculares autem cadentes ad circulos sunt perpendiculares ad bases piramidis itaq; perpendiculares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem. b. f. est perpendicularis ad basim piramidis a. c. d. quam. b. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri. a b. relinquitur ergo esse verũ quod per corrl. concluditur. Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

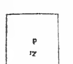
In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorum eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrabitur.

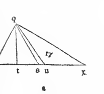
Sit enim triangulus. a. b. c. equilaterus sitq; . d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a b. c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circũscribentis. protrahatur autem. a. d in continuum & directum quousq; obuiet lateri. b. c super punctum. e. cõstat igitur ex octaua primi q; angulus. a. d b. est equalis angulo. a. d c. ideoq; ex 13. primi angulus. b. d e. est eq̃lis angulo. c d. e. quare per quartam primi b. e. est equalis. e. c. & anguli qui sunt ad. e. recti. Itaq; . d e. perpendicularis est ad. b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum. a. b. c. & . a. e perpendicularis est etiam ad. b. c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q; . a. e. tripla est. ad. e. d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex. d. e. in. e. b. equalis est trigono. b. d. c. tetragonus quoq; qui fit ex. a. e. in. e. b. equalis est trigono a. b. c. Atquia trigonus. a b. c. tr plus est ad trigonum. d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex. a. e in. e. b. triplus ad eum qui fit ex. d. e. in. e. b. Cũ igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni. a. e. in. e. b. ad tetragonum ex. d. e. in. e. b. sicut. a. e. ad. e. d. erit. a. e. tripla ad. e. d. quemadmodum proponitur.

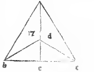
Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat p centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunc itaq; quod promisimus absoluamus ad hoc autẽ imaginemur piramidem quatuor basium triãgularum atq; equilateratum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus. a. b. c. circumscriptam esse a sphera cuius centrum. d. & protrahatur linea. d. e. perpendicularis ad superficiẽ trianguli. a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam d. e. esse sextam partem diametri sphere propositam piramidem circumscribẽtis. Producam et. m lineam. d. c. & lineam. c. f. perpendicularem ad lineam. a. b. quam. c. f. x proximo correlario constat transire per punctum. e. & ex promisso antecedente triplam esse ad. e. f. Constat autem ex quarta secundi q; secũ quadratum diametri sphere cuius centrum. d. est. 36. est quadratum semidiametri. d. c. 9. ex correl. autem. 13. tredecimi est quadratum. b. c. 24. Et per. 11. huius quadratum. c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum. c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum. d. c. est equale quadratis duarum linearum d. e & . e. c. est autem quadratum. d. c. 9. & quadratum. c. e. 8. prout quadratũ diametri sphere est. 36. relinquitur quadratũ d e. vnum prout quadratum diametri sphere est 36. Itaq; linea. e. d est vnum prout diameter sphere est. 6. quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q; semidiameter sphere circumscribentis corpus. 8 basium triangularum atq; equilaterarum tripla est in potentia ad perpendicularem a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendentem. Constat quidem quemadmodum dictum est prius q; cum omnes bases huius corporis











sint equales & similes erunt circuli ipsas circumscribentes equales ideoq; perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cumq; perpendiculares ad circulos basium sint quoq; perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad vnam istarum basium probetur: relinquetur verum esse quod proponitur. ¶ Sit itaq; vt prius triangulus .a.b.c. vna ex basibus octocedri circumscripti a sphera cuius centrum .d. & cetera quoq; fiant vt prius. ¶ Cum igitur ex co. rel. 15. tredecimi diameter sphere sit potentialiter dupla ad latus octocedri. sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoq; cum quadratum linee .b.c. est 12. erit quadratum linee .d.c. que est semidiameter sphere .6. ex .11. autem huius cum quadratum .b.c. est .12. quadratum .c.f. est .9. Ex premisso antecedente quadratum .c.e. est .4. itaq; cum quadratum .d.c. que est semidiameter sphere est 6. quadratum .c.e. est .4. & quia ex penultima primi quadratum .d.c. est equale quadratis duarum linearum .c.e. & .e.d. sequitur vt quadratum .e.d. sit duo prout quadratum .d.e. est .6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.

Duplum quadrati quod ex diametro sphere cubum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoq; que a centro sphere ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur medietati lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate conuincitur.

¶ Manifestum est enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq; duplum quadrati diametri sphere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partem ex .18. & .19. & .40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi in bisse quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producatur.

¶ Explicit liber decimusquartus.

¶ Quintusdecimus. Et vltimus Euclidis liber de quinq; regularium corporum alterius in altero reciproca formatione & de eorundem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propositio prima.

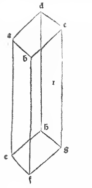
Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

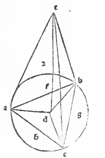
¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d suprema vero eius superficies quadratum.e.f.g.h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet quadrato basis secundum quamlibet lineam ex.46.primi descripto super singulos angulos eius ex.12. vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6.vndecimi constat esse equidistantes. ¶ Quinque ergo eorum bini et bini contacto eis imposito equidistanter lateri quadrati continuentur. ¶ Constat igitur esse compositum cubum nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex.33.primi et ex.34.eiusdem et diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoque quod ipsa est quadrata ex.10.immo.24.vndecimi et hac communi scientia que equalibus sunt equalia: sibi quoque sunt equalia: et ex diffinitione quadrati. ¶ Si itaque huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium et equilaterarum inscribere: in basi et in eius superficie suprema protrahantur due diametri quarum vna continuet duas extremitates infimas duorum cathetorum et alia continet supremas aliorum duorum quas animo intelliges.f.a.c.et.h f. ¶ Dehinc a duobus punctis .b.et.f.,terminantibus diametrum superficiei suppreme demitte ypothemisaliter binas et binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.h.quidem.a.h.et h c. At vero ab.f.f.a.et.f c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsi ne multitudo linearum confunderet intellectum. ¶ Si igitur figuram hanc vt oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus piramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo quod ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adinuicem equales.

Propositio .2.

Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atque equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra piramidem quatuor basium triangularium et equilaterarum octocedron libeat inscribere prius conuenit piramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ¶ Statuatur secundum cuiuslibet linee quantitatem trigonus equilaterus qui sit.a.b c.cui circumscribatur circulus supra centrum. d. Et exeat.d.e.perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex.12.vndecimi:
a que ponatur dupla esse [a] in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum .a b.c. Et a puncto .e. cadant tres ypothemise super tria puncta.a b.c. ¶ Est itaque completa piramis quatuor basium trilaterarum et equilaterarum. Protrahantur enim.d.a.d.b.d c. Cum igitur anguli quos continet linea.e.d.cum singulis lineis.d.a.d.b.d.c.sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem.cumque quadratum linee.e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli.a.b.c. erit ex penultima primi quadratum vniuscuiusque trium ypothemisarum linearum.e.a e.b.e.c.triplum ad quadratum semidiametri circuli .a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoque cuiusque trium laterum trianguli.a.b.c.triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli. Igitur omnia latera statute piramidis





sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilateracum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet angulum superficialem. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis .f.g.h. & ypotbemisas cadentes a b.e. in punctis .k.l.m. & continuabo punctum .f. cum puncto .g. & cum .h. & cum .k. & cu .l. punctumq; .m. cu eisdem .g.h.k.l. & .g. cu .h. & cu .l. & .k. cu eisde .h. & .l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularum bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus contentum ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilateras esse manifestum est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

¶ Castigator.

a ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modu habuisti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente latus tetragonicum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tunc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inuentas orthogonaliter formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in prima huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo piramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam piramide expremissa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod voluimus. ¶ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsius piramidis. quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quemadmodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor ypotbemisas demitte. Et a centro infime & ad earumdem lateralium superficierum centra quatuor alias ypotbemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum que se inuicem secat continuas. Verbi gratia, iungas centrum anterioris cu centro dextre & cu cetro sinistre centru quoq; vltime iunges cu eisdem. hoc est cu cetro dextre & cu cetro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basiu triagularu his .12. lineis q cetra superficierum cubi coplexu cotinuant. ¶ Si igit has bases equilateras esse probare volueris a centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necesarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie tertij quod planum est si vnicuiq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte .13. tertij patet adinuicem esse equales & equidistantes lateribus cubi ex scda pte .28. primi ideoq; et singulas ee eqles dimidio lateris cubi. Igitur ex .10. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere: eo q; omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille .12. li-

nee centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent subtenduntur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si mauis ex penultima primi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

Propositio .4.

Intra datum corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corpus octo basium triãgularium atq; equilateraru certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpẽdiculares extrahe que componãt lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam super eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super communem punctum sectionis earum quemadmodum .12. docet vndecimi perpendicularem erige quam facias eandem superficiẽ in vtrãq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet quamlibet per eq̃lia & orthogonaliter diuidet. Ita q; cum sint tres queq; due earum salutifere crucis venerandum signum ad angulos rectos continebunt a supremo igitur erecte linee super positum planum pũcto quatuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto: quatuor alias ypothemisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua. Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicularis descendentes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates cõtinuantes ex penul. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilaterisq; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora eaq; reperta .12. lineis rectis hac lege continua vt centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triũ ad ipsius latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicitur mente cõcipias ipsumq; si placet actu & opere cõpleas videbis enim .12. lineas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum continere quem restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstres eẽ
a conclusum. Non enim erit cubus a nisi omnes eius superficies sint quadrate. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octocedri perpendicularem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpendiculares ex .11.14. libri cõstat esse adinuicem equales & diuidere latera quibus perpendiculariter insistunt per equalia. Ideoq; binas & binas super idem punctum lateris cui superstant cõuenire: easdẽq; constat ex his que in .17. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum portiones que intra centra trigonorum & latera ipsorum que intercipiuntur ex his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex .8. primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendiculares sueq; portiones inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq;

anguli quos linee a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadētes bine & bine continent ad inuicem equales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus. ⁋ Hos diagonos ex quarta primi omnes adinuicem equales esse conuinces mediantibus angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex.8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales: latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex.8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equiangulas. Atq; ex.32. primi omnes anguli cuiusq; earum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas eē rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sint quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

¶ Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam de criptionem videlicet q; est corpus habens 6. superficies quadratas .12. latera equalia octoq; angulos solidos.24. angulis superficialibus contentos &c.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum assignato corpori octo basium triāgularium quoq; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe secūdum precepta premisse cubum cuboq; inscripto iscribe. vt docet prima huius piramidem qualis proponitur cum igitur huius piramidis anguli sint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonstratione prime manifestum est cuncti autem anguli cubi sint ex pmissa in superficiebus assignati octocedri: erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Intra datum corpus viginti basium & equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium equalium laterum atq; equalium angulorum figuraliter componere.

⁋ Corpus.20. basium non docemus hic fabricare quoniā ex 16. tredecimi qua cōueniat arte hoc fieri satis euidens ē. Eo igitur vt ibi docetur composito. si sibi corpus.12. basium pentagonarum atq; equilaterarum includere delectat hac via procedendum est. ⁋ Manifestum enim est.20. triangulos.60. superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis ycocedri quinq; superficiales conueniunt sicut ex demōstratione.16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Intentis igitur vt in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum ycocedron terminantium ea.30. rectis lineis continua ita q; cuiusq; centrum centris omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis .30. lineis duodecim pentagonos constitui a.12. angulis solidis dati ycocedri oppositos. ⁋ Hos itaq pentagonos quēadmodum in anpremissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ⁋ Necesse est enim vt quorūlibet triāgulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo vt eos etiam equiangulos esse silogizes. ⁋ Manifestum est autem ex ratiocinatione.16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphera cuius diameter est tanq̄ diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile.

¶ Si igitur hec diameter per medium secetur punctus sectionis erit centrum sphere ipsum circumscribentis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex .11. vndecimi ducito. Et a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito. Deinde centrum sphere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes et in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a centro sphere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipses ycocedri circumscribentium ex ypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in .14. silogiçauimus sectorem prouenientem in superficie sphere cum aliqua plana superficies spheram secat nõ super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinque lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiusque pentagoni esse adinuicem equales. Itaque omnibus his duodecim pentagonis est circulus circumscriptibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiã equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. .7.

Intra datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atque equiangularum corpus viginti basium triangularium atque equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atque equiangularum componere oporteat ex .17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariũ et equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in .14. quarti fit repertis ea adinuicem .30. lineis hac lege continua vt vniuscuiusque pentagoni centrum centro cuiusque pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet quod vniuscuiusque pentagoni centrum centris quinque pentagonorum terminantium vel circũiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his .30. lineis centra pẽtagonorum continuantibus contẽti. Eruntque hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus et erunt .12. solidi anguli huius corporis .20. basium in cẽtris .12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiũ. ¶ Hos itaque .20. triãgulos eqlateros esse sic pba. A cẽtris pẽtagonorum ducito perpendiculares ad latera eruntque omnes perpendiculares equales binas ergo et binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et quia linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis et binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee cõtinuantes centra pentagonorum equales: quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas et binas equales angulos continere et omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi et .26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia easque esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine et bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo quod vtraque diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas et binas vsque ad angulos quibus cõmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum producito & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione 17. tredecimi manifestum est esse tanq̄ latus cubi ab eadem sphera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas esse equales eo ꝙ omnia latera cubi sint equalia. easdēq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc ꝙ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaq; per. 33. primi cuncte linee cōtinuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̄ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̄ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptū ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum iscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni si vnius cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtendens ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superfitees cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas eē cōstat ex quarta a primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecodri dato ycocedro inscripti demōstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphere esse inscriptibile: Ergo a centro illius sphere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculases: vt docet vndecima vndecimi protrahe. Et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphere iunge. Eruntq; hee linee centrum sphere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphere de quarū quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpēdicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necesse est omnibus his quadrilateri superficiebus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilatere. ¶ Et quia ex 32. primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

¶ Castigator.

a ¶ Quoniam ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni causatur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per .4. primi arguuntur corde ille equales vndiq; & cum eedem sint latera cubi tali duodecedro inscripti ex 17. 13. sequitur sex superficies cuburn complectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.

Dato duodecedro sibi demũ octocedron icludere.

¶ Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi sex laterarum superficierum ea videlicet que cathetos sup sex lineas opposita latera supeficierum cubi per equalia secantes erectis tanq̃ eorum corausti iungunt p equalia diuidet eaq bina & bina adinuicem cõposita cõtinua p tres lineas q̃ seinuicem super medium punctũ diametri cubi ex .40. vndecimi p equalia secabunt. Eruntq vt quoq due earum trium seinuicem quoq ad angulos rectos diuidãt. ¶ Si igitur harum trium linearum extremitates p .12. lineas rectas cõtinuaueris pueniet tibi corpus octo basiũ triangularũ & eqlaterarum ex quarta pmi vel si mauis ex penultima pmi. qđ opoetebat osdere.

Propositio .10.

Intra assignatum duodecedron piramidem quatuor basium triangularium atq equilaterarum adhuc restat distinguere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq piramidẽ ex prima. Cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rõcinatione pmie. Et anguli cubi i angulis duodecedri ex ratiocinatione octaue erũt quoq anguli piramidis in angulis duodecedri. Itaq constat quod volumus.

Propositio .11.

Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duodecedro cubum ex octaua. Constat aũt ex demonstratione sexte q omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri. Et anguli cubi sint in angulis duodecedri. ¶ Itaq anguli cubi sunt in centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio .12.

Icocedron datum piramidem quatuor basium triangularius atq equilaterarum sibi postulat inscribi.

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq ex prima piramidẽ incluseris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem oportet quod cum sint quinq regularia corpora de quorum mutua ab inuicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si vnũquodq eorum cuilibet ceterorum esset inscriptibile, .20. eorũdẽ iscriptiones acciderẽt. ¶ Quippe cuilibet eorum quinq, eẽnt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoq quater quinq inscriptiones quod est .20. necessario peruenirent. At vero piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non .n. sunt in piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsius piramidis contingere. ¶ Cubũ quoq solius piramidis & octocedri vt octocedron solius piramidis & cubi receptiõi sunt apta. Qualiter .n. in eorum alterutro .12. angulos ycocedri. ¶ Aut .20. angulos duodecedri, ita vt singuli in eorum singulis cadant collocabis. Ycocedron aũt cum cetera conuenienti ambitione possit cõplecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini opositione respiciunt lineeq eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq illud gloriosum signum ad cuius intuitũ cõsternantur demones sub rectis angulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq triangulos neq bases neq anguli neq latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq .n. in eo rep[...] sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliq oppositione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceterorum sue ambitionis denegauit hospicium immo cunctorũ receptator existit. Vnde non in cõuenienter duodecedri figurã antiqui Platonis discipuli vel ascripsere

celo quemadmodum piramidis formam igni eo q̃ sursum sub piramidali figura euolet. ac octocedri aeri. ⁋ Quippe sicut aer ignem motus pacitate sequitur sic octocedri forma piramidis formam ad mociū habilitate comittat. ⁋ Viginti vero basium figuram aque dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis rei motui magis q̃ scandentis cōuenire visa est. ⁋ Cubon vere figuram q̃dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violētia indiget quā thessera. ⁋ At in elementis quid fixius constantiusq̃ reperitur terra. Si igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis non substinet binasq̃ a quibus naturam cubi & octocedri aliena est. ⁋ Rursusq̃ vnam cui repugnat ycocedri figura reieceris erunt relique tantum. 11. inscriptiones. Piramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq̃ bine. Ycocedri autem tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio ·13·

Fabricato quouis quinq̃ regularium corporum sibi spheram inscribere.

❡ Ex tertiodecimo libro itaq̃ manifestum est vnūqđq̃ horum corporum esse sphere inscriptibile. Nūc itaq̃ constabit viceuersa spheram vnicuiq̃ ipsorum esse inscriptibilem. A circumscribentis enim sphere cētro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circulorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumq̃ omnes circulo eas circumscribentes sint equales eruntq̃ hee perpendiculares equales. Itaq̃ si secundum quantitatem vnius earum circulum si per centrum circumscribentis sphere descripseris eiusq̃ semicirculum quousq̃ ad locū vnde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extremitates cunctaꝝ ꝑpendicularium necesse est trāsire cōuinces ex correlario. 15. tertii speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus potest sphera de basibus corporis contingere quam circumductus semicirculus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constat nos spheram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

❡ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus de duabus quantitatibus discreta scilicet & continua. ac earūdem proportionibus & proportionalitatibus: ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum sacre theologie ꝓfessore. Matematiceq̃ discipline cultore feruentissimo die noctuq̃ chalcographis assistente postillis suis oportunis plerisq̃ in locis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

❡ Venetiis impressum per probum Vitum Paganinum de Paganinis de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiq̃ dominio annorum. xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. & alibi impressum sub quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto priuilegio contētis Anno redemptionis nostre. M.D.VIIII. Klen. xi. Iunii. Leonardo Lauretano Ve. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.

ENCLIDES

OPERA